

Феноменологическая модель солнечной цикличности

И. Ю. Зобова,^{1,2*} С. А. Красоткин^{1,2†}

¹Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра физики космоса
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

²Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 06.04.2026; подписана в печать 12.04.2026)

В работе предложена феноменологическая модель солнечной цикличности, объединяющая вековую, 11-летнюю и квазидвухлетнюю вариации солнечной активности. На основе двухэтапной модификации метода сингулярного спектрального анализа (SSA) с длинами окон 132 месяца и 28 месяцев выполнена декомпозиция временного ряда среднемесячного относительного числа солнечных пятен (SSN). Выявлена амплитудная модуляция 11-летней и квазидвухлетней вариаций вековым циклом, что позволило построить аддитивно-мультипликативную модель взаимосвязей между компонентами ряда. Обнаружена корреляция между длительностью 11-летнего цикла и скоростью изменения вековой вариации за 4.5 года до его начала. С использованием LSTM нейронной сети для векового цикла, аппроксимации суперпозицией логнормальных функций для 11-летнего цикла и аппроксимации суперпозицией функций Эйри для квазидвухлетних вариаций получен прогноз 25-го солнечного цикла, соответствующий данным наблюдений с коэффициентом детерминации $R^2 = 0.79$. Результаты подтверждают эффективность предложенного подхода для моделирования солнечной цикличности.

PACS: 96.60.Q-, 96.60.qd

УДК: 523.982.8.

Ключевые слова: Солнце, солнечная активность, солнечные циклы, сингулярный спектральный анализ, прогнозирование солнечной активности, числа Вольфа.

ВВЕДЕНИЕ

Солнечная активность (СА) проявляется в комплексе явлений, связанных с изменениями магнитных полей Солнца, и оказывает существенное влияние на геофизические, климатические и технологические процессы на Земле. Наиболее выраженным проявлением СА является ее 11-летняя цикличность, что делает задачу моделирования и прогнозирования солнечных циклов одной из ключевых в современной гелиофизике. Достоверный прогноз уровня СА критически важен для планирования космических миссий, обеспечения радиационной безопасности космонавтов и аппаратуры космических аппаратов, а также для изучения солнечно-земных связей.

Помимо основного 11-летнего цикла (цикл Швабе–Вольфа), в СА выделяют другие периодические компоненты: 22-летний магнитный цикл Хейла (двойной 11-летний цикл), вековой цикл Гляйсберга (80–100 лет) и квазидвухлетние вариации (КДВ, 1–3 года).

Современные подходы к прогнозированию СА можно условно разделить на методы предвестников (геомагнитные индексы, полярные поля Солнца), статистические методы и физические модели солнечного динамо. Отсутствие единой общепринятой физической модели, точно описывающей все наблюдаемые закономерности и позволяющей составлять долгосрочные прогнозы СА,

обуславливает активное применение феноменологических и статистических подходов.

Особое место среди них занимает метод сингулярного спектрального анализа (SSA), который позволяет декомпозировать нестационарные временные ряды на интерпретируемые компоненты без априорных предположений об их виде. Результаты исследований компонентов солнечной цикличности с помощью SSA изложены во множестве работ. Так, в работах [1–3] временной ряд среднемесячного числа солнечных пятен был разложен на составляющие, которые затем сравнивались с известными долгосрочными вариациями. Несмотря на использование одного и того же метода, результаты исследований существенно отличаются из-за использования различных значений длины окна L — входного параметра метода SSA.

В контексте вышеизложенного вопрос о построении единой модели, объединяющей различные вариации СА и учитывающей их взаимовлияние, а также способной прогнозировать активность на временных интервалах различной длительности, остается нерешенным. Целью настоящей работы является построение феноменологической модели солнечной цикличности, объединяющей вековую, 11-летнюю и квазидвухлетнюю вариации, и ее апробация путем прогнозирования среднемесячного относительного числа солнечных пятен на текущий 25-й цикл солнечной активности.

Для достижения этой цели в работе применяется метод SSA в два этапа для декомпозиции временного ряда на составляющие и исследования взаимосвязей между ними, а также методы параметрической аппроксимации и машинного обучения для прогнозирования

* zobovaiy@my.msu.ru

† sergekras@rambler.ru

ния составляющих на 25-й цикл СА на основе данных для 1–24 циклов.

1. ДАННЫЕ И МЕТОДЫ

1.1. Данные

В работе использована вторая версия временного ряда среднемесячного относительного числа солнечных пятен (Sunspot Number, SSN) [4]. Данные предоставлены Мировым центром данных по индексу солнечной активности (WDC-SILSO) Бельгийской королевской обсерватории [5]. Ряд охватывает период с февраля 1755 г. по декабрь 2025 г. включительно и включает 24 полных 11-летних цикла и неоконченный 25-й цикл. В работе также использована таблица дат минимумов и максимумов солнечных циклов из того же источника.

1.2. Метод SSA

В настоящей работе для декомпозиции временного ряда был выбран метод сингулярного спектрального анализа (SSA). Метод SSA позволяет разложить нестационарный временной ряд длины N на сумму интерпретируемых компонентов (тренд, периодические составляющие, шум) без использования каких бы то ни было предположений об их виде.

Базовый алгоритм SSA состоит из четырех последовательных шагов [6].

1. На первом шаге (шаге вложения) исходный ряд $F = \{f_0, \dots, f_{N-1}\}$ преобразуется в последовательность из L -мерных векторов вложения, которые представляют собой перекрывающиеся отрезки ряда заданной длины L — длины окна. Векторы вложения \mathbf{X}_i строятся со сдвигом на одно значение исходного ряда: $\mathbf{X}_i = (f_{i-1}, \dots, f_{i+L-2})^T$, $i = 1, \dots, K$, где $K = N - L + 1$ — количество векторов. В результате первого шага алгоритма составляется траекторная матрица \mathbf{X} размера $L \times K$. Столбцы этой матрицы — это векторы вложения \mathbf{X}_i :

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 : \dots : \mathbf{X}_K] = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \cdots & f_{K-1} \\ f_1 & f_2 & f_3 & \cdots & f_K \\ f_2 & f_3 & f_4 & \cdots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{L-1} & f_L & f_{L+1} & \cdots & f_{N-1} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

2. На втором шаге производится сингулярное разложение траекторной матрицы, в результате чего матрица разлагается на сумму элементарных матриц ранга 1. Для этого вычисляются собственные числа $\lambda_1, \dots, \lambda_L$ матрицы $\mathbf{S} =$

$\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ и соответствующие им собственные векторы $\mathbf{U}_1, \dots, \mathbf{U}_L$ в ортонормированной системе. Полагая $\mathbf{V}_j = \frac{1}{\sqrt{\lambda_j}}\mathbf{X}^T\mathbf{U}_j$, получаем разложение траекторной матрицы на составляющие $\mathbf{X}_j = \sqrt{\lambda_j}\mathbf{U}_j\mathbf{V}_j^T$ ранга 1:

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_1 + \dots + \mathbf{X}_d, \quad (2)$$

где d — количество положительных собственных чисел матрицы \mathbf{S} , а $j = 1, \dots, d$. Для каждой элементарной матрицы \mathbf{X}_j ее относительный вклад в траекторную матрицу можно оценить как отношение собственного числа λ_j к сумме всех собственных чисел $\lambda_1 + \dots + \lambda_L$.

