

Описание осцилляций нейтрино в магнитном поле в КТП: протяженный неоднородный источник и проблема солнечных нейтрино

И. П. Волобуев,^{*} В. О. Егоров[†]

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*

(Поступила в редакцию 19.05.2022; подписана в печать 23.05.2022)

Осцилляции нейтрино в магнитном поле рассматриваются в пертурбативном квантовом теоретико-полево́м подходе с зависящим от расстояния пропагатором. Данный формализм применен для описания конкретных процессов осцилляций солнечных нейтрино, учтена протяженность и неоднородность источника, которым является ядро Солнца. Получены асимптотические формулы для вероятности нейтринных осцилляций в случаях, когда нейтрино детектируются через взаимодействие со слабыми заряженным и нейтральным токами. Показано, что полученные результаты хорошо согласуются с результатами экспериментов по измерению потока солнечных нейтрино.

PACS: 03.70.+k, 11.10.-z, 14.60.Pq

УДК: 539.123, 539.12.01, 530.145

Ключевые слова: квантовая теория поля, осцилляции нейтрино, диаграммная техника Фейнмана, проблема солнечных нейтрино, зависящий от расстояния пропагатор.

ВВЕДЕНИЕ

Стандартная модель позволяет с большой точностью описывать огромное количество различных процессов взаимодействия элементарных частиц при помощи формализма матрицы рассеяния и диаграммной техники Фейнмана. Однако не все явления могут быть описаны в рамках стандартной теории возмущений. Одно из таких явлений — осцилляции нейтрино, которые происходят на конечных пространственно-временных интервалах. Обычно осцилляции нейтрино описываются при помощи квантовой механики (в терминах плоских волн или волновых пакетов [1–5]), однако такие подходы являются непоследовательными, поскольку они имеют дело с флейворными состояниями нейтрино, которые нельзя понимать как настоящие квантовые состояния. Альтернативой является квантовый теоретико-полево́й подход в терминах волновых пакетов [6–11], но он предполагает очень громоздкие вычисления. В частности, поэтому в его рамках еще не были рассмотрены такие процессы с участием слабого нейтрального тока и в присутствии магнитного поля, которые будут обсуждаться в настоящей работе. Причина заключается в том, что стандартный S-матричный формализм плохо приспособлен для описания процессов, происходящих на конечных расстояниях и за конечное время.

В настоящей работе мы используем адаптированный для этих целей пертурбативный квантовый теоретико-полево́й подход [12–17]. Он основан на диаграммной технике Фейнмана в координатном представлении, дополненной модифицированными правилами перехода в импульсное представление. Последние отражают геометрию экспериментов по осцилляциям нейтрино

и приводят к модификации фейнмановских пропагаторов массовых состояний нейтрино в импульсном представлении. Появляются зависящие от расстояния пропагаторы, которые заменяют собой пропагаторы Фейнмана, в то время как остальные правила Фейнмана в импульсном представлении остаются без изменений. При этом в подходе не используются флейворные состояния нейтрино и волновые пакеты, и все участвующие в процессах частицы описываются плоскими волнами, что существенно упрощает вычисления.

Подход применен для описания осцилляций нейтрино в постоянном почти однородном магнитном поле. Считается, что нейтрино распространяется через область поля, но процессы рождения и детектирования происходят вне поля. Рассмотрены конкретные процессы нейтринных осцилляций, а именно рождение нейтрино в распадах ядер ^{15}O или электронном захвате ядрами ^7Be , а регистрация нейтрино посредством галлий-германиевого или водного черенковского детекторов. Рассматривается постановка эксперимента с солнечными нейтрино, учитывается протяженность и неоднородность источника. Получены асимптотические формулы для вероятности осцилляций нейтрино в этих случаях, и показано, что они находятся в хорошем согласии с результатами экспериментов по измерению потока солнечных нейтрино.

1. ЗАВИСЯЩИЙ ОТ РАССТОЯНИЯ ПРОПАГАТОР В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Мы работаем в рамках Стандартной модели, минимально расширенной правыми синглетами нейтрино. Лагранжиан взаимодействия лептонов имеет вид

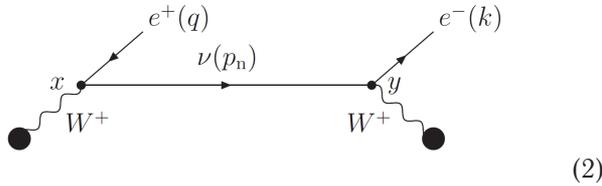
* volobuev@theory.sinp.msu.ru

† egorov@theory.sinp.msu.ru

$$L_{\text{int}}^{\text{lep}} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left(\sum_{i,k=1}^3 \bar{l}_i \gamma^\mu (1 - \gamma^5) U_{ik} \nu_k W_\mu^- + \text{h.c.} \right) + \frac{g \sin^2 \theta_w}{\cos \theta_w} \sum_{i=1}^3 \bar{l}_i \gamma^\mu l_i Z_\mu - \frac{g}{4 \cos \theta_w} \sum_{i=1}^3 \bar{l}_i \gamma^\mu (1 - \gamma^5) l_i Z_\mu + \frac{g}{4 \cos \theta_w} \sum_{k=1}^3 \bar{\nu}_k \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu_k Z_\mu, \quad (1)$$

где l_i — поле заряженного лептона i -го поколения, U_{ik} — матрица ПМНС, ν_k — поле нейтрино с определенной массой m_k , а θ_w — угол Вайнберга.

Рассмотрим процесс, где нейтрино рождается и детектируется за счет испускания и поглощения W -бозонов ядрами. Будем считать, что между точками рождения x и регистрации y нейтрино распространяются во внешнем электромагнитном поле $F_{\mu\nu}$, в то время как сами взаимодействия с ядрами происходят вне поля. В нижнем порядке теории возмущений процессу соответствует диаграмма:



Точки x и y предполагаются разделенными фиксированным макроскопическим расстоянием L вдоль единичного вектора \mathbf{n} , направленного из центра источника нейтрино в центр детектора нейтрино. Источник и детектор считаются точечными, т.е. их собственные размеры пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием, их разделяющим. Черные кружки соответствуют матричным элементам слабого адронного тока.

