

## Редкий распад $D^0 \rightarrow \omega l^+ l^-$

В. О. Галкин,<sup>1\*</sup> И. С. Суханов<sup>1,2†</sup>

<sup>1</sup> Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук  
Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, д. 40

<sup>2</sup> Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 09.06.2025; подписана в печать 27.10.2025)

Редкие распады очарованных мезонов, протекающие за счёт изменяющих аромат слабых нейтральных токов, в рамках Стандартной Модели запрещены на древесном уровне и дополнительно подавлены механизмом Глэшоу–Илиопулоса–Майани. В результате существенно возрастает роль вкладов промежуточных резонансов. В рамках релятивистской кварковой модели, основанной на квазипотенциальном подходе и квантовой хромодинамике, подробно исследован редкий распад  $D^0$ -мезона в легкий векторный мезон  $\omega$ . С помощью эффективных коэффициентов Вильсона учтены как пертурбативные эффекты электрослабой физики на малых расстояниях, так и вклады промежуточных резонансов на больших расстояниях. Полученные результаты для дифференциальных относительных вероятностей распада согласуются с имеющимися верхними экспериментальными ограничениями.

PACS: 12.39.Ki, 13.20.-v, 13.25.Ft УДК: 539.126

Ключевые слова: редкие распады, очарованные мезоны, коэффициенты Вильсона, изменяющий аромат нейтральный ток, релятивистская кварковая модель.

### ВВЕДЕНИЕ

Изучение распадов, протекающих с помощью изменяющих аромат нейтральных токов, является одним из ключевых инструментов для проверки Стандартной Модели (далее СМ) и поиска физики за её пределами. Редкие распады с участием  $b$ -кварка достаточно хорошо изучены как теоретически, так и экспериментально [1]. В то же время, редкие распады с участием  $c$ -кварка гораздо хуже исследованы. Экспериментальный и теоретический анализы являются более сложными, так как такие переходы сильно подавлены механизмом Глэшоу–Илиопулоса–Майани (далее ГИМ) [2]. По этой причине существенно возрастает роль вкладов промежуточных резонансов, которые значительно превышают эффекты физики электрослабого взаимодействия. Помимо этого, во многих случаях, расширения СМ могут нарушить подавление ГИМ и привести к вкладам, которые могут быть на порядки больше, чем в СМ [3]. В последние годы значительно улучшилось теоретическое описание редких распадов  $D^+ \rightarrow \pi^+ l^+ l^-$  и  $D^0 \rightarrow \pi^0 l^+ l^-$  [4]. В то же время, редкие распады в легкие векторные мезоны остаются слабо изученными. В литературе представлены теоретические оценки только для распада  $D \rightarrow \rho^0 l^+ l^-$  [5]. Распад нейтрального  $D^0$ -мезона в  $\omega l^+ l^-$  теоретически не исследован.

В данной работе проведен расчет матричных элементов изменяющего аромат нейтрального слабого тока между начальным  $D^0$  мезоном и конечным векторным

легким мезоном  $\omega$  в рамках релятивистской кварковой модели [6], основанной на квазипотенциальном подходе. Найдено, что релятивистские эффекты играют важную роль как для легких, так и для тяжелых адронов. Таким образом, форм-факторы рассчитаны с последовательным учетом релятивистской динамики кварков. Они выражены через интегралы перекрытия волновых функций мезонов, известных из изучения их спектроскопии. Зависимость форм-факторов от квадрата переданного импульса  $q^2$  определена в явном виде во всем кинематическом диапазоне без дополнительных предположений и экстраполяций. Эти форм-факторы и спиральный формализм были использованы для расчета дифференциальных и относительных вероятностей распада (Branching fraction). Проведено сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными ограничениями и предыдущими предсказаниями.

### 1. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ

Как было отмечено во введении, для расчёта свойств мезонов в данной работе используется релятивистская кварковая модель (далее РКМ), основанная на квазипотенциальном подходе. В этой модели, мезон массы  $M$  описывается волновой функцией  $\Psi_M(\mathbf{p})$  связанныго кварк-антикварк состояния, удовлетворяющей квазипотенциальному уравнению шрёдингеровского вида:

$$\left( \frac{b^2(M)}{2\mu_R} - \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu_R} \right) \Psi_M(\mathbf{p}) = \int \frac{d^3 q}{2\pi^3} V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) \Psi_M(\mathbf{q}), \quad (1)$$

\* [galkin@ccas.ru](mailto:galkin@ccas.ru)

† [sukhanov.is17@physics.msu.ru](mailto:sukhanov.is17@physics.msu.ru)

где  $\mathbf{p}$  — относительный импульс кварков. Квадрат относительного импульса в системе центра масс на мас-

совой поверхности равен:

$$b^2(M) = \frac{[M^2 - (m_1 + m_2)^2][M^2 - (m_1 - m_2)^2]}{4M^2}, \quad (2)$$

а релятивистская приведенная масса определяется соотношением:

$$\mu_R = \frac{M^4 - (m_1^2 - m_2^2)^2}{4M^3}, \quad (3)$$

где  $m_{1,2}$  — массы кварков.

