

Многочастотные торы в модели широкоапертурного лазера

Д. А. Анчиков^{1,*}, А. Р. Шакиров^{1,2,†}, А. А. Кренц^{1,2‡}¹Самарский государственный университет имени С. П. Королева, кафедра физики
Россия, 443086, Самара, Московское шоссе, 34а²Самарский филиал Физического института РАН, Самара, Россия

В данной работе рассматривается модель широкоапертурного лазера на основе уравнений Максвелла–Блоха. Показано, что при увеличении накачки в системе происходит серия бифуркаций периодического и квазипериодического динамических режимов.

PACS: 05.45.-a.

УДК: 517.938

Ключевые слова: бифуркация, квазипериодический режим, аттрактор, многочастотный тор.

Давно известно, что в лазерах, а также в других сложных нелинейных динамических системах (например, химических и гидродинамических), возможно наблюдение сложного нерегулярного поведения. В первую очередь, это проявляется в пространственно-распределенных системах, т. е. в системах, обладающих большими поперечными размерами. В таком случае лазерное поле формируется в результате нелинейного взаимодействия большого числа поперечных оптических мод. Это может приводить к появлению нестационарных структур в сечении пучка, которые в большинстве приложений лазеров являются нежелательными. В связи с этим, динамика оптического поля в широкоапертурных лазерах являлась предметом активного теоретического изучения в последние 20 лет.

В качестве математической модели традиционно рассматриваются несколько близких систем: уравнения Максвелла–Блоха (МБ), комплексное уравнение Гинзбурга–Ландау и уравнение Свифта–Хохенберга. Система уравнений Максвелла–Блоха является наиболее полным и общим вариантом, и из неё с помощью адиабатического исключения переменных поляризации и инверсии населенностей могут быть выведены остальные.

Одним из интересных направлений теории нелинейных динамических систем является исследование сценариев развития динамики в сложных системах, таких как лазеры. В работе [2] детально исследовался сценарий перехода к хаосу через каскад бифуркаций удвоения. В качестве модели использовалась система уравнений МБ с адиабатически исключенной поляризацией. Кроме того, в работах [3,4] исследовалось формирование спиральных волн в распределенной системе МБ. Однако ранее не сообщалось о бифуркациях квазипериодических режимов в лазерах, и сценарии эволюции системы через квазипериодические режимы, безусловно, представляют исследовательский интерес.

В настоящей работе мы наблюдали формирование аттракторов в виде многочастотного тора в модели ши-

рокоапертурного лазера, а также его разрушение при увеличении параметра накачки.

В качестве математической модели широкоапертурного лазера использовалась полная полуклассическая система уравнений Максвелла–Блоха. Она описывает динамику оптического поля во времени в поперечном сечении выходного пучка с учётом отстройки частоты генерации от центра линии усиления для лазера, работающего на одной продольной моде плоскопараллельного резонатора и имеющего однородно уширенную линию:

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial t} = ia\Delta_{\perp}E + \sigma(P - E), \\ \frac{\partial P}{\partial t} = -(1 + i\delta)P + DE, \\ \frac{\partial D}{\partial t} = -\gamma[D - r + \frac{1}{2}(E^*P + EP^*)], \end{cases} \quad (1)$$

где E , P , D — безразмерные огибающие электрического поля, поляризации и инверсии населенности соответственно; $\gamma = \gamma_{\parallel}/\gamma_{\perp}$ и $\sigma = k/\gamma_{\perp}$, где γ_{\perp} , γ_{\parallel} и k — скорости релаксации поляризации, инверсии населенности и коэффициент затухания электрического поля соответственно; $\delta = (\omega_{21} - \omega)/\gamma_{\perp}$ — отстройка частоты генерации ω от центральной частоты линии усиления ω_{21} линии усиления активной среды, безразмерная на ширину линии; $a = c^2/(2\omega\gamma_{\perp}d^2)$ — дифракционный параметр, где d — ширина апертуры; r — накачка, нормированная на пороговое значение. Данная нелинейная система описывает динамику генерации лазера с учётом поперечного распределения электромагнитного поля в резонаторе.