Промежуточное нейтрино является виртуальной частицей, и его взаимодействие с внешним электромагнитным полем через петли учитывается в стандартной теории посредством модификации пропагатора. Пренебрегая переходными магнитными моментами нейтрино, которые предполагаются много меньшими дипольных магнитных моментов μ_i , мы можем расцепить уравнения движения для каждого массового состояния нейтрино в поле, и тогда они примут вид

$$\left(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_i - \frac{1}{2} \mu_i F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \right) \nu_i(x) = 0, \quad (3)$$

где $\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu]$. В нашей модели (минимально расширенной СМ) $\mu_i = \mu_0 m_i$, где посчитанный в одной петле параметр $\mu_0 = 3eG_F/8\sqrt{2}\pi^2$. Таким образом, для экспериментально разрешенных масс нейтрино магнитные моменты нейтрино оказываются как минимум на 10 порядков меньше, чем магнетон Бора, но они могут быть и больше в других расширениях СМ.

Сразу подчеркнем, что мы сначала рассмотрим случай постоянного однородного магнитного поля \mathbf{H} , $F_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu k 0} H^k$, $k = 1, 2, 3$, $\varepsilon_{0123} = 1$, и найдем функцию Грина $G_i(y-x)$ уравнения (3) в координатном представлении. Тогда амплитуда процес-

са в этом представлении может быть построена по обычным правилам Фейнмана [18], где пропагатор $G_i(y-x)$ используется вместо фейнмановского. Далее при переходе в импульсное представление мы должны были бы проинтегрировать эту амплитуду по координатам x и y по всему пространству Минковского. Однако в таком случае мы потеряем информацию о пространственно-временном интервале между событиями рождения и детектирования. Чтобы ее сохранить, мы вводим под знак интеграла дополнительную дельта-функцию $\delta(\mathbf{n}(\mathbf{y}-\mathbf{x})-L)$, фиксирующую расстояние L между точками взаимодействия вдоль вектора \mathbf{n} . Это позволяет обобщить стандартный пертурбативный формализм для случая процессов, происходящих на конечных расстояниях.

Введение этой дельта-функции формально эквивалентно замене функции Грина $G_i(y-x)$ массового состояния нейтрино ν_i в поле в координатном представлении на произведение $G_i(y-x)\delta(\mathbf{n}(\mathbf{y}-\mathbf{x})-L)$. Фурье-преобразование последнего выражения дает нам зависящий от расстояния пропагатор массового состояния нейтрино в постоянном однородном магнитном поле в импульсном представлении:

$$G_i(p, \mathbf{n}, L) \equiv \int d^4z e^{ipz} G_i(z) \delta(\mathbf{n}\mathbf{z} - L). \quad (4)$$

Как было показано в работе [8], виртуальные частицы, распространяющиеся на макроскопические расстояния, находятся почти на массовой поверхности, поэтому пропагатор (4) можно вычислять в приближении $|p^2 - m_i^2| / (\mathbf{p}\mathbf{n})^2 \ll 1$. Считая магнитный момент малым, так что $\mu_i^2 H^2 \ll \mathbf{p}^2$, где $H = |\mathbf{H}|$, пренебрегая членами выше первого порядка по μ_i , полагая импульс нейтрино параллельным \mathbf{n} и пренебрегая массами нейтрино всюду, кроме показателя экспоненты, получим зависящий от расстояния пропагатор в поле в виде:

$$G_i(p, L, \mathbf{H}) = i \frac{\hat{p}(1 - i\mathbf{j}\boldsymbol{\gamma})}{4|\mathbf{p}|} e^{i \frac{p^2 - m_i^2 + 2\mu_i |\mathbf{p}| H_\perp}{2|\mathbf{p}|} L} + i \frac{\hat{p}(1 + i\mathbf{j}\boldsymbol{\gamma})}{4|\mathbf{p}|} e^{i \frac{p^2 - m_i^2 - 2\mu_i |\mathbf{p}| H_\perp}{2|\mathbf{p}|} L}. \quad (5)$$

Здесь H_\perp обозначает абсолютную величину компоненты магнитного поля \mathbf{H} , поперечную по отношению к направлению распространения нейтрино $\mathbf{n} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}|$; мы предполагаем, что $m_i^2 H^2 \ll \mathbf{p}^2 H_\perp^2$, и

$$\mathbf{j} \equiv \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{h}}{\sqrt{1 - (\mathbf{n}\mathbf{h})^2}}, \quad \mathbf{h} \equiv \frac{\mathbf{H}}{H}, \quad \mathbf{j}^2 = 1. \quad (6)$$

Сравнение формулы (5) как она есть и при $\mathbf{H} = 0$ показывает, что в магнитном поле каждое массовое состояние нейтрино расщепляется на два, в соответствии с двумя возможными ориентациями спина и значениями энергии. Числители в показателях экспонент, $p^2 - m_i^2 \mp 2\mu_i |\mathbf{p}| H_\perp$, характеризуют сход нейтрино с массовой поверхностью.

Как видно, зависящий от расстояния пропагатор по существу зависит только от поперечной компоненты магнитного поля. В дальнейшем мы будем полагать, что магнитное поле целиком поперечное, т.е. положим $H_\perp = H$. Хотя пропагатор (5) был выведен для случая постоянного однородного магнитного поля, он может использоваться и в случае поперечного магнитного поля, величина которого изменяется вдоль траектории нейтрино адиабатически, т.е. при выполнении условия

$$|\mu_{\max}(\mathbf{n}\nabla)H| \ll \frac{|\mathbf{p}|}{d}, \quad (7)$$

где d есть характерный размер области поля, а μ_{\max} — максимальный из магнитных моментов нейтрино. Формула (7) обеспечивает то, что член $(p^2 - m_i^2)/2|\mathbf{p}|$ под

знаком экспоненты может считаться постоянным вдоль пути. Однако в таком случае H_\perp в формуле (5) должно быть заменено на среднее поле

$$\overline{H} = \frac{1}{L} \int_0^L H(l) dl, \quad (8)$$

что учитывает изменение магнитного поля вдоль траектории нейтрино (здесь l обозначает координату вдоль этой траектории).

