

Анализ влияния силы гравитации на форму поверхности свободной струи жидкости в составе антенного элемента

С. В. Ходырев*

*Ярославский государственный университет имени П. Г. Демидова, физический факультет,
кафедра интеллектуальных информационных радиофизических систем
Россия, 150003, Ярославль, ул. Советская, д. 14/2*

(Поступила в редакцию 12.10.2022; подписана в печать 14.10.2022)

Был проведен учет воздействия силы тяжести на форму струи. На основе полученных результатов выполнено математическое моделирование ее формы, а в дальнейшем произведено электромагнитное моделирование антенны, содержащей полученную форму. Произведен сравнительный анализ результатов с формой без учета силы тяжести. Из сравнения дана оценка влияния на характеристики антенны.

PACS: 47.35.Pq, 84.40.Ba

УДК: 532.594, 537.867

Ключевые слова: антенна, капиллярный распад струи, сила тяжести, моделирование, характеристики.

ВВЕДЕНИЕ

Сегодня активно исследуются перспективные средства для развития связи специального и гражданского назначения. Причиной этому стали множества факторов, например, необходимость более компактного и эффективного использования уже исследованных диапазонов частот, так и освоение новых высокочастотных диапазонов. В свою очередь это подталкивает исследователей на разработку новых конструкций и методов построения антенной техники, которая используется в беспроводной связи.

Одним из перспективных направлений в этой области стали антенны с реконфигурируемой формой, геометрией. От таких конструкций требуют, как правило, устойчивость характеристик при изменении формы и управление свойствами в широком диапазоне. Пути построения реконфигурируемых антенн могут быть разными: электрические, механические и материальные. В дальнейшем речь пойдет именно об антеннах с материальной реконфигурацией, а именно будем рассматривать антенны, содержащие в себе жидкое вещество. Данная реконфигурация позволяет управлять характеристиками антенного элемента за счет изменения состава проводящей жидкости (изменения концентрации раствора, выбор другого вещества), так и геометрии антенны в виду свойств текучести жидкости и возможности придать ей любую форму. В исследованиях [1–6] и патентах [7, 8] представлена именно материальная реконфигурация и показана принципиальная возможность применения такого рода антенн, где в качестве одного из элементов (излучателя) предлагается использование жидкости. В них также показана схожесть характеристик с характеристиками проволочной антенны.

Однако, стоит заметить, что в большинстве исследований поверхность жидкости ограничена диэлектри-

ческой оболочкой, что позволяет менять конструкцию антенны путём изменения формы сосуда [9–12]. Подобное построение антенного элемента позволяет пренебрегать электрогидродинамическими эффектами на поверхности струи связанными с наличием свободной поверхности. Но в 1879 г. лордом Рэлеем теоретически было показано, что свободная, цилиндрическая струя жидкости неустойчива к капиллярным волнам на ее свободной поверхности [13]. Для свободно вытекающей из круглого отверстия струи, это означает, то что сплошная ее часть, будет ограничена каким-то участком, который не распался на капли. Физически этот процесс происходит следующим образом: Изначально малая амплитуда капиллярных волн с неустойчивой модой экспоненциально нарастает во времени, что в дальнейшем приводит струю к распаду на капли. Возможность управлять данным распадом в контексте его применимости к антенному элементу позволяет изменять эффективную длину антенны (уменьшать ее или удлинять). Это в свою очередь позволяет двигать частотный диапазон антенного элемента. Ранее было произведено исследование такого рода антенн в сравнении с конструкцией из металла, и была показана принципиальная возможность создания такого рода антенн [14]. Но в нем было выполнено пренебрежение рядом некоторых эффектов, таких как действие электрического поля, которое, как ожидается окажет дестабилизирующий эффект на процесс распада, а также действие поля силы тяжести.