Ядром уравнения (1) является мотивированный КХД кварк-антикварковый потенциал  $V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M)$ , который строится с помощью амплитуды рассеяния вне массовой поверхности, спроектированной на состояния с положительной энергией. Предполагается, что оно состоит из потенциала одноглюонного обмена, доминирующего на малых расстояниях, и смеси скалярного и векторного линейных запирающих взаимодействий, доминирующих на больших расстояниях. Кроме того, предполагается, что вершина дальнодействующего запирающего векторного взаимодействия содержит дополнительный паулиевский член. Заметим, что подобная лоренцевская структура для ковариантного ядра взаимодействия была предположена в работе [7].

Таким образом, квазипотенциал задается следующим образом:

$$V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) = \bar{u}_1(p)\bar{u}_2(-p)\mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M)u_1(q)u_2(-q), \quad (4)$$

при этом:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) = & \frac{4}{3}\alpha_s D_{\mu\nu}(\mathbf{k})\gamma_1^\mu\gamma_2^\nu + \\ & + V_{conf}^V(\mathbf{k})\Gamma_1^\mu(\mathbf{k})\Gamma_{2;\nu}(\mathbf{k}) + V_{conf}^S(\mathbf{k}), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\mathbf{k} = \mathbf{p} - \mathbf{q}$ ,  $\alpha_s$  — константа связи КХД,  $D_{\mu\nu}$  — пропагатор глюонов в кулоновской калибровке,  $\gamma_\mu$  и  $u(p)$  — матрицы Дирака и спиноры, соответственно. Вершина дальнодействующего векторного взаимодействия имеет вид:

$$\Gamma_\mu(\mathbf{k}) = \gamma_\mu + \frac{i\kappa}{2m}\sigma_{\mu\nu}k^\nu, \quad (6)$$

где  $\kappa$  — дальнодействующий аномальный хромомагнитный момент кварка. Важно отметить, что построенный квазипотенциал содержит как спин-независимые, так и спин-зависимые релятивистские вклады. Все параметры модели были зафиксированы в работе [7] из рассмотрения адронной спектроскопии и адронных распадов. Выпишем полученные значения всех параметров модели.

Значение конституентных масс кварков равны:  $m_b = 4.88$  ГэВ,  $m_c = 1.55$  ГэВ,  $m_s = 0.5$  ГэВ,  $m_{u,d} = 0.33$  ГэВ; параметры линейного потенциала равны  $A = 0.18$  ГэВ<sup>2</sup> и  $B = -0.30$  ГэВ. Значение параметра смешивания скалярного и векторного запирающих потенциалов  $\varepsilon = -1$  было определено при рассмотрении полулептонных распадов  $B \rightarrow D$  [8] и радиационных распадов чармония [7]. Наконец, универсальная паулиевская константа взаимодействия  $\kappa = -1$

была зафиксирована на основании анализа тонкого расщепления  $^3P_J$ -состояний тяжелых кваркониев [7].

Константу связи КХД возьмём с инфракрасным замерзанием [9, 10]:

$$\alpha_s(\mu) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \frac{\mu^2 + M_0^2}{\Lambda^2}}, \quad (7)$$

где  $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$ ,  $n_f$  — число ароматов,  $\Lambda = 413$  МэВ,  $M_0 = 2.24\sqrt{A} = 0.95$  ГэВ и масштаб  $\mu = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ . Такой выбор  $\alpha_s$  необходим для получения масс лёгких [9] и тяжёло-лёгких [10] мезонов в согласии с экспериментальными данными. Полученные в работах [9, 10] волновые функции  $D_s$  и  $K$  мезонов используются для расчётов матричных элементов распадов. Редкий рас-

