

Описание осцилляций нейтрино в веществе в рамках квантовой теории поля

И. П. Волобуев,^{*} В. О. Егоров[†]

*Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына
Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2
(Поступила в редакцию 18.05.2023; подписана в печать 04.07.2023)*

В рамках пертурбативного квантового теоретико-полевого подхода с зависящим от расстояния пропагатором рассматриваются осцилляции нейтрино в веществе. В приближении двух нейтринных флейворов построен зависящий от расстояния пропагатор, описывающий распространение нейтрино в неподвижной неполяризованной однородной среде. При помощи этого пропагатора найдена соответствующая вероятность процесса осцилляций нейтрино, где последние детектируются через взаимодействие со слабыми заряженным и нейтральным токами. Показано, что результаты совпадают с таковыми, полученными в рамках стандартного квантовомеханического описания. Рассмотрено несколько конкретных примеров процессов, обсужден МСВ-эффект.

PACS: 03.70.+k, 11.10.-z, 14.60.Pq

УДК: 539.123, 539.12.01, 530.145

Ключевые слова: квантовая теория поля, осцилляции нейтрино, диаграммная техника Фейнмана, зависящий от расстояния пропагатор.

ВВЕДЕНИЕ

Осцилляции нейтрино широко исследуются как экспериментально, так и теоретически. Обычно они описываются в рамках квантовой механики в терминах плоских волн или волновых пакетов [1–5]. Однако такое описание не является последовательным, поскольку оно имеет дело с флейворными состояниями нейтрино, которые представляют собой линейные комбинации состояний нейтрино с определенной массой и потому не могут пониматься как настоящие квантовые состояния.

Альтернативой является квантовое теоретико-полевое описание осцилляций нейтрино, которое работает непосредственно с массовыми собственными состояниями нейтрино и потому лишено этого недостатка. Однако ключевой особенностью процессов осцилляций частиц является то, что они происходят на конечных пространственно-временных интервалах, в то время как стандартная теория возмущений в рамках формализма матрицы рассеяния плохо приспособлена для описания таких процессов. В результате для учета конечности расстояний и промежутков времени в данном подходе приходится прибегать к использованию локализованных волновых пакетов [6–11], что делает вычисления очень громоздкими. В частности, поэтому в его рамках еще не были рассмотрены процессы осцилляций нейтрино с участием слабого нейтрального тока и осцилляции в присутствии материи, которые будут обсуждаться в настоящей работе. Осцилляции нейтрино в веществе особенно важны в контексте решения проблемы солнечных нейтрино, и стандартное описание этого феномена дается в рамках все той же квантовой механики в терминах плоских волн [3].

В настоящей работе используется пертурбативный квантовый теоретико-полевой подход, адаптированный для описания процессов, происходящих на конечных пространственно-временных интервалах [12–17]. Он основан на диаграммной технике Фейнмана в координатном представлении, дополненной модифицированными правилами перехода в импульсное представление, которые отражают геометрию экспериментов по осцилляциям нейтрино. Эти правила приводят к тому, что фейнмановский пропагатор нейтрино в импульсном представлении претерпевает модификацию, заменяясь на зависящий от расстояния пропагатор, в то время как остальные правила Фейнмана в импульсном представлении остаются неизменными. При этом в подходе не используются волновые пакеты, и все участвующие в процессах частицы описываются плоскими волнами, что существенно упрощает вычисления и позволяет рассматривать более сложные процессы.

Считая среду неподвижной, неполяризованной и однородной, в рамках данного подхода мы описываем осцилляции нейтрино в веществе в приближении двух нейтринных флейворов. Показано, что значения для эффективных угла смешивания и разности квадратов масс, которые нейтрино получают за счет взаимодействия со средой, а также осцилляционная формула совпадают с таковыми, предсказанными в рамках стандартного квантовомеханического подхода. Рассмотрены конкретные процессы осцилляций нейтрино в веществе, подобном солнечному, а именно с рождением нейтрино в электронном захвате ядрами ${}^7\text{Be}$ и регистрацией посредством галлий-германиевого или сцинтилляционного детектора типа *Wogehino*. Обсуждается эффект Михеева–Смирнова–Вольфенштейна, приводятся результаты численного моделирования.

^{*} volobuev@theory.sinp.msu.ru

[†] egorov@theory.sinp.msu.ru

1. ОСНОВЫ ПОДХОДА

Мы работаем в рамках минимального расширения Стандартной модели правыми синглетами нейтрино. Лагранжиан взаимодействия лептонов имеет вид

$$L_{\text{int}}^{\text{lep}} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left(\sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \sum_{i=1}^3 \bar{l}_{\alpha} \gamma^{\rho} (1 - \gamma^5) U_{\alpha i} \nu_i W_{\rho}^{-} + \text{h.c.} \right) + \frac{g \sin^2 \theta_w}{\cos \theta_w} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{l}_{\alpha} \gamma^{\rho} l_{\alpha} Z_{\rho} - \frac{g}{4 \cos \theta_w} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{l}_{\alpha} \gamma^{\rho} (1 - \gamma^5) l_{\alpha} Z_{\rho} + \frac{g}{4 \cos \theta_w} \sum_{i=1}^3 \bar{\nu}_i \gamma^{\rho} (1 - \gamma^5) \nu_i Z_{\rho}, \quad (1)$$

где l_{α} — поле заряженного лептона $\alpha = e, \mu, \tau$; $U_{\alpha i}$ — элемент матрицы смешивания нейтрино, ν_i — поле нейтрино с определенной массой m_i , а θ_w — угол Вайнберга.

Чтобы кратко пояснить идею обсуждаемого формализма, рассмотрим процесс осцилляций нейтрино в вакууме, где рождение и детектирование нейтрино происходят за счет обмена W -бозонами с ядрами. В низшем порядке теории возмущений этому процессу соответствует диаграмма Фейнмана (рис. 1)

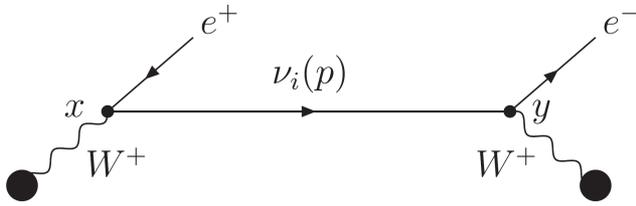


Рис. 1.