В настоящем исследовании перед нами будет стоять цель исследовать воздействие поля силы тяжести на капиллярный распад струи, а также рассмотреть его влияние на форму поверхности струи, и как следствие на характеристики исследуемого антенного элемента. Для этого мы проведем расчеты аналогичные [14] и на их основе построим гидродинамическую модель струи на поверхности которой учтем влияние капиллярных волн, а также эффект воздействия силы тяжести. Из полученных расчетов определим форму поверхности струи. Затем проведем математическое моделирование полученного антенного элемента в про-

* sv-khodyrev@mail.ru

грамме для численного электродинамического расчета и получим направленные и частотные характеристики нашего объекта.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМЫ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ С УЧЕТОМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ В СОСТАВЕ АНТЕННЫ

Рассмотрим несжимаемую идеальную жидкость, свободно вытекающую вниз из круглого отверстия насадки с постоянной скоростью U_0 и ускорением свободного падения g . Таким образом мы получаем, что поверхность струи жидкости представляет из себя цилиндр радиуса R . Капиллярные силы характеризуются коэффициентом поверхностного натяжения γ , а плотность жидкости ρ . На поверхности жидкости возмущены капиллярные волны малой амплитуды $\zeta \ll R$. Для простоты дальнейшие расчеты будем проводить в цилиндрической системе координат, относительно которой ось струи будет неподвижна. Таким образом, полная математическая формулировка задачи по определению гидродинамического потенциала ψ в модели потенциального течения жидкости, гидродинамического давления p в жидкости и отклонения формы $\xi(\varphi, z, t)$ поверхности от равновесной в цилиндрической системе координат (φ, z, t) , в которой ось Oz совпадает с осью симметрии струи, а сама жидкость в среднем неподвижна записывается следующим образом [14, 15]:

$$0 < r < R + \xi: \quad \Delta\psi = 0. \quad (1)$$

Кинематическое граничное условие:

$$r = R + \xi: \quad -\rho \partial_t \xi + \partial_r \psi = 0, \quad (2)$$

динамическое граничное условие:

$$r = R + \xi: \quad p - p_0 - \gamma (\nabla \cdot \mathbf{n}) = 0, \quad (3)$$

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{e}_r - \frac{1}{r} \partial_\varphi \xi - \mathbf{e}_z \partial_z \xi}{\sqrt{1 + \frac{1}{r^2} (\partial_\varphi \xi)^2 + (\partial_z \xi)^2}},$$

здесь p_0 — константа, имеющая смысл атмосферного давления, $\mathbf{n}$ — вектор внешней нормали к поверхности жидкости, $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z)$ — единичные вектора. Отклонение от свободной поверхности от равновесного состояния $r = R$ описывается функцией $F(r, \varphi, z, t) = r - (R + \xi(\varphi, z, t))$. Уравнения (1)–(3) также требуется дополнить естественным граничным условием, ограничивающим скорость на оси цилиндра $r = 0$.

Задача решается методом разложения по малому параметру $\eta = \zeta k$, пропорциональному амплитуде капиллярных волн на поверхности струи и волновому числу k , которое определяет волновую моду на поверхности струи, как правило наиболее неустойчивую. В результате чего, функции для отклонения формы от равновесной поверхности и гидродинамического потенциала

представляются в виде ряда:

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \psi \end{pmatrix} = \eta \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \psi_1 \end{pmatrix} + O(\eta^2), \quad (4)$$

где нижний индекс характеризует порядок малости, а символ O — это символ Ландау, описывающий порядок малости остаточных членов. Порядки малости старше первого мы рассматривать не будем, так как в исследовании [14] было показано, что выигрыш в точности не превышает 1%, но при этом сильно усложняет получаемые в дальнейшем уравнения. Подставляя далее уравнение (4) в (1)–(2), мы разбиваем полученную задачу на порядки малости. А кинематическое и динамическое граничное условие сносится по известной процедуре [16, 17] на равновесный уровень $r = R$. В конечном итоге, мы получаем формулировку задачи в первом порядке малости, решив которую мы получим выражения для формы поверхности и гидродинамического потенциала. Вид задачи:

$$r < R: \quad \Delta\psi_1 = 0; \quad (5)$$

$$r = R: \quad -\rho \partial_t \xi_1 + \partial_r \psi_1 = 0, \quad (6)$$

$$-\partial_t \psi_1 + \frac{\gamma}{r^2} \xi_1 + \frac{1}{r} \partial_\varphi \phi \xi_1 + \gamma \partial_{zz} \xi_1 = 0. \quad (7)$$