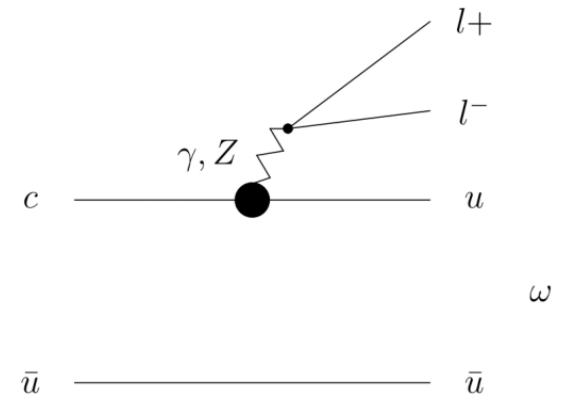


Рис. 1. Диаграмма Фейнмана редкого распада  $D^0 \rightarrow \omega l^+ l^-$

пад  $D^0 \rightarrow \omega l^+ l^-$  описывается диаграммой, представленной на рис. 1. Таким образом, необходимо вычислить адронный матричный элемент локального тока, определяющего слабый переход  $c \rightarrow u$ . В квазипотенциальном подходе матричный элемент этого слабого тока  $J_\mu^W$  между начальным  $D$  мезоном с четырёх-импульсом  $p_D$  и конечным мезоном  $\omega$  с четырёх-импульсом  $p_\omega$  определяется выражением [11]:

$$\langle \omega(p_\omega) | J_\mu^W | D(p_D) \rangle = \int \frac{d^3 p d^3 q}{(2\pi)^6} \bar{\Psi}_{M\mathbf{p}_M}(\mathbf{p}) \Gamma_\mu(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \Psi_{D\mathbf{p}_D}(\mathbf{q}), \quad (8)$$

где  $\Psi_{M\mathbf{p}_M}$  — начальная и конечная мезонные волновые функции, спроектированные на состояния с положительной энергией и бустированные в движущуюся систему отсчета с трех-импульсом  $\mathbf{p}_M$ . Вершинная функция равна:

$$\Gamma = \Gamma^{(1)} + \Gamma^{(2)}, \quad (9)$$

где  $\Gamma^{(1)}$  соответствующей импульсному приближению, а функция  $\Gamma^{(2)}$  является следствием проекции на состояния с положительной энергией и учитывает взаимодействие активных кварков ( $c, u$ ) со спектаторным

антинкварком ( $q$ ) и включает часть пропагатора активного кварка с отрицательной энергией [11]. Расчеты распадов адронов обычно ведутся в системе покоя распадающегося адрона, в данном случае это  $D$  мезон, и поэтому его импульс  $\mathbf{p}_D = 0$ . Тогда конечный мезон  $\omega$  движется с импульсом отдачи  $\Delta = \mathbf{p}_\omega$  и его волновая функция должна быть преобразована в движущуюся систему отсчета. Волновая функция движущегося мезона  $\Psi_{\omega\Delta}$  связана с волновой функцией в системе

покоя  $\Psi_{\omega 0}$  преобразованием:

$$\Psi_{\omega\Delta}(\mathbf{p}) = D_u^{1/2}(R_{L\Delta}^W)D_s^{1/2}(R_{L\Delta}^W)\Psi_{\omega 0}, \quad (10)$$

где  $R^W$  — вигнеровское вращение,  $L_\Delta$  — канонический лоренцев буст из системы покоя мезона в движущуюся систему отсчета,  $D^{1/2}(R)$  — матрица вращения [11].

Матричные элементы слабого тока для распада  $D$ -мезона в векторный мезон  $\omega$  могут быть выражены в терминах семи инвариантных форм-факторов:

$$\langle V(p_\omega) | \bar{q} \gamma^\mu c | D(p_D) \rangle = \frac{2iV(q^2)}{M_D + M_\omega} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon_\nu^* p_{D\rho} p_{\omega\sigma}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \langle V(p_\omega) | \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 c | D(p_D) \rangle = 2M_\omega A_0(q^2) \frac{\epsilon^* \cdot q}{q^2} q^\mu + (M_D + M_\omega) A_1(q^2) \left( \epsilon^{*\mu} - \frac{\epsilon^* \cdot q}{q^2} q^\mu \right) - \\ - A_2(q^2) \frac{\epsilon^* \cdot q}{M_D + M_\omega} \left[ p_D^\mu + p_\omega^\mu - \frac{M_D^2 - M_\omega^2}{q^2} q^\mu \right], \end{aligned} \quad (12)$$

$$\langle V(p_\omega) | \bar{q} i \sigma^{\mu\nu} q_\nu c | D(p_D) \rangle = 2T_1(q^2) \sigma^{\mu\nu\epsilon\sigma} \epsilon_\nu^* p_{\omega\rho} p_{D\sigma}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \langle V(p_\omega) | \bar{q} i \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 q_\nu c | D(p_D) \rangle = T_2(q^2) \left[ (M_D^2 - M_\omega^2) \epsilon^{*\mu} - (\epsilon^* \cdot q) (p_D^\mu + p_\omega^\mu) \right] + \\ + T_3(q^2) (\epsilon^* \cdot q) \left[ q^\mu - \frac{q^2}{M_D^2 - M_\omega^2} (p_D^\mu + p_\omega^\mu) \right], \end{aligned} \quad (14)$$

где  $M_\omega$  и  $\epsilon^\mu$  — масса и вектор поляризации  $\omega$ -мезона.