3. Третий шаг — группировка. На этом этапе элементарные матрицы \mathbf{X}_j объединяются в группы так, чтобы каждая группа соответствовала одной физически интерпретируемой составляющей исходного ряда (например, тренду, сезонному компоненту или шуму). Иными словами, все множество индексов $j = \{1, \dots, d\}$ элементарных матриц делится на m непересекающихся подмножеств I_1, \dots, I_m . Каждому подмножеству I_k соответствует результирующая матрица $\mathbf{X}_{I_k} = \sum_{j \in I_k} \mathbf{X}_j$, где $k = 1, \dots, m$, и тогда разложение (2) может быть записано в следующем виде:

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_{I_1} + \dots + \mathbf{X}_{I_m}. \quad (3)$$

Группировка необязательна; она необходима, если в результате сингулярного разложения предполагаемый компонент исходного ряда представлен одновременно несколькими элементарными матрицами \mathbf{X}_j . Способ группировки, как и длина окна L , является параметром метода SSA.

4. На заключительном шаге каждая группа матриц преобразуется обратно во временной ряд. Для восстановления временного ряда из матрицы \mathbf{X}_{I_k} размера $L \times K$ с элементами x_{ij} , где $i = 1, \dots, L$, $j = 1, \dots, K$, $k = 1, \dots, m$, применяется процедура диагонального усреднения. При диагональном усреднении вводятся параметры $L^* = \min(L, K)$, $K^* = \max(L, K)$, а также обозначение $z_{ij} = x_{ij}$, если $L < K$, и $z_{ij} = x_{ji}$ в обратном случае. Тогда с учетом соотношения $N = L + K - 1$ элементы восстановленного ряда $G = \{g_0, \dots, g_{N-1}\}$ вычисляются по формуле

$$g_p = \begin{cases} \frac{1}{p+1} \sum_{j=1}^{p+1} z_{j,p-j+2} & \text{для } 0 \leq p < L^* - 1, \\ \frac{1}{L^*} \sum_{j=1}^{L^*} z_{j,p-j+2} & \text{для } L^* - 1 \leq p < K^*, \\ \frac{1}{N-p} \sum_{j=p-K^*+2}^{N-K^*} z_{j,p-j+2} & \text{для } K^* \leq p < N. \end{cases} \quad (4)$$

Применение диагонального усреднения к каждой матрице \mathbf{X}_{I_k} позволяет получить набор временных рядов G_1, \dots, G_m одинаковой длины N , сумма значений которых в каждой точке равна значению исходного ряда: $F = G_1 + \dots + G_m$.

1.3. Процедура декомпозиции

Метод SSA чувствителен к выбору длины окна: значение входного параметра влияет на разделимость аддитивных составляющих, особенно при наличии нескольких сезонных компонентов. Если метод SSA применяется для выделения периодической составляющей из исходного ряда, то длина окна должна быть пропорциональна предполагаемому периоду этой составляющей. Поэтому в настоящей работе для выделения трех основных компонентов солнечной цикличности — векового цикла (*Sec*, от слова *secular*), 11-летнего цикла (*11yr*) и квазидвухлетней вариации (*QBO*, от выражения *quasi-biennial oscillations*) — метод сингулярного спектрального анализа был применен в два этапа.

В настоящей работе благодаря подбору значений L_1 и L_2 удалось добиться того, что каждый предполагаемый компонент исходного ряда оказался представлен только одной элементарной матрицей. Поэтому группировка в методе SSA не производилась.

На первом этапе SSA применялся к исходному ряду W с длиной окна $L_1 = 132$ месяца (≈ 11 лет), равной периоду основного 11-летнего солнечного цикла. В результате применения метода на этапе сингулярного разложения были получены 132 элементарные матрицы, из которых путем диагонального усреднения было восстановлено 132 ряда, в сумме дающих исходный ряд W . Только один из выделенных рядов обладал характерным для векового цикла периодом изменений и наибольшим относительным вкладом в траекторную матрицу (65.8%). Это позволило выделить вековую вариацию W_{Sec} из исходного ряда W как наиболее значимый компонент разложения.

На втором этапе метод SSA применялся к ряду остатков после удаления из исходного ряда W вековой вариации W_{Sec} для выделения составляющих W_{11yr} и W_{QBO} . В случае исключения вековой вариации путем ее вычитания из исходного ряда получался ряд остатков $W - W_{Sec}$. При разложении этого ряда с длиной окна $L_2 = 28$ месяцев 11-летней и квазидвухлетней вариации выделялись корректно — как два ряда с ожидаемыми периодами около 11 лет и 1.5–2.5 лет соответственно, с наибольшим относительным вкладом соответствующих элементарных матриц в траекторную матрицу (71.3% для W_{11yr} и 15.1% для W_{QBO}). Но при этом амплитуды 11-летней и квазидвухлетней вариаций зависели от величины W_{Sec} . Например, в минимуме Дальтона амплитуда вековой вариации достигает локального минимума — и в тот же период существенно понижены амплитуды 11-летней и квазидвухлетней

вариаций, выделенных из ряда остатков $W - W_{Sec}$. Это указывает на мультипликативный характер связи между компонентами W_{Sec} и $W_{11yr} + W_{QBO}$. Поэтому для устранения амплитудной модуляции и получения более регулярных по амплитуде высокочастотных составляющих W_{11yr} и W_{QBO} на втором этапе вместо вычитания было применено деление исходного ряда на значения вековой вариации. Таким образом был получен другой ряд остатков $\frac{W}{W_{Sec}}$. При разложении этого ряда с той же длиной окна $L_2 = 28$ месяцев 11-летней и квазидвухлетней вариации, помимо ожидаемых периодов вариаций и высоких относительных вкладов в элементарную матрицу (89.5% для W_{11yr} и 4.9% для W_{QBO}), также продемонстрировали более регулярные амплитуды, в меньшей степени зависящие от значений W_{Sec} . Выбор значения $L_2 = 28$ месяцев ≈ 2.3 года для второго этапа SSA обусловлен характерными временными масштабами квазидвухлетних вариаций. Это позволило эффективно выделить КДВ на фоне 11-летних вариаций.