Заметим, что в полученных уравнениях не фигурируют слагаемые с ускорением свободного падения g , это связано с тем, что все слагаемые, его содержащие остались в нулевом порядке малости и в дальнейшем не повлияют на характеристики волнового движения на поверхности струи. Но окажет влияние на длину антенного элемента, как будет показано далее.

2. ПОСТРОЕНИЕ ФОРМЫ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ

Решая уравнения (5)–(7) стандартными методами математической физики, мы находим решения для гидродинамического потенциала ψ_1 , функцию отклонения от равновесной поверхности ξ , а также дисперсионное соотношение, связывающее круговое число ω , с волновым числом k и другими параметрами задачи. Получившиеся выражения [14]:

$$\psi_1(r, \phi, z) = -\frac{\zeta \omega Jm(-ikr)}{2k J'm(-ikR)} e^{i(m\phi + kz + \omega t)} + C.C.; \quad (8)$$

$$\xi_1(\phi, z, t) = \frac{\zeta}{2} e^{i(m\phi + kz + \omega t)} + C.C.; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \omega^2(k) = \\ = \frac{(-1 + R(m^2 + k^2 R)) \gamma (k R I_{m-1}(k R) - m I_m(k R))}{\rho R^3 I_m(k R)}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $C.C.$ — комплексно сопряженные слагаемые, m — азимутальное число, J_m — функция Бесселя первого рода, Im — модифицированная функция Бесселя первого рода. Отметим, что решение проводилось в безразмерных переменных, таких как $\rho = \gamma = R = 1$ (стандартных для такого типа задач). В этих переменных был произведен анализ дисперсионного соотношения (10) в результате чего было получено, что наиболее неустойчивая мода наблюдается для азимутального числа $m = 0$ и ее волновое число равно $k = 0.7$. Именно при этих значениях струя оказывается наиболее неустойчивой к волновым возмущениям на своей поверхности, и при экспоненциальном росте они превысят радиус струи, что и будет означать ее распад на капли.

3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Анализ показал, что сила тяжести оказывает влияние на слагаемые нулевого порядка малости и не входит в дисперсионное уравнение. Однако, как было сказано ранее она все же повлияет на длину не распавшейся части струи. Опишем общую параметры модели и выпишем в явном виде выражения, описывающие форму струи. Начальный радиус струи определяется радиусом насадка R , а скорость вытекания из отверстия равна U_0 и определяется мощностью насоса, который качает жидкость. Длину нераспавшейся части обозначим, как L . Все дальнейшие результаты будем рассчитывать для морской воды соленостью 35 г/кг радиуса насадка $R = 2$ мм и скорости истечения жидкости $U_0 = 1.5$ м/с, а также ускорением свободного падения $g = 9.8$ м/с².

Поверхность струи определяется в соответствии с выражением (9), но для уточнения формы поверхности струи для модели с учетом силы тяжести, дополнительно добавим слагаемое пропорциональное единице деленной на корень 4 степени, которое дополнит ее профиль. Это дополнение связано с тем, что наша струя заряжена и на нее действует внешнее электрическое поле [18]. В результате этой добавки нераспавшаяся часть струи имеет сужающийся профиль на поверхности которого присутствуют капиллярные волны. Выпишем выражения для форм поверхности струи в явном виде для случая без учета силы тяжести (11) и с учетом силы тяжести с дополненным профилем струи (12):

$$R + 0.5R\zeta(e^{\omega t} + e^{-\omega t}) \cos(kU_0 t); \quad (11)$$

$$R + 0.5R\zeta \left[(e^{\omega t} + e^{-\omega t}) \cos(k(U_0 + gt)t) + \left(z_0 + U_0 t + \frac{gt^2}{2} \right)^{-1/4} \right]. \quad (12)$$