2. ОПИСАНИЕ ОСЦИЛЛЯЦИЙ НЕЙТРИНО В МАГНИТНОМ ПОЛЕ СОЛНЦА

Вычислив зависящий от расстояния пропагатор (5), мы готовы рассмотреть осцилляции нейтрино в магнитном поле. В приближении взаимодействия Ферми можно записать амплитуду процесса, изображенного на диаграмме (2), в импульсном представлении следующим образом:

$$M = -i \frac{G_F^2}{8|\mathbf{p}_n|} j_\rho^{(2)}(\mathbf{P}^{(2)}, \mathbf{P}^{(2')}) \bar{u}(\mathbf{k}) \gamma^\rho (1 - \gamma^5) \hat{p}_n \times \\ \times \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^2 \left[(1 - i\mathbf{j}\gamma) e^{i \frac{p_n^2 - m_i^2 + 2|\mathbf{p}_n| \mu_i \overline{H}}{2|\mathbf{p}_n|} L} + (1 + i\mathbf{j}\gamma) e^{i \frac{p_n^2 - m_i^2 - 2|\mathbf{p}_n| \mu_i \overline{H}}{2|\mathbf{p}_n|} L} \right] \times \\ \times \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(\mathbf{q}) j_\mu^{(1)}(\mathbf{P}^{(1)}, \mathbf{P}^{(1')}). \quad (9)$$

Здесь мы для краткости опускаем поляризационные индексы фермионов, а массами нейтрино пренебрегаем всюду, кроме показателей экспонент. 4-импульсы частиц обозначены так, как показано на диаграмме (2). $j_\mu^{(1)}(\mathbf{P}^{(1)}, \mathbf{P}^{(1)})$ и $j_\rho^{(2)}(\mathbf{P}^{(2)}, \mathbf{P}^{(2)})$ суть матричные элементы слабого адронного тока, отвечающие переходу ядра 1 $\begin{pmatrix} A_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} X$ в ядро 1' $\begin{pmatrix} A_1 \\ Z_1 - 1 \end{pmatrix} X$ и ядра 2 $\begin{pmatrix} A_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} X$ в ядро 2' $\begin{pmatrix} A_2 \\ Z_2 + 1 \end{pmatrix} X$, соответственно; $\mathbf{P}^{(l)}$, $l = 1, 1', 2, 2'$ — импульсы соответствующих ядер.

Следуя рецепту, сформулированному в работах [13–15], учитывая, что детектируются только те нейтрино,

чей импульс сонаправлен с \mathbf{n} , получаем дифференциальную вероятность процесса с точечными источником и детектором:

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int_{|\mathbf{p}|_{\min}}^{|\mathbf{p}|_{\max}} \frac{d^3 W_P}{d^3 p} W_D P_{ee}(|\mathbf{p}|, L, \overline{H}) |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}|. \quad (10)$$

Здесь $\frac{d^3 W_P}{d^3 p}$ — дифференциальная вероятность распада ядра 1 на ядро 1', позитрон и безмассовый фермион с определенным импульсом \mathbf{p} , W_D — вероятность рассеяния безмассового фермиона с импульсом \mathbf{p} на ядре 2 с образованием ядра 2' и электрона,

$$P_{ee}(|\mathbf{p}|, L, \overline{H}) = 1 - \sum_{\substack{i,k=1 \\ k < i}}^3 |U_{1i}|^2 |U_{1k}|^2 \left\{ \sin^2 \left[\left(\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}|} - \frac{\Delta \mu_{ik} \overline{H}}{2} \right) L \right] + \right. \\ \left. + \sin^2 \left[\left(\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}|} - \frac{\Sigma \mu_{ik} \overline{H}}{2} \right) L \right] + \sin^2 \left[\left(\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}|} + \frac{\Sigma \mu_{ik} \overline{H}}{2} \right) L \right] + \right. \\ \left. + \sin^2 \left[\left(\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}|} + \frac{\Delta \mu_{ik} \overline{H}}{2} \right) L \right] \right\} - \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 \sin^2(\mu_i \overline{H} L) \quad (11)$$

есть вероятность осцилляций нейтрино, зависящая от импульса $|\mathbf{p}|$ нейтрино, расстояния L между источником и детектором и среднего поля \bar{H} на пути нейтрино, нижний предел интегрирования $|\mathbf{p}|_{\min}$ определяется порогом процесса детектирования, а верхний $|\mathbf{p}|_{\max}$ — законом сохранения 4-импульса в вершине рождения. Мы также ввели обозначения, аналогичные обычным:

$$\Delta m_{ik}^2 \equiv m_i^2 - m_k^2, \quad \Delta \mu_{ik} \equiv \mu_i - \mu_k, \quad \Sigma \mu_{ik} \equiv \mu_i + \mu_k. \quad (12)$$

В случае двух ароматов нейтрино формула (11) находится в согласии с теми, которые были получены в работах [19, 20] для однородного магнитного поля, хотя и выглядит она иначе.

Рассмотрим теперь Солнце в качестве источника нейтрино и учтем его структуру, ненулевую протяженность и неоднородность источника. Будем исходить из следующих предположений:

1. Источником нейтрино является солнечное ядро радиусом $R_{\text{core}} = 173\,000$ км.
2. Мы считаем, что интенсивность реакции рождения нейтрино в данной точке солнечного ядра пропорциональна плотности $\rho(R)$ материи в этой точке (здесь R — расстояние от центра Солнца).
3. Используем одномерное приближение, необходимое при выводе пропагатора (5), т.е. пренебрегаем углами, под которыми нейтрино вылетают из источника, считая, что все они летят в одном направлении \mathbf{n} . Это обосновано, поскольку размер

солнечного ядра составляет не более 0,12% от расстояния между Солнцем и Землей.

4. Предполагается, что магнитное поле присутствует только в конвективной зоне Солнца, занимающей оболочку от $R_{\text{conv}} = 496\,000$ км до $R_{\text{Sun}} = 696\,000$ км, так что толщина конвективной зоны $L_{\text{conv}} \equiv R_{\text{Sun}} - R_{\text{conv}} = 200\,000$ км.
5. Это магнитное поле считается поперечным траекториям исследуемых нейтрино и меняющимся максимум адиабатически (см. (7)) вдоль этих траекторий.
6. Мы пренебрегаем разностью пути в поле и различием в величине поперечного поля для нейтрино, испущенных из разных точек источника. Это даст геометрическую ошибку величиной менее 5%.