Мы рассматривали процессы в области нулевой отстройки в одномерном приближении. Для численного моделирования системы (1) использовался псевдоспектральный Фурье-метод расщепления по физическим факторам. Для анализа получаемых режимов мы строили аттрактор в фазовом пространстве, сечения Пуанкаре, а также спектр колебаний интенсивности в произвольной локальной точке.

При значениях накачки немного выше порога генерации в системе реализуется однородное по пространству стационарное решение. Однако при достижении

*E-mail: wadimaz@mail.ru

†E-mail: york.s163@gmail.com

‡E-mail: krenz86@mail.ru

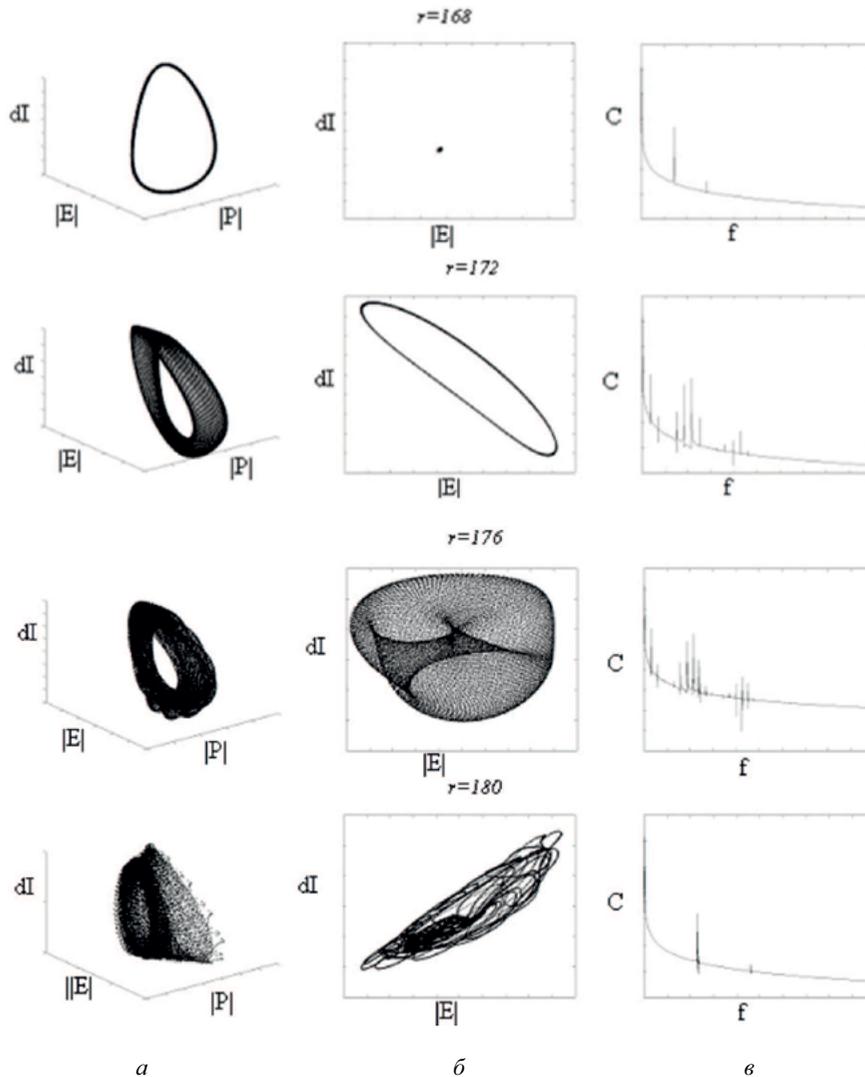


Рис. 1: Последовательность бифуркаций квазипериодических решений при изменении параметра накачки r : а — фазовый объем, б — сечения Пуанкаре, в — спектр колебаний, где dI — производная интенсивности, C — спектр мощности, f — частота. Остальные параметры системы: $\sigma = 1$, $\gamma = 2.2$, $\delta = 0$, $a = 0.01$.