Явный вид форм-факторов в рамках релятивистской кварковой модели представлен в статье [11]. В данной работе мы будем пользоваться их полиномиальной аппроксимацией вида:

$$F(q^2) = F(0) / [(1 - q^2/M^2)(1 - aq^2/M_{D^*}^2 + bq^4/M_{D^*}^4)], \quad (15)$$

для форм-факторов  $V(q^2), A_0(q^2), T_1(q^2)$ , и

$$F(q^2) = F(0) / (1 - aq^2/M_{D^*}^2 + bq^4/M_{D^*}^4) \quad (16)$$

для форм-факторов  $A_1(q^2), A_2(q^2), T_2(q^2), T_3(q^2)$ , где  $M = 1.870$  ГэВ — масса  $D$ -мезона для формфактора  $A_0$  и  $M = M_{D^*} = 2.010$  ГэВ — масса  $D^*$ -мезона для всех остальных форм-факторов. Значения форм-факторов при  $q^2 = 0$  и  $q^2 = q_{max}^2$ , а также параметров  $a$  и  $b$  приведены в табл. I. Погрешность численного расчёта форм-факторов в рамках модели не превышает нескольких процентов. Характерный вид форм-факторов представлен на рис. 2 и 3.

Перейдем к рассмотрению эффективного Гамильтона.

## 2. КОЭФФИЦИЕНТЫ ВИЛЬСОНА

Обычный подход к описанию редких  $D$ -распадов основан на низкоэнергетическом эффективном гамильтониане, полученном путем исключения тяжелых степеней свободы (топ-кварк и  $W$ -бозон) СМ. Операторное разложение разделяет вклады на малых расстояниях, которые содержатся в коэффициентах Вильсона

Таблица 1. Форм-факторы слабого распада  $D^0 \rightarrow \omega l^+ l^-$

Форм-фактор	$F(0)$	$F(q_{max}^2)$	$a$	$b$
$V$	0.871	1.692	0.146	-2.775
$A_0$	0.647	1.174	-0.079	-2.306
$A_1$	0.674	0.764	0.491	0.287
$A_2$	0.712	0.802	0.903	1.785
$T_1$	0.534	0.855	0.197	-0.762
$T_2$	0.534	0.707	1.251	1.402
$T_3$	0.363	0.559	2.007	2.765

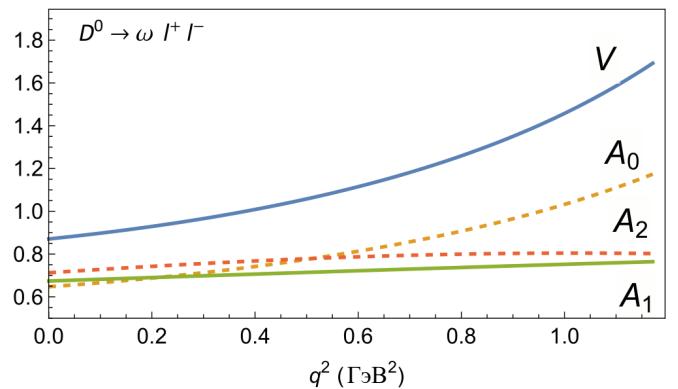


Рис. 2. Векторные и аксиально-векторные форм-факторы распада  $D^0 \rightarrow \omega l^+ l^-$

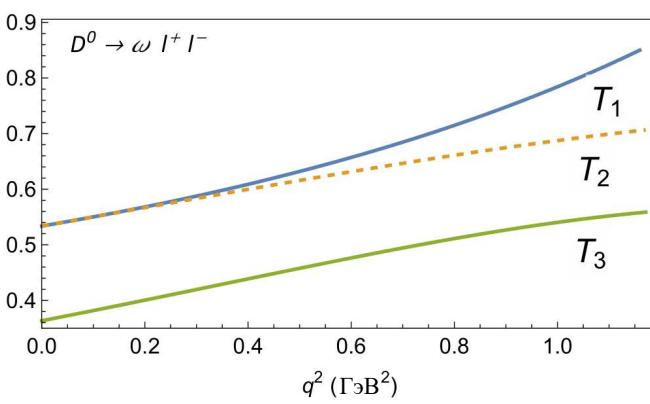


Рис. 3. Тензорные форм-факторы распада  $D^0 \rightarrow \omega l^+ l^-$

и могут быть рассчитаны пертурбативно, от вкладов на больших расстояниях, содержащихся в матричных элементах локальных операторов. Расчет таких матричных элементов требует применения непертурбативных методов. Эффективный гамильтониан для переходов  $c \rightarrow ul^+ l^-$  имеет вид [13]:

$$H_{eff} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}}(\lambda_b H_{eff}^{(b)} + \lambda_d H_{eff}^{(d)}), \quad (17)$$