1.4. Оценка длительности цикла

Для оценки длительности 11-летних циклов и привязки прогноза к временной шкале был проведен корреляционный анализ (раздельно для четных и нечетных циклов в соответствии с правилом Гневывшева – Оля [7]) для следующих индивидуальных параметров 1–24 циклов СА согласно таблице дат минимумов и максимумов Бельгийской королевской обсерватории:

- амплитуда цикла A (в размерности относительного числа солнечных пятен, SSN);
- полная длительность цикла L (в месяцах);
- длительность ветви роста цикла B (в месяцах, от минимума до максимума цикла);
- длительность ветви спада цикла C (в месяцах, от максимума до минимума цикла);
- асимметрия цикла $D = B - C$ (в месяцах);
- относительная асимметрия цикла как отношение длительности фазы роста к полной длительности $BL = \frac{B}{L}$ (безразмерная величина);
- относительная асимметрия цикла как отношение асимметрии роста и спада цикла к длительности фазы роста $DB = \frac{D}{B}$ (безразмерная величина).

На рис. 1 проиллюстрирован смысл параметров A , B , C и L на схеме усредненного цикла.

Были выявлены статистически значимые ($R^2 > 0.75$) связи между параметрами асимметрии и временными характеристиками (см. таблицу). Расчеты на основе выявленных корреляций дали два решения для параметра асимметрии D 25-го цикла: $D = -1.364 \pm 0.020$

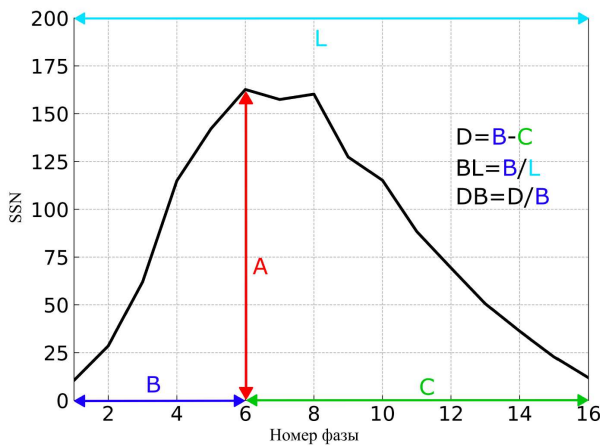


Рис. 1. График зависимости значений индекса SSN, усредненных за 24 цикла солнечной активности по 16 фазам, в зависимости от номера фазы. Иллюстрирует смысл введенных параметров циклов L , A , B , C , D , DB , BL

года и $D = -0.239 \pm 0.011$ года. Несмотря на высокие значения коэффициента детерминации ($R^2 \geq 0.95$), доверительные интервалы для полученных значений не перекрываются. Вероятно, применение выявленных статистических связей для параметров формы циклов для прогноза 25-го цикла требует учета дополнительных физических факторов или пересмотра границ применимости самих корреляций для аномальных циклов.

На основе выявленных связей была составлена формула для оценки длительности 25-го цикла:

$$L = 2 \cdot \langle B \rangle - \langle D \rangle, \quad (5)$$

где $\langle B \rangle$ и $\langle D \rangle$ — среднее взвешенное значение параметров B и D для 25-го цикла (см. таблицу), где веса обратно пропорциональны квадратам погрешности расчетов.

Оценка длительности 25-го цикла была получена путем взвешивания отдельных результатов по коэффициентам детерминации статистических связей и составила 130 ± 9 месяцев (10.8 ± 0.8 лет).

1.5. Методы прогнозирования компонентов

Для прогнозирования вековой вариации W_{Sec} была использована нейронная сеть с долгой краткосрочной памятью (LSTM), впервые описанная в работе [8]. Архитектура нейросети была реализована для последовательного извлечения временных зависимостей различного уровня: первый LSTM-слой (64 ячейки) выделяет низкоуровневые временные паттерны в данных, второй LSTM-слой (32 ячейки) агрегирует их в глобальные связи, а итоговый полносвязный слой формирует прогноз. Обучающие данные 1–24 циклов были разделены на тренировочные (1–18 циклы) и валидационные (19–24 циклы). Были подобраны следующие гиперпараметры (неизменяемые настройки) модели:

- размер окна краткосрочной памяти (window size) — 100 месяцев;
- горизонт прогноза (количество значений, на которое модель строит прогноз за один шаг) — 12 месяцев;
- количество обучающих примеров (batch size) — 32 точки наблюдений;
- скорость обучения (learning rate) — 0.001;
- функция потерь — среднеквадратическая ошибка (Mean Squared Error, MSE).

Для предотвращения переобучения применялась ранняя остановка: если функция потерь на валидационных данных не уменьшалась в течение 2 эпох подряд, то обучение останавливалось, а веса модели возвращались к весам эпохи с наилучшим значением функции потерь.

Для прогнозирования 11-летней вариации W_{11yr} была применена аппроксимация ряда W_{11yr} суперпозицией логнормальных функций:

$$W_{11yr} = \sum_{i=1}^{24} W_{11yr,i}^*, \quad (6)$$

$$W_{11yr,i}^* = \frac{A_i}{t \cdot 2\pi\sqrt{\sigma}} \cdot \exp\left(-\frac{(\ln(t) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right),$$

где t — параметр времени, а μ — параметр, определяющий положение максимума t_{max} логнормальной функции $W_{11yr,i}^*$ по формуле: $t_{max} = e^{\mu - \sigma^2}$. Прогноз для 25-го цикла строился на основе усредненных параметров аппроксимации для предыдущих нечетных циклов с учетом правила Гневывшева–Оля.