Точки рождения x и регистрации y предполагаются разделенными фиксированным макроскопическим расстоянием. Черные кружки соответствуют матричным элементам слабого адронного тока, описывающим распад рождающего ядра и переход детектирующего ядра. Нейтрино является виртуальной частицей и описывается пропагатором Фейнмана в координатном представлении. Данная диаграмма должна быть просуммирована по типу i промежуточного нейтрино, что в конце концов и приведет к осцилляциям вследствие интерференции возможных амплитуд.

Амплитуда в координатном представлении, соответствующая диаграмме на рис. 1, может быть выписана по обычным правилам Фейнмана [18]. Если бы нас не интересовало взаимное положение вершин взаимодействия, как это происходит, когда мы рассматриваем обычные процессы рассеяния частиц в рамках формализма S-матрицы, то мы должны были бы проинтегрировать полученную амплитуду по координатам x и y без ограничений. Однако в нашем случае экспериментальная ситуация такова, что расстояние между вершинами макроскопически велико и фиксировано. Чтобы учесть особенности эксперимента, прежде чем интегрировать по координатам x и y , мы умножаем амплитуду в координатном представлении на допол-

нительную дельта-функцию $\delta(\mathbf{n}(\mathbf{y} - \mathbf{x}) - L)$, фиксирующую расстояние L между точками взаимодействия вдоль единичного вектора \mathbf{n} , направленного от источника нейтрино к детектору. Таким образом происходит обобщение стандартного пертурбативного формализма для описания процессов, происходящих на конечных расстояниях.

Введение данной дельта-функции формально эквивалентно замене фейнмановского пропагатора $S_i^c(y - x)$ массового нейтрино ν_i в координатном представлении на конструкцию $S_i^c(y - x) \delta(\mathbf{n}(\mathbf{y} - \mathbf{x}) - L)$. Фурье-преобразование последнего выражения дает нам зависящий от расстояния пропагатор массового состояния нейтрино в импульсном представлении:

$$S_i^c(p, L, \mathbf{n}) \equiv \int d^4z e^{ipz} S_i^c(z) \delta(\mathbf{n}z - L). \quad (2)$$

В данном случае этот интеграл может быть вычислен точно при помощи контурного интегрирования. Однако, как было показано в работе [8], виртуальные частицы, распространяющиеся на макроскопически большие расстояния, находятся почти на массовой поверхности, поэтому пропагатор (2) можно вычислять в приближении $|p^2 - m_i^2| / (\mathbf{p}\mathbf{n})^2 \ll 1$. Тогда ответ принимает простую форму

$$S_i^c(p, L, \mathbf{n}) = i \frac{\hat{p} + m_i}{2\mathbf{p}\mathbf{n}} e^{i \frac{p^2 - m_i^2}{2\mathbf{p}\mathbf{n}} L}. \quad (3)$$

Использование такого зависящего от расстояния пропагатора позволяет просто и последовательно описать осцилляции нейтрино в вакууме [12–16]. Аналогичным образом могут быть описаны и осцилляции нейтрино в магнитном поле [17].

2. ЗАВИСЯЩИЙ ОТ РАССТОЯНИЯ ПРОПАГАТОР В ВЕЩЕСТВЕ

В случае осцилляций нейтрино в вакууме (либо в магнитном поле, для которого мы можем пренебречь переходными моментами) каждое массовое состояние нейтрино распространяется независимо от остальных, т.е. уравнение движения может быть записано для каждого массового состояния по отдельности, без «перепутывания» различных состояний. В более сложном

случае осцилляций нейтрино в веществе это не так. Распространяясь в веществе, нейтрино испытывают когерентное упругое рассеяние вперед на его частицах (электронах и ядрах), обусловленное взаимодействием через слабые заряженные и нейтральные токи. Вследствие этого взаимодействия различные массовые состояния нейтрино получают возможность переходить друг в друга во время распространения через среду, и пропагатор нейтрино становится недиагональным по типу нейтрино. Таким образом, распространение всех типов нейтрино должно описываться единой функцией Грина, учитывающей их взаимные превращения на своем пути. Уравнение движения для нейтрино в веществе имеет вид [19]

$$\left[i\hat{\partial} - M - \frac{1}{2}P^e \hat{f}_{CC} (1 - \gamma^5) - \frac{1}{2}\hat{f}_{NC} (1 - \gamma^5) \right] \Psi(x) = 0, \quad (4)$$

где знак « $\hat{\cdot}$ » обозначает свертку 4-вектора с гамма-матрицами, M — массовая матрица нейтрино, P^e — проектор на состояние электронного нейтрино, f_{CC}^p и f_{NC}^p — эффективные потенциалы, описывающие взаимодействие нейтрино со средой через заряженные (CC) и нейтральные (NC) токи, а $\Psi(x)$ представляет собой $4n_f$ -компонентный объект, составленный из n_f дираковских биспиноров (n_f — количество нейтринных флейворов). Уравнение (4) можно рассматривать в различных унитарно-эквивалентных представлениях, для которых вид M , P^e и $\Psi(x)$ будет отличаться.

В случае всех трех ароматов нейтрино волновая функция $\Psi(x)$ представляет собой 12-компонентный столбец, и построение зависящего от расстояния пропагатора является очень сложной задачей. Поэтому в настоящей работе ограничимся только двумя ароматами нейтрино. Материю, в которой нейтрино распространяются, будем считать однородной, неполяри-

зованной и покоящейся, тогда эффективные потенциалы взаимодействия оказываются пропорциональными друг другу [20],

$$f_{CC}^p = f^p, \quad f_{NC}^p = a f^p. \quad (5)$$

Вследствие того, что среда считается неподвижной, у 4-вектора f^p отлична от нуля только нулевая компонента, равная $f^0 = V_{CC} = \sqrt{2} G_F N_e$, где G_F — константа Ферми, а N_e — плотность числа электронов среды. Тогда коэффициент пропорциональности есть $a = -N_n/2N_e$, где N_n — плотность числа нейтронов среды.