где  $G_F$ -константа Ферми, и

$$H_{eff}^{(b)} = C_1 \mathcal{O}_1^s + C_2 \mathcal{O}_2^s + \sum_{i=3}^9 C_i \mathcal{O}_i, \quad (18)$$

$$H_{eff}^{(d)} = C_1 (\mathcal{O}_1^s - \mathcal{O}_1^d) + C_2 (\mathcal{O}_2^s - \mathcal{O}_2^d), \quad (19)$$

где

$$\lambda_q = V_{cq}^* V_{uq}, \quad (20)$$

где  $V_{ij}$  — элементы матрицы ККМ. Операторы  $\mathcal{O}_i$  — образуют базис в рамках СМ [13]. Токовые операторы имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_1 &= (\bar{u}_L \gamma_\mu T^\alpha q_L) (\bar{q}_L \gamma^\mu T^\alpha c_L), \\ \mathcal{O}_2 &= (\bar{u}_L \gamma_\mu q_L) (\bar{q}_L \gamma^\mu c_L), \end{aligned} \quad (21)$$

где  $q = d, s$ . Пингвинные операторы сильного взаимодействия записываются как:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_3 &= (\bar{u}_L \gamma_\mu c_L) \sum_{q=u,d,s,c} (\bar{q} \gamma^\mu q), \\ \mathcal{O}_5 &= (\bar{u}_L \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho c_L) \sum_{q=u,d,s,c} (\bar{q} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho q), \\ \mathcal{O}_4 &= (\bar{u}_L \gamma_\mu T^\alpha c_L) \sum_{q=u,d,s,c} (\bar{q} \gamma^\mu T^\alpha q), \\ \mathcal{O}_6 &= (\bar{u}_L \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho T^\alpha c_L) \sum_{q=u,d,s,c} (\bar{q} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho T^\alpha q), \end{aligned} \quad (22)$$

Электро- и хромо-магнитные пингвинные операторы имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_7 &= -\frac{g_{em} m_c}{16\pi^2} (\bar{u}_L \sigma^{\mu\nu} c_R) F_{\mu\nu}, \\ \mathcal{O}_8 &= -\frac{g_s m_c}{16\pi^2} (\bar{u}_L \sigma^{\mu\nu} T^\alpha c_R) G_{\mu\nu}^\alpha, \end{aligned} \quad (23)$$

и, наконец, полулептонные операторы выбираются как:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_9 &= \frac{\alpha_{em}}{4\pi} (\bar{u}_L \gamma_\mu c_L) (\bar{l} \gamma^\mu l), \\ \mathcal{O}_{10} &= \frac{\alpha_{em}}{4\pi} (\bar{u}_L \gamma_\mu \gamma_5 c_L) (\bar{l} \gamma^\mu l). \end{aligned} \quad (24)$$

В рамках данной работы, коэффициенты Вильсона используются с точностью до поправок  $O(\alpha_s^3)$  и имеют вид:

$$\begin{aligned} C_i(\mu) &= C_i^{(0)}(\mu) + \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} C_i^{(1)}(\mu) + \\ &+ \left(\frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi}\right)^2 C_i^{(2)}(\mu) + O(\alpha_s^3(\mu)). \end{aligned} \quad (25)$$

Эти поправки к различным коэффициентам Вильсона на малых расстояниях были рассчитаны в [12]. Заметим, что, в отличие от распадов  $B$ -мезонов, коэффициент Вильсона  $C_{10}$  обращается в нуль для переходов  $c \rightarrow u$  из-за идеального подавления ГИМ в пределе  $m_b^2/m_W^2 \rightarrow 0$ . Этот факт делает переходы  $c \rightarrow u$  крайне интересными для поисков новой физики.