В соответствии со сделанными предположениями, мы должны усреднить полученную вероятность (10) для точечного источника по объему солнечного ядра. Нормировку выберем так, чтобы вероятность процесса стремилась к 1 в точке $L = 0$ при стремлении размера источника к нулю. Это даст нам понятную трактовку результата: полученная таким образом вероятность будет представлять собой отношение измеряемого потока солнечных нейтрино к предсказанному стандартной солнечной моделью. В итоге приходим к следующему выражению для вероятности осцилляций нейтрино от протяженного солнечного ядра:

$$\tilde{W}(L) = \frac{1}{N} \int_{-R_{\text{core}}}^{R_{\text{core}}} dr \int_0^{\sqrt{R_{\text{core}}^2 - r^2}} dx 2\pi x \rho(\sqrt{r^2 + x^2}) \int_{|\mathbf{p}|_{\min}}^{|\mathbf{p}|_{\max}} d|\mathbf{p}| |\mathbf{p}|^2 \frac{d^3 W_{\text{P}}}{d^3 p} W_{\text{D}} W_{ee}(|\mathbf{p}|, L, r, \bar{H}). \quad (13)$$

Здесь константа нормировки

$$N = M_{\text{core}} \int_{|\mathbf{p}|_{\min}}^{|\mathbf{p}|_{\max}} d|\mathbf{p}| |\mathbf{p}|^2 \frac{d^3 W_{\text{P}}}{d^3 p} W_{\text{D}} P_{ee}(|\mathbf{p}|, 0, \bar{H}) = M_{\text{core}} \int_{|\mathbf{p}|_{\min}}^{|\mathbf{p}|_{\max}} d|\mathbf{p}| |\mathbf{p}|^2 \frac{d^3 W_{\text{P}}}{d^3 p} W_{\text{D}}, \quad (14)$$

$M_{\text{core}} = \int_{\text{core}} \rho(R) dV$ — масса ядра Солнца, и мы учитываем тот факт, что «магнитная» фаза накапливается только внутри конвективной зоны, где присутствует внешнее поле, путем следующей модификации вероятности (11):

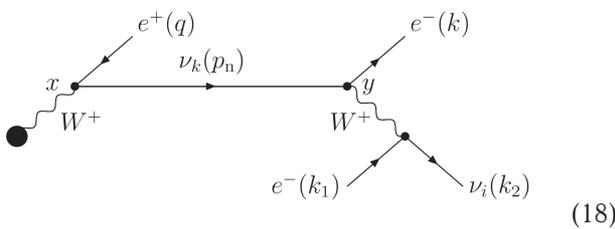
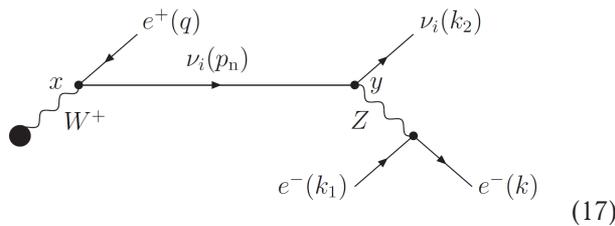
$$\begin{aligned} W_{ee}(|\mathbf{p}|, L, r, \bar{H}) = & 1 - \sum_{\substack{i,k=1 \\ k < i}}^3 |U_{1i}|^2 |U_{1k}|^2 \left\{ \sin^2 \left[\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}|} (L-r) - \frac{\Delta \mu_{ik} \bar{H}}{2} L_{\text{magn}} \right] + \right. \\ & + \sin^2 \left[\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}|} (L-r) - \frac{\Sigma \mu_{ik} \bar{H}}{2} L_{\text{magn}} \right] + \sin^2 \left[\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}|} (L-r) + \frac{\Sigma \mu_{ik} \bar{H}}{2} L_{\text{magn}} \right] + \\ & \left. + \sin^2 \left[\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}|} (L-r) + \frac{\Delta \mu_{ik} \bar{H}}{2} L_{\text{magn}} \right] \right\} - \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 \sin^2(\mu_i \bar{H} L_{\text{magn}}), \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$L_{\text{magn}} = \begin{cases} 0, & L < R_{\text{conv}}, \\ L - R_{\text{conv}}, & R_{\text{conv}} \leq L < R_{\text{Sun}}, \\ L_{\text{conv}}, & L \geq R_{\text{Sun}}. \end{cases} \quad (16)$$

3. НЕЙТРАЛЬНЫЙ ТОК

Аналогично могут быть рассмотрены процессы нейтринных осцилляций, где нейтрино детектируется через взаимодействие как с заряженным, так и с нейтральным токами, как показано на диаграммах:



Выполняя похожие вычисления, но с большим количеством интерферирующих амплитуд, и суммируя вероятность процесса по индексу i конечного нейтрино, которое не наблюдается, для случая точечного источника получаем дифференциальную вероятность в виде [17]

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int_{|\mathbf{p}|_{\min}}^{|\mathbf{p}|_{\max}} \frac{d^3W_P}{d^3p} W_D(L, \overline{H}) |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}|, \quad (19)$$

где дифференциальная вероятность $\frac{d^3W_P}{d^3p}$ рождения нейтрино такая же, как в формуле (10), полученной для того же процесса рождения и регистрации через взаимодействие с заряженным током, а зависящая от расстояния и среднего поля вероятность детектирования в наших приближениях дается выражением

$$W_D(L, \overline{H}) = P_{ee}(|\mathbf{p}|, L, \overline{H}) W_{\nu_{\alpha e}}(|\mathbf{p}|) + \left(\sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^2 \cos^2(\mu_i \overline{H} L) - P_{ee}(|\mathbf{p}|, L, \overline{H}) \right) W_{\nu_{\mu e}}(|\mathbf{p}|). \quad (20)$$

В последней формуле $W_{\nu_{\alpha e}}$, $\alpha = e, \mu$, есть вычисленная по Стандартной модели вероятность рассеяния безмассового флейворного состояния нейтрино ν_{α} на электроны, и в $W_{\nu_{\alpha e}}$ учитывается доступный для конкретного детектора диапазон энергий регистрируемых нейтрино.