Слагаемое $\left(z_0 + U_0 t + \frac{gt^2}{2} \right)^{-1/4}$ отвечает за сужение формы поверхности, константа z_0 отвечает за началь-

ное положение отверстия и на дальнейший результат не оказывает влияния, поэтому из физических соображений выбирается равным 1, по причине неопределенности $1/\sqrt[4]{z(t)}$ выражения в 0 и бесконечно больших значений вблизи нуля. Как видно из полученных форм поверхности появления воздействия гравитационных сил сказывается на изменении скорости движения жидкости, из равномерной она переходит в равноускоренное. Именно это изменение оказывает основной эффект на эффективную длину антенны и как следствие на ее характеристики. Развитие неустойчивости на поверхности струи определяется рядом факторов, а именно радиусом отверстия и физическими свойствами жидкости, например, плотностью, поверхностным натяжением, электропроводностью, вязкостью. Так для моды с максимальным инкрементом ω амплитуды колебания на поверхности, проявляющиеся при $k_R = 0.7$ советующее волновое число при выбранных параметрах модели равно 348.5 м⁻¹, а инкремент нарастания для полученного значения моды равен 32.48 с⁻¹. С ростом амплитуды колебаний, образующие поверхность струи линии, смыкаются в момент времени t_1 после которого происходит распад на капли. Образованная при этом нераспавшаяся часть струи для случая без учета гравитации и с учетом гравитации определяются следующим образом:

$$L_1 = U_0 t,$$

$$L_2 = U_0 t + \frac{gt^2}{2},$$

где L_1 — это длинная нераспавшейся части без учета гравитации, а L_2 — длина нераспавшейся части с учетом гравитации. Как видно из формул длинна нераспавшейся части для в случае учета силы гравитации изменятся по квадратичному закону, следовательно, длинна не распавшейся части струи окажется заметно больше. При этом время распада струи в обсуждаемой модели на сотые доли секунд уступает времени распада в предыдущей модели [14]. Это связано с приведенной добавкой связанной с действием электрического поля. Начальная амплитуда волн на поверхности выбирается равной $0.01R$, что для выбранного радиуса составляет 20 мкм.

Питание к антенне подводилось между токонесущим штырем длиной 200 мм и радиусом 0.1 мм, расположенным на оси струи и диском-рефлектором радиусом 25 мм расположенным у основания струи в середине которого вырезано отверстие, через которое поступает жидкость. Таким образом, струя становилась частью антенны.

Исследование проводилось в диапазоне частот от 0.1 до 2.5 ГГц, в связи с интересом применимости такого рода антенн в области частот 446 МГц (не лицензируемый диапазон частот) и частоты около 2.1 ГГц (нижний диапазон частот Wi-Fi).

Для электродинамического расчета были построены модели струй с учетом и без учета силы гравитации в соответствии с выражениями (11) и (12) и проведено сравнение полученных результатов для оценки существенности ее воздействия. В качестве характеристик для сравнения выбраны: коэффициент отражения от входа (S_{11}), эффективность излучения антенны (КПД), а также диаграммы направленности (ДН) на нескольких частотах, а именно на 450 МГц и на 2.1 ГГц.