Для удобства дальнейших вычислений запишем матричные элементы операторов  $\mathcal{O}_{1-6,8}$  через эффективные коэффициенты Вильсона  $C_{7,9}^{eff}(\mu)$  и  $C_{10}^{eff} = 0$ . Точные значения коэффициентов  $C_i$  и  $C_7^{eff}(\mu)$  приведены в работе [12]. Коэффициент Вильсона  $C_9^{eff}$  в однопетлевом порядке имеет вид:

$$\begin{aligned} C_9^{eff}(q^2) &= (V_{cd}^* V_{ud} + V_{cs}^* V_{us}) \left[ C_9 + h(m_c, q^2) (7C_3 + \frac{4}{3}C_4 + 76C_5 + \frac{64}{3}C_6) - \right. \\ &- h(m_s, q^2) (3C_3 + 30C_5) + \frac{4}{3}h(0, q^2) (3C_3 + C_4 + \frac{69}{2}C_5 + 16C_6) + \frac{8}{3}(C_3 + 10C_5) \left. \right] - \\ &- (V_{cd}^* V_{ud} h(0, q^2) + V_{cs}^* V_{us} h(m_s, q^2)) (\frac{2}{3}C_1 + \frac{1}{2}C_2), \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$h(m_q, q^2) = -\frac{8}{9} \ln \frac{m_q}{m_c} + \frac{8}{27} + \frac{4}{9}x - \frac{2}{9}(2+x)|1-x|^{1/2} \begin{cases} \ln \frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}-1} - i\pi, & x \equiv \frac{4m_q^2}{q^2} < 1 \\ 2 \arctan \frac{1}{\sqrt{x-1}}, & x > 1, \end{cases} \quad (27)$$

$$h(0, q^2) = \frac{8}{27} - \frac{4}{9} \ln \frac{q^2}{m_c^2} + \frac{4}{9}i\pi. \quad (28)$$

Помимо петлевых эффектов на малых расстояниях, существенный вклад на больших расстояниях будут давать промежуточные резонансы. Эффекты резонансов учитываются с помощью дополнительных эффективных коэффициентов Вильсона с использованием параметризации Брейта–Вигнера:

$$C_9^R(q^2) = a_\rho e^{i\delta_\rho} \left( \frac{1}{q^2 - M_\rho^2 + iM_\rho\Gamma_\rho} - \frac{1}{3} \frac{1}{q^2 - M_\omega^2 + iM_\omega\Gamma_\omega} \right) + \frac{a_\phi e^{i\delta_\phi}}{q^2 - M_\phi^2 + iM_\phi\Gamma_\phi}, \quad (29)$$

где  $M_M$  и  $\Gamma_M$  — масса и ширина распада промежуточных мезонов  $M = \rho, \omega, \phi$ . Изоспиновая связь между вкладами резонансов  $\rho$  и  $\omega$  была явно учтена. Параметры  $\delta_M$  можно будет определить только после получения точных экспериментальных данных. Поэтому будем рассматривать их как свободные параметры. Константу связи  $a_M$  оценим, предполагая, что:

$$\begin{aligned} Br(D^0 \rightarrow \omega M(M \rightarrow l^+l^-)) &\approx \\ &\approx Br(D^0 \rightarrow \omega M) Br(M \rightarrow l^+l^-), \end{aligned} \quad (30)$$

где  $Br(D^0 \rightarrow \omega M)$  и  $Br(M \rightarrow l^+l^-)$  берутся из экспериментальных данных. В рамках РКМ эти константы равны:  $a_\rho = 0.32 \pm 0.10$  и  $a_\phi = 0.12 \pm 0.4$ .

Тогда матричный элемент для перехода  $c \rightarrow ul^+l^-$  можно записать как:

$$\mathcal{M}(D^0 \rightarrow \omega l^+l^-) = \frac{G_F \alpha}{2\sqrt{2}\pi} \left[ T_\mu^{(1)}(\bar{l}\gamma^\mu l) + T_\mu^{(2)}(\bar{l}\gamma^\mu\gamma_5 l) \right], \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} T_\mu^{(1)} = C_9^{eff}(q^2) \langle \omega | \bar{u}\gamma^\mu(1 - \gamma^5)c | D \rangle - \\ - \frac{2m_c}{q^2} C_7^{eff}(q^2) \langle \omega | \bar{u}i\sigma^{\mu\nu}q_\nu(1 + \gamma^5)c | D \rangle, \end{aligned} \quad (32)$$

$$T_\mu^{(2)} = V_{cd}^* V_{ud} C_{10} \langle \omega | \bar{u}\gamma^\mu(1 - \gamma^5)c | D \rangle. \quad (33)$$