Усредняя по объему солнечного ядра так же, как это делалось выше, получаем выражение, аналогичное (13), а именно

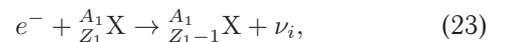
$$\tilde{W}(L) = \frac{1}{N} \int_{-R_{\text{core}}}^{R_{\text{core}}} dr \int_0^{\sqrt{R_{\text{core}}^2 - r^2}} dx 2\pi x \rho(\sqrt{r^2 + x^2}) \times \int_{|\mathbf{p}|_{\min}}^{|\mathbf{p}|_{\max}} d|\mathbf{p}| |\mathbf{p}|^2 \frac{d^3W_P}{d^3p} \hat{W}_D(L, r, \overline{H}) \quad (21)$$

с константой нормировки

$$N = M_{\text{core}} \int_{|\mathbf{p}|_{\min}}^{|\mathbf{p}|_{\max}} d|\mathbf{p}| |\mathbf{p}|^2 \frac{d^3W_P}{d^3p} W_D(0, \overline{H}), \quad (22)$$

где модифицированная вероятность $\hat{W}_D(L, r, \overline{H})$ детектирования получается из $W_D(L, \overline{H})$, определенной в (20), путем замен $L \rightarrow L_{\text{magn}}$ (под знаком косинуса) и $P_{ee}(|\mathbf{p}|, L, \overline{H}) \rightarrow W_{ee}(|\mathbf{p}|, L, r, \overline{H})$.

Теперь рассмотрим случай, когда нейтрино рождаются в реакции электронного захвата,



а детектируются также через рассеяние на электроны. Тогда дифференциальная вероятность распада $\frac{d^3W_P}{d^3p}$ в формуле (19) должна быть заменена на дифференциальную вероятность реакции (23). Это единственное, что изменится в формуле (19). Однако реакция (23) имеет двухчастичное конечное состояние, следовательно, дифференциальная вероятность рождения $\frac{d^3W_P}{d^3p}$ в этом случае сингулярна. Таким образом, интегрирование в (19) дает

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{dW_P}{d\Omega} W_D(L, \overline{H}). \quad (24)$$

Здесь $\frac{dW_P}{d\Omega}$ — дифференциальная вероятность рождения безмассового фермиона с импульсом, направленным от источника к детектору.

Если импульсы начальных частиц в реакции (23) фиксированы, в ней рождаются моноэнергетические нейтрино. Однако в этом случае мы должны учесть распределение начальных частиц по импульсам. Электроны и атомные ядра в ядре Солнца находятся в состоянии плазмы, поэтому именно электроны дают основной вклад в разброс энергии нейтрино, поскольку

масса электрона как минимум на 3 порядка меньше, чем у ядра. Поэтому, пренебрегая движением ядер, мы должны усреднить выражение (24) в нерелятивистском приближении по импульсу начального электрона

$$\tilde{W}(L) = \frac{1}{M_{\text{core}}} \int_{-R_{\text{core}}}^{R_{\text{core}}} dr \int_0^{\sqrt{R_{\text{core}}^2 - r^2}} dx 2\pi x \rho(\sqrt{r^2 + x^2}) \times$$

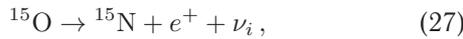
$$\times \frac{1}{N(\sqrt{r^2 + x^2})} \int_0^\infty d|\mathbf{q}| f(|\mathbf{q}|, T(\sqrt{r^2 + x^2})) \frac{dW_P}{d\Omega} \hat{W}_D(L, r, \overline{H}), \quad (25)$$

где $f(|\mathbf{q}|, T)$ — распределение Максвелла-Больцмана начального электрона по модулю импульса $|\mathbf{q}|$, характеризующее температурой T , и

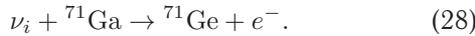
$$N(R) = \int_0^\infty d|\mathbf{q}| f(|\mathbf{q}|, T(R)) \frac{dW_P}{d\Omega} W_D(0, \overline{H}). \quad (26)$$

4. КОНКРЕТНЫЕ ПРИМЕРЫ

Рассмотрим несколько конкретных примеров процессов. Пусть нейтрино рождается в реакции солнечного углеродного цикла, распаде ядра ^{15}O ,



и регистрируется галлий-германиевым детектором,



Реакции (27)–(28) в ядерной физике называются разрешенными переходами. При описании таких реакций можно пренебречь зависимостью ядерных форм-факторов от переданного импульса [21]. Пренебрегая также возможным вкладом возбужденных состояний конечных ядер, мы можем аппроксимировать дифференциальную вероятность рождения нейтрино функцией

$$\frac{d^3W_P}{d^3p} = C_P \sqrt{(|\mathbf{p}|_{\text{max}} - |\mathbf{p}|)(|\mathbf{p}|_{\text{max}} - |\mathbf{p}| + 2m_e)} \times$$

$$\times (|\mathbf{p}|_{\text{max}} - |\mathbf{p}| + m_e), \quad (29)$$

а вероятность детектирования нейтрино функцией

$$W_D = C_D \sqrt{(|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{\text{min}})(|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{\text{min}} + 2m_e)} \times$$

$$\times (|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{\text{min}} + m_e), \quad (30)$$

где $C_{P,D}$ — некоторые несущественные константы, а $|\mathbf{p}|_{\text{max,min}}$ те же самые, что и пределы интегрирования в формуле (10). Пренебрегая движением начальных ядер в процессах рождения и детектирования, для выбранных реакций имеем $|\mathbf{p}|_{\text{min}} = 232$ кэВ, $|\mathbf{p}|_{\text{max}} = 1732$ кэВ.