Для прогнозирования квазидвухлетних вариаций W_{QBO} был использован подход, описанный в работах [1, 9]. В указанном подходе используются функции Эйри $Ai(x)$ — решения дифференциального уравнения $y'' - x \cdot y = 0$, значения которых можно вычислить с помощью интеграла:

$$Ai(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\inf} \cos\left(\frac{\nu^3}{3} + \nu \cdot x\right) d\nu. \quad (7)$$

Для каждого солнечного цикла производится аппроксимация суперпозицией двух функций Эйри $-Ai(-x)$, разнесенных во времени на среднюю длительность цикла $\langle t \rangle$ (поскольку влияние каждого цуга $-Ai(-x)$ прослеживается на протяжении примерно двух циклов):

$$W_{QBO,i}^* = -a_i Ai(-b_i t) - c_i Ai(-d_i (t - \langle t \rangle)), \quad (8)$$

$$i = 1, \dots, 24.$$

Прогноз КДВ для 25-го цикла в настоящей работе строился на основе усредненных параметров аппроксимации для предыдущих нечетных циклов и учитывал связь с параметрами для предыдущего 24-го цикла ($a_{24} = c_{25}$, $b_{24} = d_{25}$).

Таблица. Статистические связи между параметрами нечетных циклов. Приведены уравнения прямых, отражающие корреляции, значения p -value и коэффициенты детерминации R^2 , а также результаты расчетов длительности 25-го цикла солнечной активности в годах

Нечетные циклы			
Уравнение	P-value	R^2	Результат для 25-го цикла, лет
$D = 21.93 \cdot BL - 10.96$	$1.61 \cdot 10^{-10}$	0.99	$D = -1.364 \pm 0.020$
$D = 3.98 \cdot DB + 0.33$	$6.50 \cdot 10^{-8}$	0.95	$D = -0.239 \pm 0.011$
$B = 11.68 \cdot BL - 0.22$	$1.73 \cdot 10^{-6}$	0.91	$B = 4.9 \pm 0.5$
$B = 2.14 \cdot DB + 5.80$	$4.23 \cdot 10^{-6}$	0.90	$B = 5.5 \pm 0.6$
$C = -10.25 \cdot BL + 10.73$	$2.33 \cdot 10^{-4}$	0.76	$C = 6.7 \pm 1.5$

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

Декомпозиция ряда и структура модели

Применение двухэтапного метода SSA с длинами окон $L_1 = 132$ месяца и $L_2 = 28$ месяцев позволило выделить из исходного ряда относительного среднемесячного числа солнечных пятен (ряд индекса SSN) W три значимых физически интерпретируемых компонента (рис. 2):

1. вековая вариация W_{Sec} ;
2. 11-летняя вариация W_{11yr} ;
3. квазидвухлетняя вариация W_{QBO} .

Для учета амплитудной модуляции 11-летней и квазидвухлетней вариаций вековым циклом при переходе от первого этапа ко второму исходный временной ряд был разделен на значения вековой вариации W_{Sec} . Таким образом, в настоящей работе была построена аддитивно-мультипликативная модель взаимосвязей между вариациями солнечной цикличности:

$$W = W_{Sec} \cdot (W_{11yr} + W_{QBO} + W_{\delta}), \quad (9)$$

где W_{δ} — ряд остатков, интерпретируемый как шум.

Как видно на рис. 3, учет амплитудной модуляции путем деления исходного ряда на W_{Sec} привел к изменению формы высокочастотных компонентов W_{11yr} и W_{QBO} . Амплитуда обеих вариаций, выделенных в аддитивно-мультипликативной модели, демонстрирует лучшую регулярность по сравнению с амплитудой вариаций, выделенных в аддитивной модели.

Взаимосвязи между компонентами

Помимо амплитудной модуляции, была обнаружена связь, напоминающая частотную модуляцию: существует корреляция между производной вековой вариации за 53 месяца до начала 11-летнего цикла и его полной длительностью. Коэффициент детерминации для указанной связи составляет $R^2 = 0.35$. Более

сильная зависимость наблюдается между знаком производной векового цикла, рассчитанной в те же моменты, и длительностью 11-летнего цикла: эта связь нарушается только в трех из 24-х рассмотренных циклов (рис. 4, б). Данная связь качественно отражает известный эффект Вальдмайера [10] и имеет прогностическую ценность, поскольку производная вековой вариации рассчитывается до наступления минимума солнечной активности, однако ее статистическая значимость недостаточна для учета в модели цикличности.

Прогноз 25-го цикла солнечной активности

Для построения прогноза 25-го цикла солнечной активности были экстраполированы три компонента исходного ряда W , соответствующие основным вариациям солнечной активности: вековая W_{Sec} , 11-летняя W_{11yr} и квазидвухлетняя W_{QBO} вариации.

- **Вековой цикл.** На валидационной выборке (19–24 цикла) LSTM нейронная сеть демонстрирует высокую точность прогноза: $R^2 = 0.997$ (рис. 5, а). Прогноз на 25-й цикл коррелирует с данными наблюдений с коэффициентом детерминации $R^2 = 0.844$, указывая на ожидаемый рост значений вековой вариации в течение текущего цикла (рис. 5, б).
- **11-летняя вариация.** Коэффициент детерминации для аппроксимации W_{11yr} суперпозицией из 24 логнормальных функций составляет $R^2 = 0.979$ (рис. 6, а). Прогноз для 25-го цикла построен на основе усредненных параметров аппроксимации, коэффициент детерминации для связи между прогнозом и данными наблюдений составляет $R^2 = 0.708$ (рис. 6, б).
- **Квазидвухлетняя вариация.** Коэффициент детерминации для аппроксимации 24-го цикла суперпозицией двух функций Эйри составляет $R^2 = 0.416$ (рис. 7, а), а прогноз для 25-го цикла, построенный с учетом связи параметров функций Эйри между соседними циклами ($a_{24} = c_{25}$, $b_{24} = d_{25}$), коррелирует с данными наблюдений с $R^2 = 0.813$ (рис. 7, б).