С технической точки зрения оказывается удобнее находить функцию Грина уравнения (4) в флейворном представлении, для которого диагональны проекторы на флейворные состояния, в частности, $P^e = \text{diag}(1, 0)$, а массовая матрица недиагональна и имеет вид

$$M = U \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} U^\dagger = \begin{pmatrix} m_1 \cos^2 \theta + m_2 \sin^2 \theta & \Delta m \sin \theta \cos \theta \\ \Delta m \sin \theta \cos \theta & m_1 \sin^2 \theta + m_2 \cos^2 \theta \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где $\Delta m = m_2 - m_1$, а θ — угол смешивания нейтрино. Волновая функция нейтрино тогда есть восьмикомпонентный столбец

$$\Psi(x) = \begin{pmatrix} \nu_e(x) \\ \nu_\mu(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_i U_{ei} \nu_i(x) \\ \sum_i U_{\mu i} \nu_i(x) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Функция Грина уравнения (4) в флейворном базисе может быть представлена в виде [20]

$$G(p) = \begin{pmatrix} \hat{p} - \frac{1+a}{2}\hat{f}(1-\gamma^5) + M_{ee} & M_{e\mu} \\ M_{e\mu} & \hat{p} - \frac{a}{2}\hat{f}(1-\gamma^5) + M_{\mu\mu} \end{pmatrix} \times \sum_{\zeta=\pm 1} \begin{pmatrix} F_2(p, \zeta) & \frac{1}{2} \sin 2\theta \left[\Delta m^2 + \frac{\Delta m}{2} \hat{f}(1-\gamma^5) \right] \\ \frac{1}{2} \sin 2\theta \left[\Delta m^2 - \frac{\Delta m}{2} \hat{f}(1-\gamma^5) \right] & F_1(p, \zeta) \end{pmatrix} \times \left[F_1(p, \zeta) F_2(p, \zeta) - \left(\frac{\Delta m^2}{2} \right)^2 \sin^2 2\theta \right]^{-1} \frac{1 + \zeta S}{2}, \quad (8)$$

где $M_{\alpha\beta}$ — элементы массовой матрицы (6),

$$S = \frac{[\hat{p}, \hat{f}] \gamma^5}{2R} \quad (9)$$

есть обобщенный оператор спиральности с собственными значениями $\zeta = \pm 1$, и введены обозначения $R \equiv \sqrt{(fp)^2 - f^2 p^2}$,

$$F_1(p, \zeta) \equiv p^2 - (1+a)fp + \zeta(1+a)R - m_1^2 \cos^2 \theta - m_2^2 \sin^2 \theta,$$

$$F_2(p, \zeta) \equiv p^2 - a fp + \zeta a R - m_1^2 \sin^2 \theta - m_2^2 \cos^2 \theta. \quad (10)$$

Подставим функцию Грина (8) в определение (2) зависящего от расстояния пропагатора и вычислим интеграл. Воспользуемся приближениями $(fp)^2 \gg f^2 p^2 \Rightarrow R \approx fp$, а также $\Delta m^2 \gg \Delta m f^0$ (что означает слабость взаимодействия нейтрино с материей),

$|\mathbf{p}| - (\mathbf{p}\mathbf{n}) \ll |\mathbf{p}|$ (одномерное приближение, т.е. мы считаем, что все нейтрино движутся вдоль направления \mathbf{n}), $p^2 - m_i^2 \ll |\mathbf{p}|^2$ (близость нейтрино к массовой поверхности) и $|\mathbf{p}| \gg m_i$ (пренебрегаем массами

нейтрино в сравнении с их энергиями). В результате получаем зависящий от расстояния пропагатор нейтрино в веществе постоянной плотности в импульсном представлении в флейворном базисе в двухфлейворном приближении (по блокам):

$$G_{ee}(p, L) = i \left(\cos^2 \theta e^{i \frac{p^2 - m_1^2}{2|\mathbf{p}|} L} + \sin^2 \theta e^{i \frac{p^2 - m_2^2}{2|\mathbf{p}|} L} \right) (1 + \gamma^5) \frac{\hat{p}}{4|\mathbf{p}|} + i \left(\cos^2 \theta_M e^{i \frac{p^2 - (1/2+a)A_{CC} - m_{1M}^2}{2|\mathbf{p}|} L} + \sin^2 \theta_M e^{i \frac{p^2 - (1/2+a)A_{CC} - m_{2M}^2}{2|\mathbf{p}|} L} \right) (1 - \gamma^5) \frac{\hat{p}}{4|\mathbf{p}|}, \quad (11)$$

$$G_{e\mu}(p, L) = G_{\mu e}(p, L) = -i \left(e^{i \frac{p^2 - m_1^2}{2|\mathbf{p}|} L} - e^{i \frac{p^2 - m_2^2}{2|\mathbf{p}|} L} \right) \sin 2\theta (1 + \gamma^5) \frac{\hat{p}}{8|\mathbf{p}|} - i \left(e^{i \frac{p^2 - (1/2+a)A_{CC} - m_{1M}^2}{2|\mathbf{p}|} L} - e^{i \frac{p^2 - (1/2+a)A_{CC} - m_{2M}^2}{2|\mathbf{p}|} L} \right) \sin 2\theta_M (1 - \gamma^5) \frac{\hat{p}}{8|\mathbf{p}|}, \quad (12)$$

$$G_{\mu\mu}(p, L) = i \left(\sin^2 \theta e^{i \frac{p^2 - m_1^2}{2|\mathbf{p}|} L} + \cos^2 \theta e^{i \frac{p^2 - m_2^2}{2|\mathbf{p}|} L} \right) (1 + \gamma^5) \frac{\hat{p}}{4|\mathbf{p}|} + i \left(\sin^2 \theta_M e^{i \frac{p^2 - (1/2+a)A_{CC} - m_{1M}^2}{2|\mathbf{p}|} L} + \cos^2 \theta_M e^{i \frac{p^2 - (1/2+a)A_{CC} - m_{2M}^2}{2|\mathbf{p}|} L} \right) (1 - \gamma^5) \frac{\hat{p}}{4|\mathbf{p}|}. \quad (13)$$

Здесь введены обозначения для эффективных квадратов масс нейтрино и их угла смешивания в веществе

$$m_{1M}^2 \equiv \frac{1}{2} (m_1^2 + m_2^2 - \Delta m_M^2), \quad (14)$$

$$m_{2M}^2 \equiv \frac{1}{2} (m_1^2 + m_2^2 + \Delta m_M^2),$$

$$\Delta m_M^2 \equiv m_{2M}^2 - m_{1M}^2 = \sqrt{(\Delta m^2 \cos 2\theta - A_{CC})^2 + (\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta}, \quad (15)$$

$$A_{CC} \equiv 2fp = 2|\mathbf{p}|f^0, \quad \sin 2\theta_M = \frac{\Delta m^2 \sin 2\theta}{\Delta m_M^2}, \quad (16)$$

которые совпадают с таковыми, полученными в рамках стандартного квантовомеханического подхода.