с распределением Максвелла-Больцмана. Далее нужно усреднить результат по объему солнечного ядра аналогично предыдущему случаю, но учитывая также и распределение температуры, $T(R)$. Это дает

Мы будем использовать следующие значения углов смешивания [22]

$$\sin^2 \theta_{12} = 0.307, \quad \sin^2 \theta_{23} = 0.545,$$

$$\sin^2 \theta_{13} = 2.18 \cdot 10^{-2} \quad (31)$$

и возьмем набор масс нейтрино

$$m_1 = 0.0114 \text{ эВ}, \quad m_2 = 0.0143 \text{ эВ},$$

$$m_3 = 0.0515 \text{ эВ}, \quad (32)$$

так что удовлетворяются экспериментальные ограничения [22]

$$\Delta m_{21}^2 = 7.53 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}^2, \quad \Delta m_{32}^2 = 2.45 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2. \quad (33)$$

Магнитные моменты нейтрино будем считать пропорциональными их массам, $\mu_i = \mu_0 m_i$. Эксперименты Борексина [23] и GEMMA [24] устанавливают ограничение сверху на магнитный момент нейтрино около $2.8 \cdot 10^{-11} \mu_B = 8.3 \cdot 10^{-18} \text{ эВ}^{-1}$, где $\mu_B = e\hbar/2m_e c$ — магнетон Бора. Мы возьмем магнитный момент легчайшего нейтрино примерно в 25 раз меньше экспериментального предела, $\mu_1 = 3.5 \cdot 10^{-19} \text{ эВ}^{-1}$; это определяет и моменты двух других нейтрино.

Среднее поле \overline{H} в конвективной зоне берется равным 10 кГс, как это оценивалось в работе [25]. Данная оценка близка к более новым в недавней работе [26]. Для выполнения условия адиабатичности (7) при выбранных параметрах необходимо, чтобы градиент магнитного поля был много меньше 10^{19} Гс/км, что, конечно, выполняется.

Зависимость плотности в ядре Солнца от радиуса R может быть аппроксимирована экспоненциальной функцией [27]

$$\rho(R) = \rho_c e^{-R/R_M}, \quad (34)$$

где $\rho_c = 150 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ — плотность в центре Солнца, а параметр $R_M = 9.754 \cdot 10^4$ км [28]. Проводя численное интегрирование в формуле (13) в рамках сделанных приближений и предположений, мы получаем результат, представленный на рис. 1.

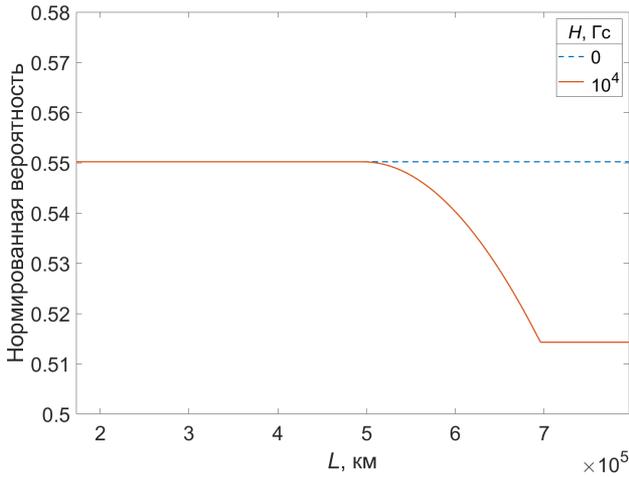


Рис. 1. Нормированная вероятность (13) процессов осцилляций нейтрино в магнитном поле Солнца; детектирование через взаимодействие с заряженным током.

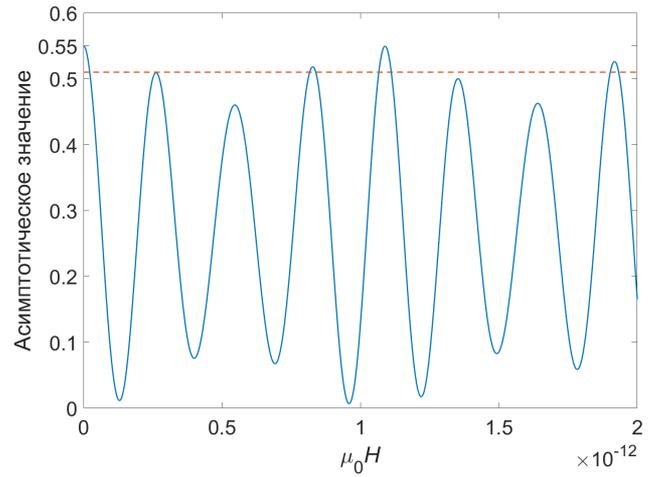


Рис. 2. Асимптотика W_{asym} , даваемая выражением (35), как функция $\mu_0 \bar{H}$.

Самая левая точка соответствует границе ядра, $L = R_{\text{core}}$. Зависящие от энергии осцилляции исчезают, и мы наблюдаем переход с одной горизонтали $\sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 = 0.550$, которая представляет собой асимптоту осцилляций в отсутствие поля [16], через спуск в конвективной зоне, на другую горизонталь, значение которой определяется полными фазами, накопленными нейтрино вдоль своего пути через поле. Эта асимптота дается выражением (15) (или (11)), где усреднены зависящие от энергии осцилляции, и для обсуждаемой модели имеет вид

$$W_{\text{asym}} = \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 - \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 \sin^2(\mu_i \bar{H} L_{\text{conv}}), \quad (35)$$

что дает 0.513 для наших предположений. Асимптотическая формула (35) не зависит от деталей процессов рождения и детектирования: важно лишь то, что нейтрино регистрируются через взаимодействие только с заряженным током. Так происходит вследствие того, что в этом случае осциллирующий множитель $P_{ee}(|\mathbf{p}|, L, \bar{H})$ под интегралом в (10) факторизуется.

Поскольку толщина L_{conv} конвективной зоны почти что фиксирована, а варьируются в зависимости от модели величины магнитных моментов μ_i и среднего поля \bar{H} , полезно построить график асимптотического значения W_{asym} осцилляций нейтрино как функции произведения $\mu_0 \bar{H}$. Этот график показан на рис. 2, где пунктирная линия обозначает нижний предел, даваемый экспериментами GALLEX + GNO (они измеряют соответствующую величину как 0.58 ± 0.07 , тогда как эксперимент SAGE дает близкий результат 0.59 ± 0.07 [28]).

Как мы видим, существует много значений произведения $\mu_0 \bar{H}$, совместных с экспериментальными ограничениями.