Проведем сравнения характеристик рассчитанных моделей через параметр S_{11} , зависимость от частоты представлена на рис. 1. Он характеризует меру согласования исследуемой антенны и фидера. Спротивления фидера было выбрано равным 50 Ом по причине того, что при данной нагрузке фидер, например, коаксиальный кабель проводит через себя максимальную мощность. Как видно из полученной зависимости учет силы гравитации приводит к сдвигу в область более низких частот на величину от 1 до 150 МГц в зависимости от частотного участка и перераспределению пиков наибольшего согласования нагрузки (антенны) и фидера. Так в наиболее интересующих нас частотных областях наблюдается рассогласование на величину от 1 до 2 дБ, при том, что приемлемым является уровень в -10 дБ. В результате чего в не лицензируемом диапазоне частот требуется дополнительное согласование. Заметим, что при всем вышесказанном, резонансы (пики наибольшей согласованности) не сглаживаются и сохраняют свою периодическую структуру, т.е. изменение ширины частотного диапазона не наблюдается.

Аналогичная ситуация получается и для КПД антенны рис. 2. То есть форма графика сохраняет свой резонансный профиль без изменения ширины полосы частот, но со сдвигом в область низких частот. Однако, стоит заметить, что высоких частотах от 1.5 ГГц происходит уменьшение эффективности антенны, связанное с уменьшением согласования на этих частотах, как видно из графика на рис. 1.

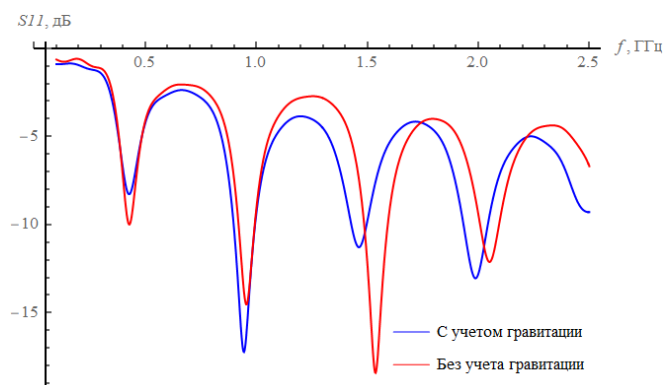


Рис. 1. Зависимость характеристики отражения от входа для двух моделей

Из рассмотренных двух графиков можно сделать промежуточный вывод: появления такого фактора, как

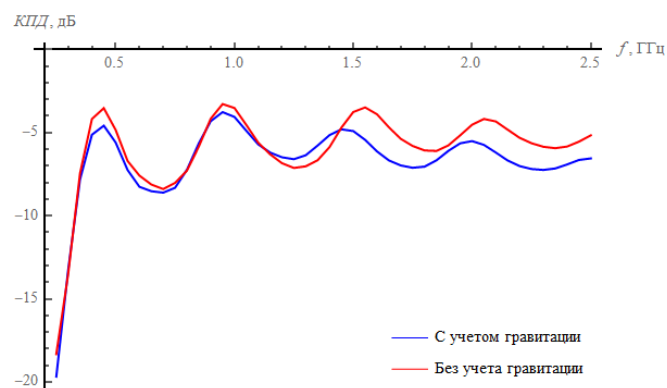


Рис. 2. Зависимость КПД антенного элемента для двух моделей

сила гравитации, приводит к изменению перераспределения токов на поверхности не распавшейся части струи, что приводит к сдвигу частотных характеристик антенны в область более низких частот с сохранением ширины полосы.