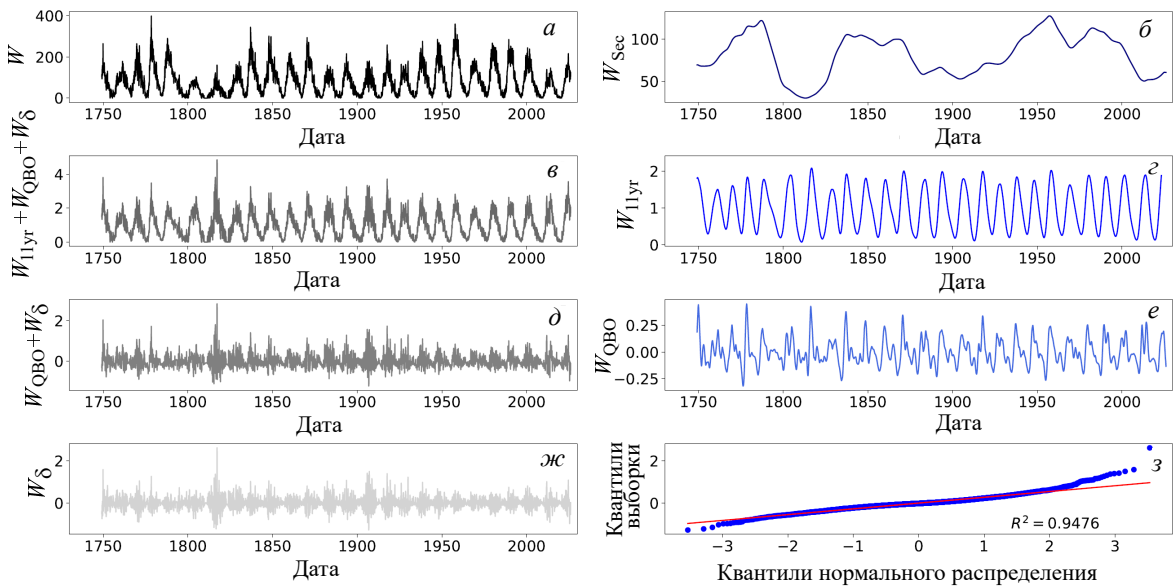


Рис. 2. Результаты разложения ряда W в аддитивно-мультипликативной модели солнечной цикличности: a — исходный временной ряд W ; b — вековая вариация W_{Sec} ; c — остаток после выделения вековой вариации $W_{11yr} + W_{QBO} + W_{\delta}$; d — 11-летняя вариация W_{11yr} ; e — остаток после выделения вековой и 11-летней вариаций $W_{QBO} + W_{\delta}$; f — квазидвухлетняя вариация W_{QBO} ; g — ряд остатков от выделения всех вариаций W_{δ} ; h — проверка нормальности распределения W_{δ} на нормальной вероятностной бумаге

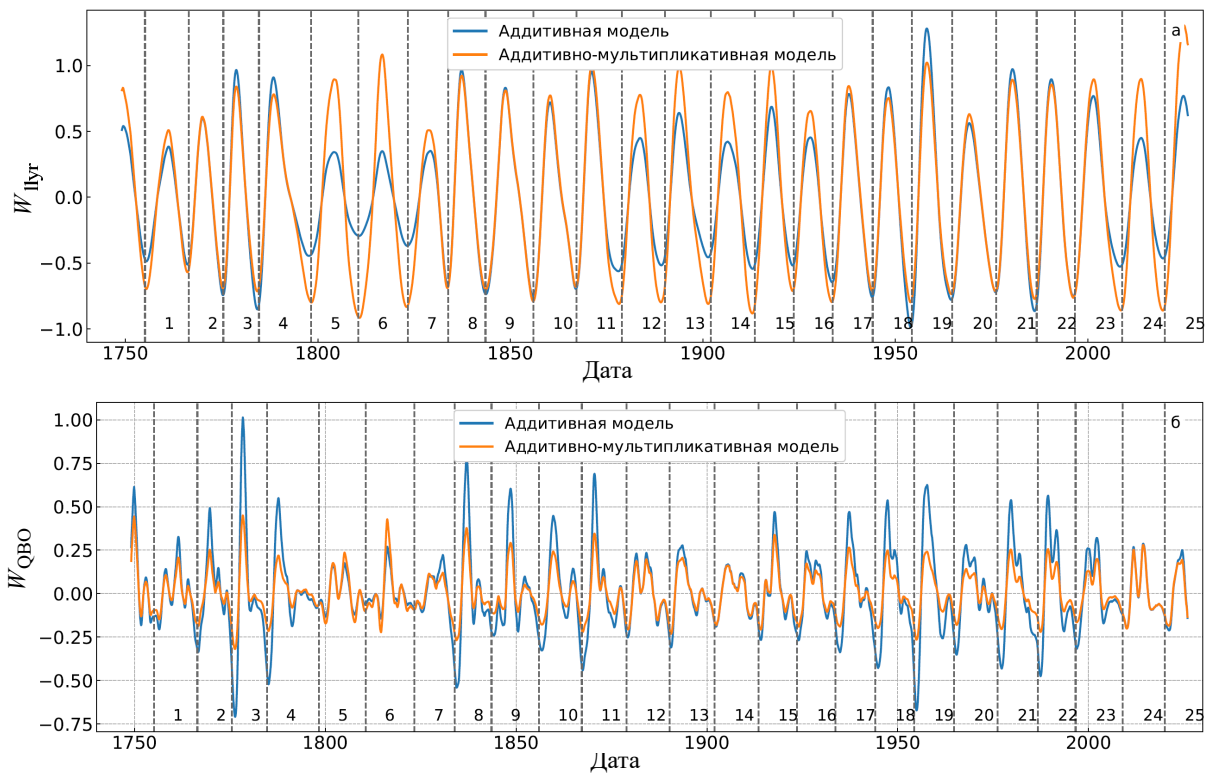


Рис. 3. Сравнение 11-летней a — и квазидвухлетней b — вариаций, выделенных при двукратном применении метода SSA, в аддитивно-мультипликативной ($W = W_{Sec} \cdot (W_{11yr} + W_{QBO} + W_{\delta})$) и в аддитивной ($W = W_{Sec} + W_{11yr} + W_{QBO} + W_{\delta}$) моделях солнечной цикличности. Вертикальные пунктирные линии отражают положения минимумов СА, числа в нижней части графика — номера 11-летних циклов