Проанализируем структуру выражений (11)–(13) и сравним их с зависящим от расстояния пропагатором (3) нейтрино в вакууме. Пропагатор (3) записан в массовом представлении, где имеет диагональную структуру, и для наглядности нам следует преобразовать его в флейворное представление, рассмотрев конструкцию $U \text{diag}(S_1^c, S_2^c) U^\dagger$ [или, что то же самое, положить в выражениях (11)–(13) равным нулю потенциал взаимодействия со средой, т.е. $A_{CC} = 0$]. Легко видеть, что первые слагаемые в (11)–(13) [с фактором $(1 + \gamma^5)$] соответствуют правым нейтрино, которые со средой не взаимодействуют и потому распространяются свободно, т.е. характеризуются вакуумными значениями масс и угла смешивания, как это и ожидается из общих соображений. Вторые же слагаемые [с фактором $(1 - \gamma^5)$] соответствуют левым нейтрино, кото-

рые за счет взаимодействия с веществом получают эффективные массы и угол смешивания, отличные от вакуумных. Любопытно, что, несмотря на использование большого числа приближений, описанных выше, коэффициенты перед экспонентами, описывающими левые нейтрино с эффективными массами m_{1M} и m_{2M} , в сумме получаются точно равными единице, как и в случае вакуума.

3. ОПИСАНИЕ ОСЦИЛЛЯЦИЙ НЕЙТРИНО В ВЕЩЕСТВЕ

Вычислив зависящий от расстояния пропагатор (11)–(13) в веществе, мы готовы рассмотреть процесс, подобный изображенному на диаграмме (0), где нейтрино распространяется в веществе между точками рождения и детектирования. Поскольку нейтрино отсутствуют в начальном и конечном состояниях, мы можем сразу воспользоваться блоком $G_{ee}(p, L)$ пропагатора, даваемым формулой (11). Соответствующая диаграмма имеет вид (рис. 2), где обозначены 4-импульсы частиц, а $J_\rho^{(k)}$, $k = 1, 2$, есть матричные элементы слабого адронного тока.

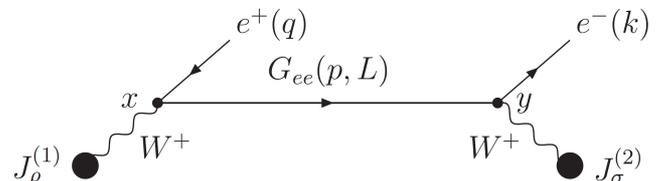


Рис. 2.

Амплитуда этого процесса в импульсном представлении в приближении взаимодействия Ферми имеет вид

$$M = \frac{G_F^2}{2} J_\sigma^{(2)} \cdot \bar{u}(\mathbf{k}) \gamma^\sigma (1 - \gamma^5) G_{ee}(p, L) \gamma^\rho (1 - \gamma^5) v(\mathbf{q}) \cdot J_\rho^{(1)} = i \frac{G_F^2}{8 |\mathbf{p}|} J_\rho^{(1)} J_\sigma^{(2)} \cdot \bar{u}(\mathbf{k}) \gamma^\sigma (1 - \gamma^5) [A_R (1 + \gamma^5) + A_L (1 - \gamma^5)] \hat{p} \gamma^\rho (1 - \gamma^5) v(\mathbf{q}), \tag{17}$$

где A_R и A_L обозначают соответствующие правым и левым нейтрино s -числовые конструкции, заключенные в круглые скобки в выражении (11), а поляризационные индексы фермионов опущены для краткости. Как мы сразу можем увидеть, правые нейтрино не дают никакого вклада, и осцилляции в итоге будут определяться величиной $|A_L|^2$.

Пренебрежем, где это допустимо, массами нейтрино, как это делалось при выводе зависящего от расстояния пропагатора (11)–(13). Следуя рецепту, сформулированному в работах [13–15], учитывая, что детектируются только те нейтрино, чей импульс направлен вдоль вектора \mathbf{n} , получаем окончательное выражение для дифференциальной вероятности процесса:

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int_{|\mathbf{p}|_{\min}}^{|\mathbf{p}|_{\max}} \frac{d^3 W_P}{d^3 p} W_D P_{ee}^M(|\mathbf{p}|, L) |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}|. \tag{18}$$

Здесь $\frac{d^3 W_P}{d^3 p}$ — дифференциальная вероятность распада рождающего ядра с образованием безмассового фермиона с определенным импульсом \mathbf{p} , W_D — вероятность рассеяния безмассового фермиона с импульсом \mathbf{p} на детектирующем ядре с образованием электрона,

$$P_{ee}^M(|\mathbf{p}|, L) = 1 - \sin^2 2\theta_M \sin^2 \left(\frac{\Delta m_M^2 L}{4|\mathbf{p}|} \right) \tag{19}$$

есть вероятность осцилляций нейтрино в веществе, совпадающая с результатом стандартного квантовомеханического описания в соответствующих приближениях. Интеграл в (18) выражает тот факт, что экспериментальная ситуация фиксирует только направление импульса нейтрино, но не его абсолютную величину. Нижний предел интегрирования $|\mathbf{p}|_{\min}$ определяется порогом процесса детектирования, а верхний $|\mathbf{p}|_{\max}$ — законом сохранения 4-импульса в вершине рождения.