Диаграммы направленности (ДН) антенн, как правило, определяются формой самой антенны и элементами из которых она состоит. Так в нашем случае с помощью изменения нераспавшейся части струи можно изменять направление излучения. А т.к. в нашей конструкции имеется диск-рефлектор, то начиная с некоторой частоты мы можем наблюдать его вклад в общее направление излучения антенны. Предполагается, что струя жидкости будет стекать в емкость по типу «бассейна», а следовательно с другой стороны антенны образуется некий противовес диску-рефлектору. Правда, исследуемая модель и полученные результаты данный фактор не учитывают. Рассмотрим, какое влияние оказывают изменения в качестве увеличения нераспавшейся части струи на ДН. ДН на частоте в 450 МГц, приведенная на рис. 3, имеет форму тора с низкой направленностью и излучательной способностью, что характерно для данного типа антенн в этом диапазоне частот. Изменение эффективной длины антенны за счет учета силы гравитации приводит к повороту основного направления излучения на 3 градуса и незначительному усилению излучения в основном направлении на 0.1 дБ. С ростом частоты, как и предполагалось излучательная эффективность антенны растет, а ДН приобретает вид конуса, вершина которого (направление наибольшего усиления сигнала) направлена в сторону оси струи (рис. 4). Увеличение длины антенны, аналогично ситуации на малых частотах, приводит к повороту главного и боковых лепестков в направлении оси струи на величину порядка 4–5°. Также наблюдается перераспределение величины излучаемой мощности в направлении главного и боковых лепестков за счет сужения диаграммы направленности.

В результате изменения действующей длины антенны в связи с воздействием силы гравитации происходит поворот основного излучения антенны в направ-

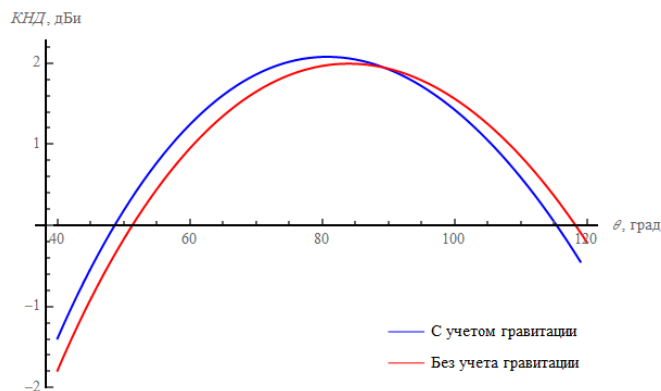


Рис. 3. Диаграмма направленности для двух моделей на частоте 450 МГц

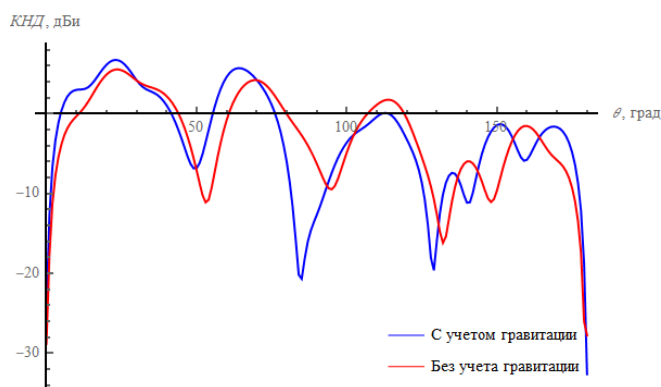


Рис. 4. Диаграмма направленности для двух моделей на частоте 2.1 ГГц

лении оси струи, а также перераспределении энергии в пользу усиления направленности антенны.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Были построены две гидродинамические модели капиллярного распада струи на капли: с учетом гравитационных сил и без их учета. Результаты электродинамического расчета двух антенн, содержащих в себе построенные гидродинамические модели струи, показывают, что учет влияния гравитационных сил необходим при построении антенных конструкций такого типа. А именно в результате исследования выяснили, что гравитационные силы не оказывают влияния на скорость роста капиллярной неустойчивости, но приводят к равноускоренному изменению движению потока жидкости, что в конечном итоге сказывается на частотных и направленных характеристиках антенны за счет изменения длины не распавшейся части струи. Можно заключить, что учет данного фактора приводит к сдвигу рабочего диапазона антенны в область более низких частот, а также к усилению направленности антенны в области высоких частот. Эффективность антенны падает на величину порядка 1–2 дБ в области высоких частот, это связано с перераспределением токов по цельной длине антенны и как следствие изменению участков согласования. Учет эффекта гравитации позволяет использовать полученные результаты и для более крупных моделей, например, с большим радиусом струи, однако, при этом уменьшиться инкремент для капиллярных волн на поверхности струи, что приведет ее к еще большему удлинению.