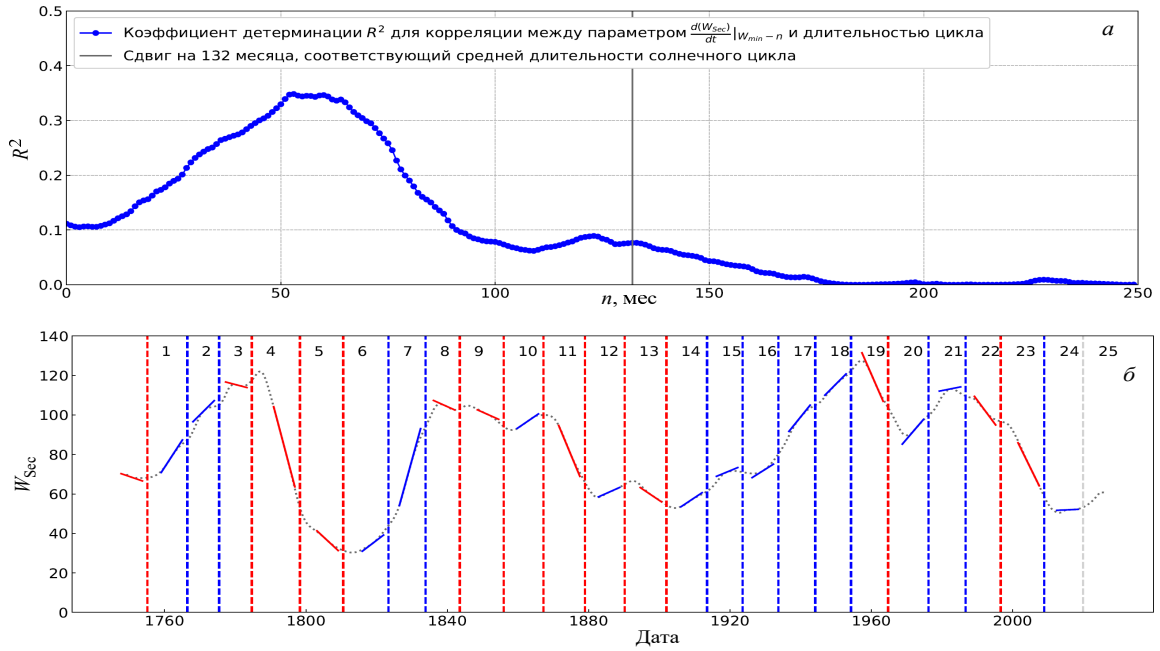


Рис. 4. *а* — Зависимость коэффициента детерминации R^2 от величины сдвига n . Коэффициент R^2 характеризует связь между длительностью 11-летнего цикла и скоростью изменения векового компонента за n месяцев до минимума 11-летнего цикла $\frac{d(W_{Sec})}{dt}|_{W_{min}-n}$. Максимум R^2 достигается при $n = 53$ месяца. *б* — Визуализация связи для $n = 53$ месяца. Вертикальные пунктирные линии обозначают моменты минимумов СА: красные — для циклов длительностью выше средней (за циклы 1–24), синие — для циклов длительностью ниже средней. Серая пунктирная кривая — ряд W_{Sec} . Сплошные цветные отрезки — касательные к этому ряду в точках за 53 месяца до минимума, отражающие знак производной (красные — отрицательный, синие — положительный)

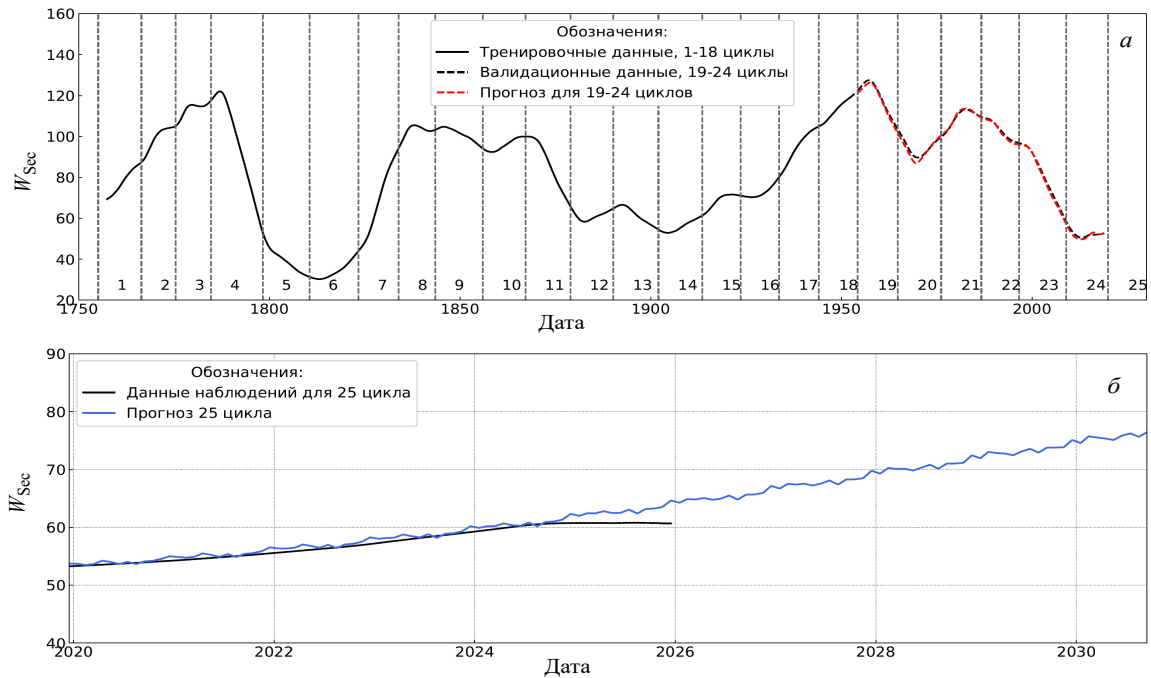


Рис. 5. *а* — График зависимости значений векового цикла W_{Sec} от времени. Вертикальные пунктирные линии отражают положения минимумов СА, числа в нижней части графика — номера 11-летних циклов. *б* — График зависимости значений векового цикла W_{Sec} от времени для 25 цикла