Если нейтрино рождается не в трехчастичном распаде ядра, а в реакции захвата электрона ядром, то полученный ответ (18) остается в силе, с той лишь разницей, что $\frac{d^3 W_P}{d^3 p}$ обозначает теперь дифференциальную вероятность процесса электронного захвата. Однако в этом случае закон сохранения энергии-импульса уже фиксирует импульс рождающегося нейтрино по модулю, поэтому величина $\frac{d^3 W_P}{d^3 p}$ оказывается сингулярна, и после интегрирования по модулю импульса нейтрино мы получаем

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{dW_P}{d\Omega} W_D P_{ee}^M(|\mathbf{p}|, L), \tag{20}$$

где $\frac{dW_P}{d\Omega}$ — дифференциальная вероятность рождения безмассового фермиона с импульсом в направлении \mathbf{n} в результате реакции e -захвата, а $|\mathbf{p}|$ уже не переменная, а конкретная величина, определяемая законом сохранения. Для таких процессов уже существенным является разброс начальных частиц по энергиям, что и будет теперь обуславливать потерю когерентности, поэтому для реалистичной оценки потребуется усреднить выражение (20) по распределениям импульсов начальных частиц.

4. НЕЙТРАЛЬНЫЙ ТОК

Аналогичным образом мы можем рассмотреть процессы нейтринных осцилляций, где нейтрино детектируется через взаимодействие со слабыми заряженным и нейтральными токами электрона. Однако здесь в конечном состоянии уже присутствует нейтрино, поэтому корректнее будет работать в массовом представлении, поскольку, согласно положениям квантовой теории поля, во взаимодействии рождаются именно массовые состояния частиц. Флейворные состояния нейтрино в конечном состоянии будут возникать эффективно на уровне вероятности процесса, если мы пренебрегаем массами нейтрино. Таким образом, рассматриваемому процессу соответствуют диаграммы рис. 3 и 4.

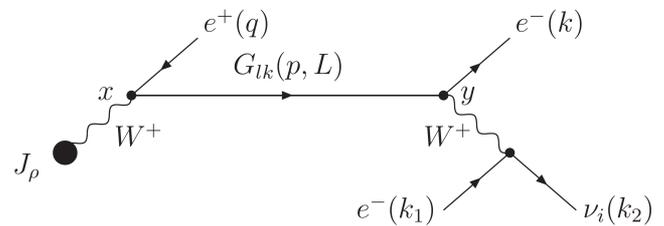


Рис. 3.

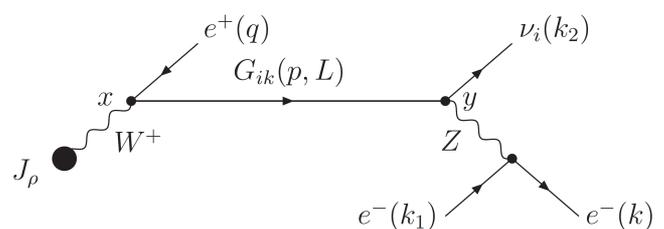


Рис. 4.

Здесь зависящий от расстояния пропагатор $G_{lk}(p, L)$ в веществе в массовом представлении получается из такого $G_{\alpha\beta}(p, L)$ в флейворном представлении, даваемого формулами (11)–

(13), поворотом на угол θ смешивания нейтрино, т.е. $G_{lk}(p, L) = \sum_{\alpha,\beta} (U_{\alpha l})^\dagger G_{\alpha\beta}(p, L) U_{\beta k}$. Выпишем его блоки в явном виде:

$$G_{11}(p, L) = i e^{i \frac{p^2 - m_1^2}{2|\mathbf{p}|} L} (1 + \gamma^5) \frac{\hat{p}}{4|\mathbf{p}|} + i \left(\cos^2(\theta - \theta_M) e^{i \frac{p^2 - m_1^2}{2|\mathbf{p}|} L} + \sin^2(\theta - \theta_M) e^{i \frac{p^2 - m_2^2}{2|\mathbf{p}|} L} \right) (1 - \gamma^5) \frac{\hat{p}}{4|\mathbf{p}|}, \quad (21)$$

$$G_{12}(p, L) = G_{21}(p, L) = i \sin(2\theta - 2\theta_M) \left(e^{i \frac{p^2 - m_1^2}{2|\mathbf{p}|} L} - e^{i \frac{p^2 - m_2^2}{2|\mathbf{p}|} L} \right) (1 - \gamma^5) \frac{\hat{p}}{8|\mathbf{p}|}, \quad (22)$$

$$G_{22}(p, L) = i e^{i \frac{p^2 - m_2^2}{2|\mathbf{p}|} L} (1 + \gamma^5) \frac{\hat{p}}{4|\mathbf{p}|} + i \left(\sin^2(\theta - \theta_M) e^{i \frac{p^2 - m_1^2}{2|\mathbf{p}|} L} + \cos^2(\theta - \theta_M) e^{i \frac{p^2 - m_2^2}{2|\mathbf{p}|} L} \right) (1 - \gamma^5) \frac{\hat{p}}{4|\mathbf{p}|}. \quad (23)$$

Диаграмма на рис. 3 должна быть просуммирована по индексам k, l , и, очевидно, это и даст нам обратно флейворный пропагатор $G_{ee}(p, L)$, как это было при рассмотрении процесса на рис. 2. Таким образом, соответствующая амплитуда в импульсном представлении есть

$$\begin{aligned} M_i^{cc} &= -\frac{G_F^2}{2} U_{ei}^* \bar{u}_{\nu_i}(\mathbf{k}_2) \gamma_\sigma (1 - \gamma^5) u_e(\mathbf{k}_1) \cdot \bar{u}_e(\mathbf{k}) (1 + \gamma^5) \gamma^\sigma \sum_{k,l} [U_{el} G_{lk}(p, L) U_{ek}^*] \gamma^\rho (1 - \gamma^5) v_e(\mathbf{q}) \cdot J_\rho = \\ &= -\frac{G_F^2}{2} U_{ei}^* \bar{u}_{\nu_i}(\mathbf{k}_2) \gamma_\sigma (1 - \gamma^5) u_e(\mathbf{k}_1) \cdot \bar{u}_e(\mathbf{k}) (1 + \gamma^5) \gamma^\sigma G_{ee}(p, L) \gamma^\rho (1 - \gamma^5) v_e(\mathbf{q}) \cdot J_\rho \end{aligned} \quad (24)$$