- [1] Jing Zhang, Chao Liu, Liang Zhou, Yu Feng Dai // Advanced Materials Research. 2013. **716**. P. 586.
- [2] Chao Feng, Fu-ping Deng, Liang Zhou, Guang Hong, Wei-xin Zhang // IEEE International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT). 2016. Beijing, 2016. P. 826.
- [3] Kosta Y., Kosta S. // IEEE Antennas and Propagation Society Symposium. 2004. USA, Monterey. CA. 2004. **3**. P. 2392.
- [4] O'Keefe S.G., Kingsley S.P. // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. 2007. **6**. P. 533.
- [5] Fayad H., Record P. // Electronics Letters. 2006. **42**, N 3. P. 133.
- [6] Kar S.J., Chakrabarty A., Sarkar B.K. // IEEE Middle East Conference on Antennas and Propagation. (MECAP 2010). Cairo, 2010, pp. 1-6.
- [7] Пат. 9537203 США, МКИ H01Q1/08; H01Q1/10; H01Q1/36. Antenna device/ Akimoto S., Yanagi T., Fukasawa T. (Japan); Mitsubishi Electric Corporation, Tokyo (Japan). N JP2015/051875; Заяв. 23.01.2015; Оpubл. 02.01.2017. 16 с., 15 л. ил.
- [8] Пат. 8169372 США, МКИ H01Q1/26. Electrolytic fluid antenna/ Tam D. W. S., San Diego, CA (US); The United States of America as represented by the Secretary of the Navy, Washington, DC (US). N 13/012,575; Заяв. 24.01.2011; Оpubл. 02.01.2017. 13 с., 9 л. ил.
- [9] Li G., Huang Y., Gao G. // International Journal of Electronics. 2018. **105**, N 4. P. 645
- [10] Ren Z., Qi S.S., Hu Z. // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2019. **67**, N 11. P. 6770.
- [11] Hu Z., Wu W., Shen Z.A // 2015 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting. Vancouver, BC, Canada, 2015. P. 2241.
- [12] Fan R.G., Qian Y.H., Chu, Q.X. // Microwave and optical technology letters. 2017. **59**, N 7. P. 2284.
- [13] Rayleigh L. // Proceedings of the London mathematical society. 1878. **1**, N 1. P. 4.
- [14] Очиров А. А. // Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. 2019. N 5. 1950401.
- [15] Левин В. Г. // Физико-химическая гидродинамика. 2-е изд. М.: ГИФМЛ, 1959.
- [16] McGoldrick L. F. // J. Fluid Mech. 1972. **52**, N 4. P. 723

[17] *Nayfeh A. H.* // J. Fluid Mech. 1971. **48**, N 3. P. 463

[18] *Шутов А.А., Захарьян А.А.* // ПМТФ. 1998. **39**. N 4. С. 12.

Analysis of the effect of gravity on the shape of the surface of a free liquid jet in an antenna element

S.V. Khodyrev

*Department of intelligent information radio physical system, Faculty of Physics, P.G. Demidos Yaroslavl State University
Yaroslavl 150003, Russia
E-mail: sv-khodyrev@mail.ru*

The effect of gravity on the shape of the jet was taken into account. Based on the results obtained, mathematical modeling of its shape was performed, and later electromagnetic modeling of the antenna containing the resulting shape was performed. A comparative analysis of the results with the shape without taking into account gravity is made. From the comparison, an assessment of the effect on the characteristics of the antenna is given.

PACS: 47.35.Pq, 84.40.Ba.

Keywords: antenna, capillary jet, gravity, modeling, characteristics.

Received 12 October 2022.

Сведения об авторах

1. Ходырев Святослав Витальевич — студент; тел.: (485) 279-77-70, e-mail: sv-khodyrev@mail.ru.