второго лазерного порога стационарное решение теряет устойчивость по отношению к малым возмущениям с некоторым ненулевым волновым числом.

В таком случае система переходит в режим периодических колебаний (рис. 1, верхний ряд). В профиле интенсивности наблюдается модуляция с определенным волновым числом. С помощью линейного анализа можно показать, что это волновое число равно тому, для которого инкремент нарастания возмущения был максимальным при рассмотрении устойчивости однородного решения. В дальнем поле можно увидеть два максимума, один из них располагается на оси, а другой — вне. В трехмерном фазовом пространстве ($|E|$, $|P|$ и $|dI|$, где dI — это производная интенсивности по времени) в этом режиме будет наблюдаться предельный цикл. Дополнительным подтверждением тому является сечение Пуанкаре для аттрактора, которое при

данных параметрах представляет собой точку. Спектр колебаний состоит из одной основной гармоники и одной побочной.

Приблизительно при значении накачки $r = 168.9$ в системе происходит бифуркация, и аттрактор обретает форму трехмерного тора (рис. 1, второй ряд сверху). Колебания интенсивности в локальных точках становятся двухчастотными. В сечениях Пуанкаре можно увидеть замкнутые кривые, напоминающие деформированные окружности. В спектре колебаний появляется вторая основная гармоника, а также множество побочных.

При дальнейшем увеличении накачки в области значений $r = 172.1$ в системе происходит следующая бифуркация. На сечениях Пуанкаре наблюдаются изображения в виде двумерных проекций трехмерного тора. Это означает что, аттрактор представляет собой трех-

частотный тор. Это подтверждается тем, что в спектре колебаний наблюдается появление третьей основной гармоники.

В области накачек $r = 177.5$ происходит еще одна бифуркация, и в фазовом пространстве аттрактор обретает более сложную форму. На сечениях Пуанкаре наблюдаются запутанные кривые. Спектр колебаний при этом меняет структуру. На нем появляются узкие участки с густо расположенными пиками, сами такие участки располагаются друг от друга на значительном

расстоянии.

Таким образом, в данной работе показано, что в модели широкоапертурного лазера возможно наблюдение аттракторов в виде трехчастотных торов.

Работа частично поддержана Минобрнауки РФ в рамках Программы повышения конкурентоспособности СГАУ на 2013–2020 гг. и Государственного задания вузам и научным организациям в сфере научной деятельности, проект 1451, НИР № ГР 114091840046, грантом РФФИ № 14-02-31419 мол_а.

[1] Кренц А. А., Молевич Н. Е. Квантовая электроника. **39**. С. 751. (2009).

[2] Berre M. *et al.* Phys. Rev. E, **71**. P. 036224. (2005).

[3] Yu D., Lu W., Harrison R. G. J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt., **1**. P. 25. (1999).

The multi-frequency torus in wide-aperture lasers

D. A. Anchikov^{1,a}, A. R. Shakirov^{2,b}, A. A. Krents^{1,c}

¹Department of Physics, Samara State Aerospace University, Samara, 443086, Russia ²Theoretical Sector, Lebedev Physical Institute, Samara, 443011, Russia

E-mail: ^aswadimaz@mail.ru, ^byork.s163@gmail.com, ^ckrenz86@mail.ru

In this work we consider the mathematical model of wide-aperture laser described by the set of Maxwell-Bloch equations. It is shown that the cascade of bifurcations of periodic and quasiperiodic dynamical modes is occurred at increasing of pumping parameter.

PACS: 05.45.-a

Keywords: bifurcation, quasiperiodic mode, attractor, multifrequency torus.

Received 27.07.2015.

Сведения об авторах

1. Анчиков Дмитрий Александрович — аспирант; тел 8(917) 155-19-57, e-mail: swadimaz@mail.ru.

2. Шакиров Антон Романович — студент; тел. 8(927) 706-25-94, e-mail: york.s163@gmail.com.

3. Кренц Антон Анатолиевич — кандидат физ.-мат. наук, доцент; тел 8(927) 786-31-43, e-mail: krenz86@mail.ru.