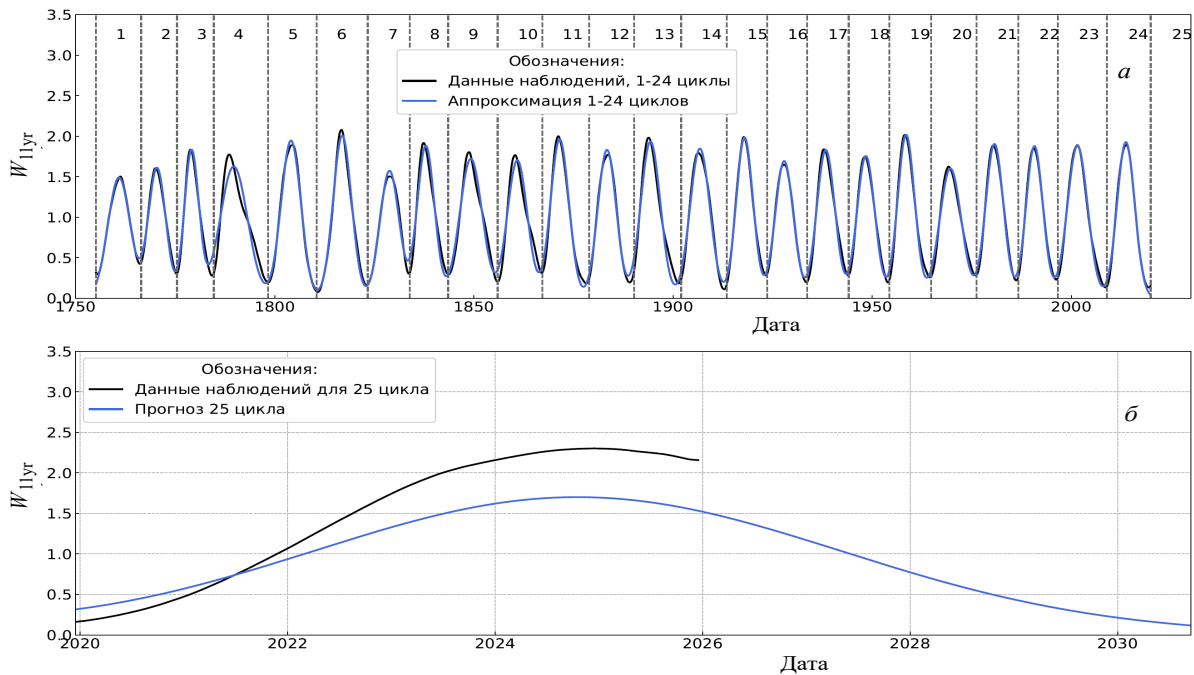


Рис. 6. *а* — График зависимости значений 11-летней вариации W_{11yr} от времени для 1-24 циклов. Вертикальные пунктирные линии отражают положения минимумов СА, числа в верхней части графика — номера 11-летних циклов. *б* — График зависимости значений 11-летней вариации W_{11yr} от времени для 25 цикла

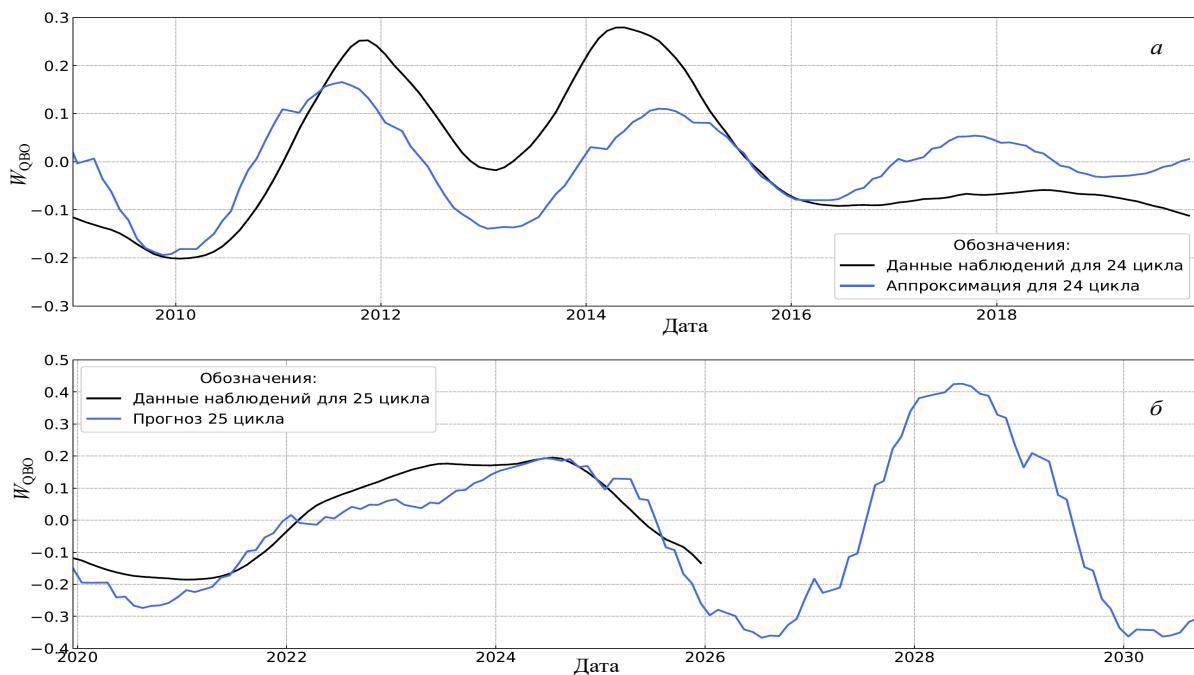


Рис. 7. *а* — График зависимости значений КДВ W_{QBO} от времени для цикла 24. *б* — График зависимости значений КДВ W_{QBO} от времени для цикла 25

Итоговый прогноз среднемесячного числа Вольфа для 25-го цикла получен путем обратного преобразования прогнозируемых значений трех компонентов в соответствии с аддитивно-мультипликативной моделью

(9) без учета случайного шума W_{δ} и представлен на рис. 8. Коэффициент детерминации для связи между прогнозом и данными наблюдений (без учета случайного шума W_{δ}) за период с декабря 2019 г. по декабрь

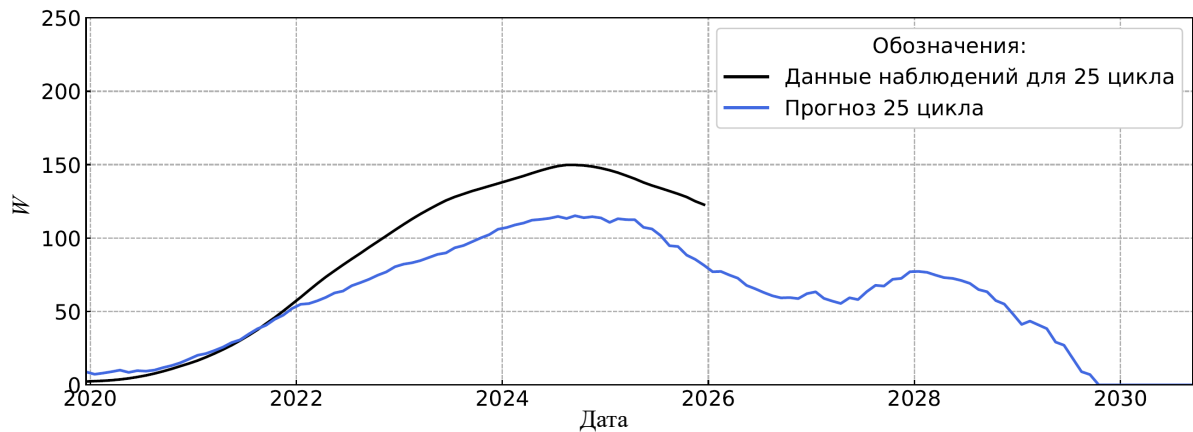


Рис. 8. Прогноз среднемесячного числа солнечных пятен W для 25-го цикла солнечной активности