(здесь нижние индексы у спинорных функций u_{\dots} и v_{\dots} обозначают соответствие частицам). Амплитуда в импульсном представлении, соответствующая диаграмме на рис. 4, должна быть просуммирована только по k и имеет вид

$$\begin{aligned} M_i^{nc} &= \frac{G_F^2}{2} \left[\left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_w \right) \bar{u}_e(\mathbf{k}) \gamma_\sigma (1 - \gamma^5) u_e(\mathbf{k}_1) + \sin^2 \theta_w \bar{u}_e(\mathbf{k}) \gamma_\sigma (1 + \gamma^5) u_e(\mathbf{k}_1) \right] \times \\ &\quad \times \bar{u}_{\nu_i}(\mathbf{k}_2) (1 + \gamma^5) \gamma^\sigma \sum_k [G_{ik}(p, L) U_{ek}^*] \gamma^\rho (1 - \gamma^5) v_e(\mathbf{q}) \cdot J_\rho. \end{aligned} \quad (25)$$

Поскольку конечное нейтрино не детектируется, вероятность процесса должна быть просуммирована по типу i этого нейтрино. Окончательная дифференциальная вероятность процесса дается выражением

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int_{|\mathbf{p}|_{\min}}^{|\mathbf{p}|_{\max}} \frac{d^3 W_P}{d^3 p} W_D(L) |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}|, \quad (26)$$

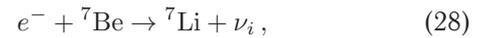
где дифференциальная вероятность рождения $\frac{d^3 W_P}{d^3 p}$ такая же, как в формуле (18), а вероятность детектирования теперь зависит от расстояния L как целое и дается формулой

$$W_D(L) = P_{ee}^M(|\mathbf{p}|, L) W_{\nu_e e} + [1 - P_{ee}^M(|\mathbf{p}|, L)] W_{\nu_\mu e}. \quad (27)$$

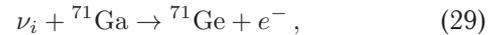
Здесь $W_{\nu_\alpha e}$ — вероятность взаимодействия флейворного состояния нейтрино ν_α с электроном, вычисленная в рамках Стандартной модели. Диапазон энергий нейтрино, доступных для регистрации данным конкретным детектором, учитывается в величинах $W_{\nu_\alpha e}$.

5. КОНКРЕТНЫЕ ПРИМЕРЫ

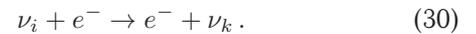
В качестве примера рассмотрим процессы в среде, подобной солнечной, где нейтрино рождается в результате электронного захвата ядром ${}^7\text{Be}$ в плазме,



а регистрируется либо галлий-германиевым детектором,



либо черенковским или сцинтилляционным детектором,



Начнем с Ga-Ge детектора. Реакции (28), (29) принадлежат к разрешенным переходам, поэтому при вычислении матричных элементов мы можем пренебречь зависимостью ядерных формфакторов от переданного импульса [21]. Пренебрегая также возможными вкладами от возбужденных состояний конечных ядер, мы

можем аппроксимировать дифференциальную вероятность рождения нейтрино (в нерелятивистском приближении) функцией [22]

$$\frac{dW_P}{d\Omega} = \left(C_{P1} + C_{P2} \frac{\mathbf{q}\mathbf{n}}{q^0} \right) |\mathbf{p}|^2, \quad (31)$$

а вероятность детектирования нейтрино функцией

$$W_D = C_D \sqrt{(|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{\min})(|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{\min} + 2m_e)} \times (|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{\min} + m_e). \quad (32)$$

Здесь C_{P1} , C_{P2} , C_D — некоторые константы, $q = (q^0, \mathbf{q})$ — 4-импульс электрона, захватываемого ядром бериллия, а величина $|\mathbf{p}|_{\min}$ та же самая, что и нижний предел интегрирования в формуле (18). Пренебрегая движением ядер галлия, имеем $|\mathbf{p}|_{\min} = 232$ кэВ. Единичный вектор \mathbf{n} , направленный от источника к детектору, в выражении (31) фактически означает скорость нейтрино, которая у нас имеет определенное направление и по модулю равна скорости света.

В ядре Солнца, которое является источником нейтрино, атомные ядра и электроны находятся в состоянии плазмы при температуре порядка 10^7 К. Электроны на 4 порядка легче ядер ${}^7\text{Be}$, поэтому именно первые дают основной вклад в термальное размытие энергий нейтрино, рождающихся в реакции (28), а ядра ${}^7\text{Be}$ можно считать покоящимися. Движение электронов при таких температурах является нерелятивистским [что согласовано с приближением, использованным при выводе формулы (31)], так что для учета разброса нейтрино по энергиям нам требуется усреднить вероятность (20) по импульсу \mathbf{q} начального электрона с распределением $f_{\text{МВ}}(\mathbf{q}, T)$ Максвелла-Больцмана, характеризуемым температурой T :

$$\overline{\frac{dW}{d\Omega}} = \int \frac{dW}{d\Omega} f_{\text{МВ}}(\mathbf{q}, T) d^3q. \quad (33)$$

Поскольку импульсы \mathbf{q} электронов распределены изотропно, интеграл от слагаемого при коэффициенте C_{P2} в (31) обратится в нуль, а коэффициент C_{P1} уйдет в общую нормировку.

Для проведения численной оценки мы будем использовать следующие значения параметров нейтрино [23]: $\Delta m^2 = 7,53 \cdot 10^{-5}$ эВ², $\sin^2 \theta = 0,307$. Температуру среды возьмем равной $T = 1,5 \cdot 10^7$ К, как предположительно в центре Солнца [24].

С точки зрения эксперимента наиболее интересны не сами осцилляции, а их асимптотическая величина. Поскольку среднее по L значение вероятности $P_{ee}^M(|\mathbf{p}|, L)$, даваемой формулой (19), все еще зависит от импульса $|\mathbf{p}|$ нейтрино, то общая формула для асимптотического значения не может быть получена даже для процесса с участием только заряженного тока. Для каждого конкретного процесса и набора параметров требуется своя численная оценка. На рис. 5

приведена зависимость нормированной асимптотической величины осцилляций в рассматриваемом случае от плотности N_e электронов среды, выраженной в числах Авогадро N_A на кубический сантиметр (для масштаба, плотность N_e в ядре Солнца составляет порядка $100 N_A/\text{см}^3$). Нормировка производится на значение вероятности в точке $L = 0$, так что нормированная асимптотическая величина представляет собой отношение потока нейтрино, теоретически доступного для наблюдения, к потоку, предсказываемому стандартной солнечной моделью.