В случае процессов нейтринных осцилляций, где нейтрино детектируется через взаимодействие и с заряженным, и с нейтральным током, ситуация сложнее, поскольку общий осциллирующий фактор не возникает. Асимптота осцилляций теперь зависит от характеристик процессов рождения и детектирования и от изучаемого диапазона энергий. Рассмотрим рождение нейтрино в том же самом распаде ^{15}O и регистрацию водным черенковским детектором. Для последнего имеем $|\mathbf{p}|_{\text{min}} = 421$ кэВ. Результаты численного интегрирования в (21) качественно повторяют те, что представлены на рис. 1, но левая и правая горизонтали там равны 0.645 и 0.431.

Для рассматриваемого процесса осцилляций с нейтральным током асимптотика дается выражением [17]

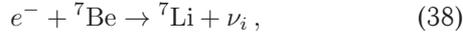
$$\begin{aligned} \tilde{W}_{\text{asym}} = & \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 - \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 \sin^2(\mu_i \bar{H} L_{\text{conv}}) + \\ & + C_{\text{nc}} \left(1 - \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^2 \sin^2(\mu_i \bar{H} L_{\text{conv}}) - \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 + \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 \sin^2(\mu_i \bar{H} L_{\text{conv}}) \right), \quad (36) \end{aligned}$$

где коэффициент C_{nc} , учитывающий вклад нейтрального тока, имеет вид

$$\begin{aligned} C_{\text{nc}} = & \int_{|\mathbf{p}|_{\text{min}}}^{|\mathbf{p}|_{\text{max}}} \frac{d^3 W_{\text{P}}}{d^3 p} W_{\nu_e e} |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}| \times \\ & \times \left(\int_{|\mathbf{p}|_{\text{min}}}^{|\mathbf{p}|_{\text{max}}} \frac{d^3 W_{\text{P}}}{d^3 p} W_{\nu_e e} |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}| \right)^{-1}. \quad (37) \end{aligned}$$

Численная оценка в наших приближениях дает $C_{nc} = 0.210$. Используя явный вид $W_{\nu_e e}$, в интервале энергий $420 \text{ кэВ} \leq |\mathbf{p}|_{\min} < |\mathbf{p}|_{\max} \leq 14 \text{ МэВ}$ можно ограничить коэффициент C_{nc} как $0.177 < C_{nc} < 0.321$, причем вклад нейтрального тока в асимптотическую величину (36) падает с ростом энергии нейтрино.

Наконец, рассмотрим образование нейтрино в реакции электронного захвата ядром бериллия,



а регистрацию тем же самым черенковским детектором. Реакция (38) также относится к разрешенным переходам, а возбужденными состояниями ${}^7\text{Li}$ пренебрежем. В нерелятивистском приближении квадрированная амплитуда процесса (38), усредненная по поляризациям начальных частиц и просуммированная по поляризациям конечных, равна $q^0 p_n^0 (C_0 + C_1 \mathbf{v}_e \mathbf{v}_\nu)$, где q^0 и \mathbf{v}_e (p_n^0 и \mathbf{v}_ν) — энергия и скорость электрона (нейтрино), соответственно, а $C_{0,1}$ — константы [29]; причем член со скоростями даст нуль при усреднении по импульсу электрона.

Распределение температуры в солнечном ядре тоже аппроксимируем экспоненциальной функцией,

$$T(R) = T_c e^{-R/R_T}, \quad (39)$$

где $T_c = 1.5 \cdot 10^7 \text{ К}$ — температура в центре Солнца, а параметр $R_T = 3.433 \cdot 10^5 \text{ км}$ [28].

Результаты численного интегрирования (25) вновь выглядят аналогично рис. 1, с левой горизонталью 0.651 и правой 0.435. Поскольку мы учитываем распределение температуры, асимптота в рассматриваемом случае дается той же самой формулой (36), но с переопределением величины

$$C_{nc} = \frac{4\pi}{M_{\text{core}}} \int_0^{R_{\text{core}}} \tilde{C}_{nc}(R) \rho(R) R^2 dR, \quad (40)$$

где

$$\tilde{C}_{nc}(R) = \int_{\Delta}^{\infty} e^{-\frac{|\mathbf{p}|-\Delta}{kT(R)}} \sqrt{|\mathbf{p}|-\Delta} W_{\nu_e e} |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}| \times \left(\int_{\Delta}^{\infty} e^{-\frac{|\mathbf{p}|-\Delta}{kT(R)}} \sqrt{|\mathbf{p}|-\Delta} W_{\nu_e e} |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}| \right)^{-1}, \quad (41)$$

$\Delta = M_{\text{Be}} + m_e - M_{\text{Li}} = 862 \text{ кэВ}$ — энергетический выход реакции (38). Ограничения на C_{nc} остаются, однако, такими же, как обсуждалось после формулы (37).

Численная оценка с выбранными профилями плотности и температуры (34) и (39) дает $C_{nc} = 0,224$.

Отношение потока нейтрино от ${}^7\text{Be}$ к таковому, предсказанному стандартной солнечной моделью, было измерено коллаборацией Борексино и составляет 0.62 ± 0.05 [30]. Эта величина совместна с полученным асимптотическим значением 0.651 в вакууме и допускает вклад от солнечного магнитного поля. Однако величина 0.435, найденная для выбранных значений магнитных моментов нейтрино и магнитного поля в конвективной зоне Солнца, несколько мала. Тем не менее, большие величины этого отношения могут быть получены для некоторых значений произведения $\mu_0 \bar{H}$, представленных на рис. 2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе в рамках квантового теоретико-полевого подхода с зависящим от расстояния пропагатором были рассмотрены осцилляции нейтрино в магнитном поле Солнца. Была учтена структура Солнца, протяженность и неоднородность солнечного ядра как источника нейтрино.

Рассмотрены конкретные процессы нейтринных осцилляций, а именно с рождением нейтрино в распаде ${}^{15}\text{O}$ или электронном захвате ядром ${}^7\text{Be}$ и регистрацией галлий-германиевым или водным черенковским детектором. Показано, что существуют значения параметров модели, допустимые экспериментальными данными по проблеме солнечных нейтрино.