2025 г. включительно составляет $R^2 = 0.79$. В прогнозируемой форме 25-го цикла солнечной активности прослеживается провал Гневешева с первым максимумом в 2025 г. и вторым, более слабым максимумом в 2028 г.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

В настоящей работе была построена феноменологическая модель солнечной цикличности, объединяющая вековую, 11-летнюю и квазидвухлетнюю вариации солнечной активности. Двухэтапное применение метода сингулярного спектрального анализа с оптимальными длинами окон $L_1 = 132$ месяца и $L_2 = 28$ месяцев позволило выполнить декомпозицию исходного ряда среднемесячного относительного числа солнечных пятен на физически интерпретируемые компоненты и выявить амплитудную модуляцию высокочастотных вариаций вековым циклом. Построенная аддитивно-мультипликативная модель взаимосвязей между компонентами (9) адекватно описывает наблюдаемую изменчивость выбранного индекса солнечной активности и позволяет корректно разделить вариации с различными периодами в соответствии с физической гипотезой об их мультипликативном взаимодействии.

Обнаруженная амплитудная модуляция 11-летней и квазидвухлетней вариаций вековым циклом статистически значима и согласуется с представлением о влиянии долгопериодных изменений глобального магнитного поля (глобальных минимумов и максимумов) Солнца на мощность циклов. Корреляция между длительностью 11-летнего цикла и скоростью изменения вековой вариации за 53 месяца до начала цикла, напоминающая частотную модуляцию, требует физической интерпретации. Можно выдвинуть предположение о том, почему именно 53 месяца соответствуют максимуму коэффициента корреляции. Вероятно, за 4.5 года до начала цикла полоидальное магнитное поле нового цикла начинает быстро усиливаться на фоне

ослабевающего тороидального магнитного поля старого цикла.

Практическая и научная значимость работы заключается в создании инструмента для среднесрочного прогнозирования солнечной активности. Метод прогнозирования, основанный на аддитивно-мультипликативной модели связи между вариациями разных периодов, способен учитывать долгосрочные тренды и тонкую структуру солнечных циклов, что может быть важно для проверки физических моделей солнечного динамо.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе методом сингулярного спектрального анализа выполнена декомпозиция временного ряда среднемесячного относительного числа солнечных пятен (1749–2025 гг.) на три физически интерпретируемых компонента: вековую, 11-летнюю и квазидвухлетнюю вариации. Построена аддитивно-мультипликативная модель солнечной цикличности, учитывающая амплитудную модуляцию 11-летней и квазидвухлетней вариаций вековым циклом. Выявлена связь между длительностью солнечного цикла и скоростью изменения вековой вариации за 53 месяца до его начала, что может указывать на особенности взаимодействия между крупномасштабными и локальными процессами на Солнце. Модель была апробирована путем прогнозирования значений временного ряда на 25-й солнечный цикл. Прогноз коррелирует с данными наблюдений с коэффициентом детерминации $R^2 = 0.79$.

Перспективы дальнейших исследований включают рассмотрение других индексов солнечной активности для проверки устойчивости модели, оптимизацию параметров метода сингулярного спектрального анализа, а также улучшение методов прогнозирования для каждого компонента временного ряда индекса солнечной активности.

- [1] *Kononovich E.V., Khranova M.N., Krasotkin S.A.* // *Astronomical & Astrophysical Transactions*. **21**. N 4-6. 293 (2002).
- [2] *Le Mouél J.-L., Lopes F., Courtillot V.* // *Solar Physics*. **292**. N 3. 43 (2017).
- [3] *Loskutov A.Y., Istomin I.A., Kotlyarov O.L., Kuzanyan K.M.* // *Astronomy Letters*. **27**. 745 (2001).
- [4] *Clette F., Svalgaard L., Vaquero J.M., Cliver E.W.* // *Space Science Reviews*. **186**. N 1. 35 (2014).
- [5] *SILSO World Data Center, Royal Observatory of Belgium*. Monthly mean total sunspot number, version 2.0. <https://www.sidc.be/SILSO/datafiles>
- [6] *Голяндина Н.Э., Некруткин В.В., Степанов Д.В.* // Труды II Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO. **3**. 2139 (2003).
- [7] *Gnevyshev M., Ohl A.* // *The Astronomical Journal*. **25**. N 1. 18 (1948).
- [8] *Hochreiter S., Schmidhuber J.* // *Neural computation*. **9**. N 8. 1735 (1997).
- [9] *Kononovich E.V., Shefov N.N.* // *Proceedings of XXV Annual Seminar «Physics of Auroral Phenomena»*. 143 (2002).
- [10] *Waldmeier M.* // *Astronomical Communications of the Swiss Federal Observatory Zurich*. **14**. 105 (1935).

Phenomenological Model of Solar Cyclicity

I. Y. Zbova^{1,2,a}, S. A. Krasotkin^{1,2,b}

¹*Department of Space Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia*

²*Skobel'syn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia*

E-mail: ^azobovaiy@my.msu.ru, ^bsergekras@rambler.ru

This work presents a phenomenological model of solar cyclicity that integrates the secular, 11-year, and quasi-biennial variations of solar activity. Using a two-stage modification of the Singular Spectrum Analysis (SSA) method with window lengths of 132 months and 28 months, we performed a decomposition of the monthly mean total sunspot number (SSN) time series. An amplitude modulation of the 11-year and quasi-biennial variations by the secular cycle has been identified, which allowed us to construct an additive-multiplicative model of the interrelations between the components of the series. A correlation has been found between the duration of the 11-year cycle and the rate of change of the secular variation 4.5 years prior to its onset. By applying an LSTM neural network for the secular cycle, approximating the 11-year cycle with a superposition of lognormal functions, and fitting the quasi-biennial variations with a superposition of Airy functions, a forecast for the 25th solar cycle was produced. The forecast correlates with observational data with a determination coefficient of $R^2 = 0.79$. The results confirm the effectiveness of the proposed approach for modeling solar cyclicity.

PACS: 96.60.Q-, 96.60.qd.

Keywords: Sun, solar activity, solar cycles, solar cycle variations, solar activity forecasting, Wolf numbers.

Received 06 April 2026.

Сведения об авторах

1. Зобова Ирина Юрьевна — студент; e-mail: zobovaiy@my.msu.ru.
2. Красоткин Сергей Анатольевич — канд. физ.-мат. наук, доцент; e-mail: sergekras@rambler.ru.