Проанализируем зависимость, изображенную на рис. 5. Минимум функции, достигаемый при $N_e = 221 N_A/\text{см}^3$, соответствует максимальной доле участвующих в процессе нейтрино, энергии которых лежат в окрестности резонанса, даваемого условием стандартного вида:

$$\sin 2\theta_M = \frac{\Delta m^2 \sin 2\theta}{\Delta m_M^2} = 1 \Rightarrow A_{CC} = \Delta m^2 \cos 2\theta. \quad (34)$$

Для моноэнергетических нейтрино при выполнении данного условия вероятность обнаружить электрон в конечном состоянии периодически достигает нуля в зависимости от расстояния L , т.е. имеет место эффект Михеева–Смирнова–Вольфенштейна. Минимальная асимптотическая величина для рассматриваемого процесса с нейтрино от ${}^7\text{Be}$ близка к одной второй за счет относительного малого разброса нейтрино по энергии.

Нормированная вероятность процесса при плотности $N_e = 221 N_A/\text{см}^3$, реализующей минимум асимптоты, как функция расстояния L изображена на рис. 6.

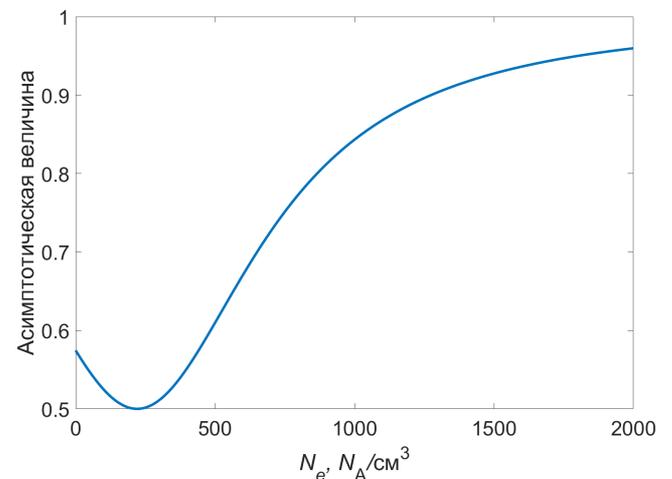


Рис. 5. Зависимость нормированного асимптотического значения осцилляций нейтрино от плотности N_e электронов среды; рождение нейтрино в e -захвате ${}^7\text{Be}$, регистрация в Ga-Ge детекторе

Как мы видим, вероятность зарегистрировать электрон почти обращается в нуль при малых L . Амплитуда осцилляций при таком значении плотности

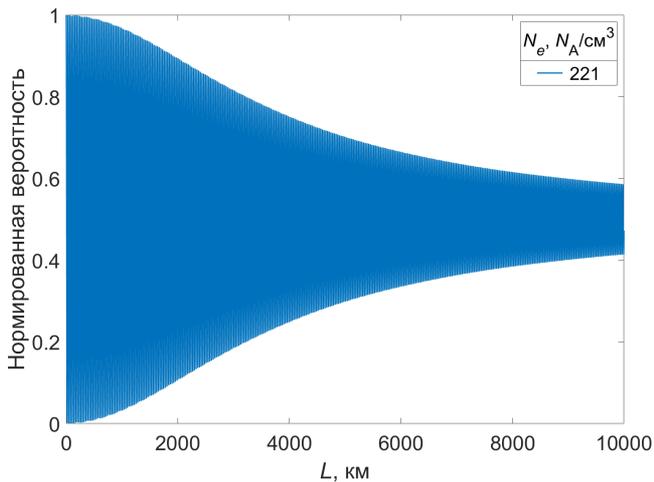


Рис. 6. Нормированная вероятность процесса осцилляций нейтрино при плотности вещества, реализующей минимум асимптотики, изображенной на рис. 5, для того же процесса. Из-за большого охватываемого масштаба в 10 тыс. км отдельные осцилляции не видны, зато хорошо видна их огибающая

N_e максимальна, и с расстоянием осцилляции выходят на свое минимальное асимптотическое значение. Однако, по сравнению с вакуумом, эффект МСВ оказывает лишь незначительное влияние на длину когерентности, которая, как и ранее, составляет порядка 10 тыс. км.

В заключение рассмотрим процесс нейтринных осцилляций, где нейтрино, рождаясь в той же самой реакции электронного захвата (28), регистрируются сцинтилляционным детектором. В качестве ориентира возьмем эксперимент Vogexino, который способен детектировать нейтрино с энергией примерно от 150 кэВ. Кривая осцилляций и зависимость асимптотического значения от плотности электронов среды имеют такой же вид, как уже показанные на рис. 5–6, так что мы не приводим их здесь. Нормированные асимптотические значения осцилляций в вакууме ($N_e = 0$), при $N_e = 30 N_A/\text{см}^3$ (как на 20% радиуса Солнца от его центра) и при $N_e = 100 N_A/\text{см}^3$ (как в центре Солнца) составляют, соответственно, 0.669, 0.656 и 0.630. Это несколько выше, чем указывает анализ коллаборации Vogexino [25]. Причина может быть как в двухфлейворном приближении, дающем ошибку около 5% для вакуумного значения, так и в приближении постоянной плотности среды. Известно, что изменение плотности вещества на пути следования нейтрино может

существенно влиять на наблюдаемое значение потока нейтрино от Солнца [3], и рассмотрение этого эффекта является предметом дальнейшего исследования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе в рамках квантового теоретико-полевого подхода с зависящим от расстояния пропагатором были рассмотрены осцилляции нейтрино в веществе, подобном веществу Солнца. Использовалось приближение двух ароматов нейтрино, а среда считалась неподвижной, неполяризованной и имеющей постоянную на пути нейтрино плотность. Показано, что правые нейтрино, не взаимодействующие со средой, распространяются через материю свободно, то есть характеризуются вакуумными значениями масс и угла смешивания, в то время как левые нейтрино получают за счет взаимодействия с веществом эффективные массы и угол смешивания, отличные от вакуумных. Полученные выражения для эффективных разности квадратов масс и угла смешивания в веществе полностью совпадают с таковыми, полученными в рамках стандартного квантовомеханического подхода.