Получены асимптотические формулы для вероятности детектирования нейтрино как через заряженный, так и нейтральный токи.

Достоинствами подхода являются техническая простота и физическая прозрачность. В подходе не используются флейворные состояния нейтрино, а также волновые пакеты, что существенно упрощает вычисления.

Благодарности

Авторы выражают благодарность Э. Боосу, А. Лобанову, А. Пухову, Л. Сладю, М. Смолякову и Ю. Чувильскому за интересные и полезные обсуждения. Аналитические расчеты амплитуд выполнены с помощью пакетов ComrNUP и REDUCE. Работа В. Егорова была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

[1] *Pontecorvo B.M.* // ЖЭТФ. 1957. **33**, № 2. С. 549.

[2] *Gribov V.N., Pontecorvo B.* // Phys. Lett. B. 1969. **28**. P. 493.

[3] *Giunti C., Kim C.W.* // Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics. Oxford: Oxford University Press, 2007.

[4] *Bilenky S.* // Lect. Notes Phys. 2010. **817**. P. 1.

- [5] *Kayser B.* // Phys. Rev. D. 1981. **24**. P. 110.
- [6] *Giunti C., Kim C.W., Lee J.A., Lee U.W.* // Phys. Rev. D. 1993. **48**. P. 4310.
- [7] *Dolgov A.D., Okun L.B., Rotaev M.V., Schepkin M.G.* // arXiv:hep-ph/0407189 [hep-ph].
- [8] *Grimus W., Stockinger P.* // Phys. Rev. D. 1996. **54**. P. 3414.
- [9] *Beuthe M.* // Phys. Rept. 2003. **375**. P. 105.
- [10] *Cohen A.G., Glashow S.L., Ligeti Z.* // Phys. Lett. B. 2009. **678**. P. 191.
- [11] *Grimus W.* // J. Phys. G. 2020. **47**, N 8. P. 085004.
- [12] *Volobuev I.P.* // Int. J. Mod. Phys. A. 2018. **33**, N 13. P. 1850075.
- [13] *Egorov V.O., Volobuev I.P.* // Phys. Rev. D. 2018. **97**, N 9. P. 093002.
- [14] *Волобуев И.П., Егоров В.О.* // ЖЭТФ. 2019. **155**, №. 5. С. 839.
- [15] *Волобуев И.П., Егоров В.О.* // ТМФ. 2019. **199**, №. 1. С. 104.
- [16] *Egorov V.O., Volobuev I.P.* // Phys. Rev. D. 2019. **100**, N 3. P. 033004.
- [17] *Egorov V., Volobuev I.* // arXiv:2107.11570 [hep-ph].
- [18] *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* // Введение в теорию квантованных полей. 4-ое изд. М.: Наука, 1984.
- [19] *Popov A., Studenikin A.* // Eur. Phys. J. C. 2019. **79**, N 2. P. 144.
- [20] *Chukhnova A.V., Lobanov A.E.* // Phys. Rev. D. 2020. **101**, N 1. P. 013003.
- [21] *Бор О., Моттelson Б.* // Структура атомного ядра. Том 1. Одночастичное движение. М.: Мир, 1971.
- [22] *Zyla P.A., Barnett R.M., Beringer J., Dahl O., Dwyer D.A., Groom D.E., Lin C.-J., Lugovsky K.S., Pianori E., Robinson D.J. et al.* (Particle Data Group) // PTEP. 2020. **2020**, N 8. P. 083C01.
- [23] *Agostini M., Altenmüller K., Appel S., Atroshchenko V., Bagdasarian Z., Basilico D., Bellini G., Benziger J., Bick D., Bonfini G. et al.* (Borexino Collaboration) // Phys. Rev. D. 2017. **96**, N 9. P. 091103.
- [24] *Beda A.G., Brudanin V.B., Egorov V.G., Medvedev D.V., Pogosov V.S., Shirchenko M.V., Starostin A.S.* // Adv. High Energy Phys. 2012. **2012**. P. 350150.
- [25] *Волошин М.Б., Высоцкий М.И., Окунь Л.Б.* // ЖЭТФ. 1986. **91**, №. 3. С. 754.
- [26] *Fan Y.* // Rev. Sol. Phys. 2009. **6**. Article no. 4.
- [27] *Rashba T.I., Semikoz V.B., Valle J.W.F.* // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2006. **370**. P. 845.
- [28] *Bahcall J.N., Pinsonneault M.H., Basu S.* // Astrophys. J. 2001. **555**. P. 990.
- [29] *Окунь Л.Б.* // Лептоны и кварки. 2-е изд. М.: Наука, 1990.
- [30] *Bellini G., Benziger J., Bick D., Bonetti S., Bonfini G., Buizza Avanzini M., Caccianiga B., Cadonati L., Calaprice F., Carraro C. et al.* (Borexino Collaboration) // Phys. Rev. Lett. 2011. **107**. P. 141302.

Description of neutrino oscillations in a magnetic field in QFT: an extended inhomogeneous source and the solar neutrino problem

I. P. Volobuev^a, V. O. Egorov^b

Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia

E-mail: ^avolobuev@theory.sinp.msu.ru, ^begorov@theory.sinp.msu.ru

Neutrino oscillations in a magnetic field are considered in the framework of the perturbative quantum field-theoretical approach with the distance-dependent propagator. This formalism is applied to describe the specific processes of solar neutrino oscillations, the extension and inhomogeneity of the source, which is the core of the Sun, are taken into account. Asymptotic formulas are obtained for the probability of neutrino oscillations in cases where neutrinos are detected through the weak charged- and neutral-current interactions. It is shown that the results obtained are in good agreement with the results of experiments on measuring the solar neutrino flux.

PACS: 03.70.+k, 11.10.-z, 14.60.Pq.

Keywords: quantum field theory, neutrino oscillations, Feynman diagram technique, solar neutrino problem, distance-dependent propagator.

Received 19 May 2022.

Сведения об авторах

1. Волобуев Игорь Павлович — доктор физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-35-72, e-mail: volobuev@theory.sinp.msu.ru.
2. Егоров Вадим Олегович — канд. физ.-мат. наук, мл. науч. сотрудник; e-mail: egorov@theory.sinp.msu.ru.