Для упрощения дальнейших расчетов удобно ввести спиральные амплитуды:

$$H_m^{(i)} = \epsilon^{\dagger\mu} T_\mu^{(i)}, \quad (34)$$

которые для распада  $D^0 \rightarrow \omega l^+l^-$  имеют следующий вид [14]:

$$\begin{aligned} H_\pm^{(1)}(q^2) = - (M_D^2 - M_\omega^2) \left[ C_9^{eff} \frac{A_1(q^2)}{M_D - M_\omega} + \frac{2m_c}{q^2} C_7^{eff} T_2(q^2) \right] \pm \\ \pm \lambda^{1/2} \left[ C_9^{eff} \frac{V(q^2)}{M_D + M_\omega} + \frac{2m_c}{q^2} C_7^{eff} T_1(q^2) \right], \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} H_0^{(1)}(q^2) = - \frac{1}{2M_\omega\sqrt{q^2}} \left[ C_9^{eff} \left\{ (M_D^2 - M_\omega^2 - q^2)(M_D + M_\omega)A_1(q^2) - \frac{\lambda}{M_D + M_\omega} A_2(q^2) \right\} + \right. \\ \left. + 2m_c C_7^{eff} \left\{ (M_D^2 + 3M_\omega^2 - q^2)T_2(q^2) - \frac{\lambda}{M_D^2 - M_\omega^2} T_3(q^2) \right\} \right]. \end{aligned} \quad (36)$$

Тогда дифференциальная ширина распада будет определяться следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma(D^0 \rightarrow \omega l^+l^-)}{dq^2} = \frac{G_F^2 \alpha^2}{1536\pi^5 M_D^3} q^2 \lambda(M_D^2, M_\omega^2, q^2)^{1/2} \times \\ \times \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{q^2}} H^{(1)} H^{\dagger(1)} \left( 1 + \frac{2m_l^2}{q^2} \right), \end{aligned} \quad (37)$$

где  $H^{(1)} H^{\dagger(1)} \equiv H_0^{(1)} H_0^{\dagger(1)} + H_+^{(1)} H_+^{\dagger(1)} + H_-^{(1)} H_-^{\dagger(1)}$ .

Перейдем к рассмотрению полученных результатов.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 4 показаны чистые нерезонансные дифференциальные относительные вероятности распада, определяемые в СМ коэффициентами  $C_7^{eff}, C_9^{eff}$  на коротких расстояниях (нижняя, оранжевая кривая), и резонансные, определяемые преимущественно  $C_{9,P}^R$  (зеленая кривая), а также имеющиеся на данный момент экспериментальные ограничения (серая полоса). Нерезонансный вклад подавлен на несколько порядков

Таблица 2. Относительные вероятности распадов  $D^0 \rightarrow \omega l^+ l^-$

распад	без учёта резонансов	с учётом резонансов	экспериментальное ограничение [18]
$D^0 \rightarrow \omega e^+ e^-$	$1.46^{+0.42}_{-0.31} \times 10^{-11}$	$3.00 \times 10^{-7}$	$6 \times 10^{-6}$
$D^0 \rightarrow \omega \mu^+ \mu^-$	$1.29^{+0.28}_{-0.22} \times 10^{-11}$	$2.99 \times 10^{-7}$	$8.3 \times 10^{-4}$

по отношению к резонансному в СМ. На рис. 4 левый пик соответствует вкладу  $\rho$ -мезона, а правый —  $\phi$ -мезона. Провал между ними вызван эффектом интерференции этих резонансных вкладов. Ширина графиков представляет собой теоретическую погрешность, связанную с неопределенностями эффективных коэффициентов Вильсона  $C_7^{eff}, C_9^{eff}$  [15] для нерезонансных дифференциальных относительных вероятностей распада, а для резонансных — неопределенностями параметров  $a_M$  и соответствующими фазами  $\delta_M$ . Наибольшая неопределенность связана с неизвестными фазами  $\delta_M$  из-за возникающего эффекта интерференции резонансов [17].

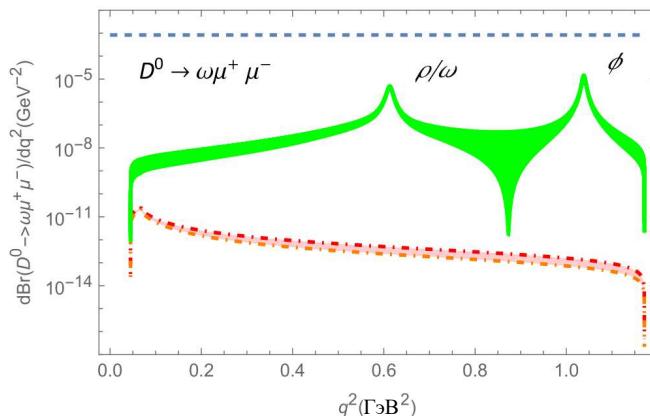


Рис. 4. Дифференциальная относительная вероятность распада  $D^0 \rightarrow \omega \mu^+ \mu^-$