Рассмотрены конкретные процессы нейтринных осцилляций, а именно, где нейтрино рождается в реакции электронного захвата ядром ${}^7\text{Be}$, а детектируется галлий-германиевым или сцинтилляционным детектором. Изучена зависимость нормированного асимптотического значения от плотности электронов среды. Показано, что эффект Михеева-Смирнова-Вольфенштейна имеет место, но не оказывает значительного влияния на длину когерентности осцилляций.

Сравнение с данными Vogexino демонстрирует некоторую переоценку асимптотической величины, регистрируемой в земных экспериментах. Планируется изучить подробнее это отклонение, учтя переменную на пути нейтрино плотность вещества, а также все три аромата нейтрино.

Благодарности

Авторы выражают благодарность Э.Э. Боосу, А.Е. Лобанову, А.Е. Пухову, Л.М. Сладю, М.Н. Смольякову и Ю.И. Чувильскому за интересные и полезные обсуждения. Аналитические расчеты амплитуд выполнены с помощью пакетов CompHEP и REDUCE. Работа В.О. Егорова была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

[1] *Pontecorvo B.M.* // ЖЭТФ. 1957. **33**, №. 2. С. 549.
 [2] *Gribov V.N., Pontecorvo B.* // Phys. Lett. B. 1969. **28**. P. 493.
 [3] *Giunti C., Kim C.W.* // Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics. Oxford University Press, Oxford, 2007.

[4] *Bilenky S.* // Lect. Notes Phys. 2010. **817**. P. 1.
 [5] *Kayser B.* // Phys. Rev. D. 1981. **24**. P. 110.
 [6] *Giunti C., Kim C.W., Lee J.A., Lee U.W.* // Phys. Rev. D. 1993. **48**. P. 4310.
 [7] *Dolgov A.D., Okun L.B., Rotaev M.V., Schepkin M.G.* //

- arXiv:hep-ph/0407189 [hep-ph].
- [8] *Grimus W., Stockinger P.* // Phys. Rev. D. 1996. **54**. P. 3414.
- [9] *Beuthe M.* // Phys. Rept. 2003. **375**. P. 105.
- [10] *Cohen A.G., Glashow S.L., Ligeti Z.* // Phys. Lett. B. 2009. **678**. P. 191.
- [11] *Grimus W.* // J. Phys. G. 2020. **47**, N 8. P. 085004.
- [12] *Volobuev I.P.* // Int. J. Mod. Phys. A. 2018. **33**, N 13. P. 1850075.
- [13] *Egorov V.O., Volobuev I.P.* // Phys. Rev. D. 2018. **97**, N 9. P. 093002.
- [14] *Волобуев И.П., Егоров В.О.* // ЖЭТФ. 2019. **155**, №. 5. С. 839.
- [15] *Волобуев И.П., Егоров В.О.* // ТМФ. 2019. **199**, №. 1. С. 104.
- [16] *Egorov V.O., Volobuev I.P.* // Phys. Rev. D. 2019. **100**, N 3. P. 033004.
- [17] *Егоров В.О., Волобуев И.П.* // ЖЭТФ. 2022. **162**, №. 2. С. 226.
- [18] *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* // Введение в теорию квантованных полей. 4-ое изд. М., Наука, 1984.
- [19] *Lobanov A.E.* // Известия высших учебных заведений, физика. 2016. **59**, №. 11. С. 141.
- [20] *Chukhnova A.V., Lobanov A.E.* // EPJ Web Conf. 2018. **191**, P. 03002.
- [21] *Бор О., Моттельсон Б.* // Структура атомного ядра. Том 1. Одночастичное движение. М., Мир, 1971.
- [22] *Окунь Л.Б.* // Лептоны и кварки. 2-е изд. М., Наука, 1990.
- [23] *Zyla P.A., Barnett R.M., Beringer J., Dahl O., Dwyer D.A., Groom D.E., Lin C.-J., Lugovsky K.S., Pianori E., Robinson D.J. et al. (Particle Data Group)* // PTEP. 2020. **2020**, N 8. P. 083C01.
- [24] *Bahcall J.N., Pinsonneault M.H., Basu S.* // Astrophys. J. 2001. **555**. P. 990.
- [25] *Agostini M., Altenmüller K., Appel S., Atroshchenko V., Bagdasarian Z., Basilico D., Bellini G., Benziger J., Bick D., Bonfini G. et al. (Borexino Collaboration)* // Phys. Rev. D. 2017. **96**, N 9. P. 091103.

Description of neutrino oscillations in matter in the framework of quantum field theory

I. P. Volobuev^a, V. O. Egorov^b

*Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia*

E-mail: ^avolobuev@theory.sinp.msu.ru, ^begorov@theory.sinp.msu.ru

Within the framework of the perturbative quantum field-theoretical approach with the distance-dependent propagator, neutrino oscillations in matter are considered. In the approximation of two neutrino flavors, the distance-dependent propagator is constructed that describes the propagation of neutrinos in a stationary non-polarized homogeneous medium. Using this propagator, the corresponding probability of the neutrino oscillation process is found, where the neutrinos are detected through the weak charged- and neutral-current interactions. It is shown that the results coincide with those obtained in the framework of the standard quantum-mechanical description. Several specific examples of processes are considered and the MSW effect is discussed.

PACS: 03.70.+k, 11.10.-z, 14.60.Pq.

Keywords: quantum field theory, neutrino oscillations, Feynman diagram technique, distance-dependent propagator.

Received 18 May 2023.

Сведения об авторах

1. Волобуев Игорь Павлович — доктор физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел.: 8 (495) 939-35-72, e-mail: volobuev@theory.sinp.msu.ru.
2. Егоров Вадим Олегович — канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник; e-mail: egorov@theory.sinp.msu.ru.