Для получения полной относительной вероятности распада необходимо проинтегрировать дифференциальную относительную вероятность распада по всем возможным значениям квадрата переданного импульса  $q^2$ :

$$Br = \int_{4m_l^2}^{(M_D - M_\omega)^2} dq^2 \frac{dBr(D^0 \rightarrow \omega l^+ l^-)}{dq^2}. \quad (38)$$

Численные значения относительных вероятностей распада и их экспериментальные ограничения представлены в табл. II. Значения с учётом резонансов рассчитаны при  $\delta_M = 0$  и без учёта неопределенностей параметров  $a_M$ . Как видно из рис. 4, изменение фазы  $\delta_M$  существенно влияет на итоговое значение ширины распада.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведен подробный анализ редкого распада  $D$  мезона в лёгкий векторный мезон  $\omega$ . Вычислены форм-факторы, параметризующие матричные элементы изменяющего аромат нейтрального слабого тока между начальным  $D^0$  мезоном и конечными векторным мезоном  $\omega$  в рамках релятивистской квarkовой модели [6], основанной на квазипотенциальном подходе.

С помощью эффективных коэффициентов Вильсона учтены эффекты электрослабого взаимодействия на малых расстояниях и вклады резонансов на больших расстояниях. Эффекты резонансов учтены с помощью параметризации Брейта-Вигнера. Константы связи оценены в рамках РКМ на основе имеющихся экспериментальных данных.

С помощью форм-факторов и метода спиральных амплитуд были получены явные выражения для дифференциальных ширин и относительных вероятностей распада от квадрата переданного импульса  $q^2$ . Были рассчитаны полные вероятности рассматриваемых распадов. Полученные значения хорошо согласуются с экспериментальными ограничениями.

Работа Суханова И.С. выполнена при финансовой поддержке Фонда развития теоретической физики и математики "БАЗИС"(грант 23-2-2-11-1).

- [1] Faustov R.N., Galkin V.O. // The European Physical Journal C. **73**. 1 (2013).  
[2] Glashow S.L., Iliopoulos J., Maiani L. // Phys. Rev. D. **2**, N 7. 1285 (1970).  
[3] Gisbert H., Golz M., Mitzel D.S. // Modern Phys. Lett.

- A. **36**. N 04. 2130002 (2021).  
[4] Bansal A., Khodjamirian A., Mannel T. // arXiv preprint arXiv:2505.21369. (2025).  
[5] Feldmann T., Muller B., Seidel D. // Journal of High Energy Physics. **2017**. N 8. 1 (2017).

- [6] *Faustov R.N., Galkin V.O., Kang X.W.* // *Phys. Rev. D.* **101**. N 1. 013004 (2020).
- [7] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V. O.* // *Phys. Rev. D.* **67**. N 1. 014027 (2003).
- [8] *Faustov R.N., Galkin V.O.* // *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields.* **66**. N 1. 119 (1995).
- [9] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // *Phys. Rev. D.* **79**. N 11. 114029 (2009).
- [10] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // *The European Physical Journal C.* **66**. N 1-2. 197 (2010).
- [11] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // *Phys. Rev. D.* (2010). **82**. N 3. 034032.
- [12] *de Boer S., Miller B., Seidel D.* // *Journal of High Energy Physics.* **2016**. N 8. 1 (2016).
- [13] *Chetyrkin K., Misiak M., Munz M.* // *Nuclear Physics B.* **520**. N 1-2. 279 (1998).
- [14] *Faustov R.N., Galkin V.O.* // *The European Physical Journal C.* **73**. 1 (2013).
- [15] *de Boer S., Hiller G.* // *Phys. Rev. D.* **93**. N 7. 074001 (2016).
- [16] *Landsberg L.G.* // *Phys. Rep.* **128**. N 6. 301 (1985).
- [17] *Rigo B. et al.* // *The European Physical Journal. C. Particles and Fields.* **80**. N 1 65 (2020).
- [18] *Workman R.L.* // *Progress of Theoretical and Experimental Physics.* N 8. 083C01 (2022).

## Rare decay $D^0 \rightarrow \omega l^+ l^-$

**V. O. Galkin<sup>1a</sup>, I. S. Sukhanov<sup>1a,2b</sup>,**

<sup>1</sup>*Federal Research Center «Computer Science and Control» Russian Academy of Sciences  
Moscow 119333, Russia*

<sup>2</sup>*Department of Quantum theory and High Energy Physics Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University  
Moscow 119991, Russia  
E-mail: <sup>a</sup>galkin@ccas.ru, <sup>b</sup>sukhanov.is17@physics.msu.ru*

Rare decays of charmed mesons due to flavour-changing weak neutral currents are forbidden at the tree level in the Standard Model and are additionally suppressed by the Glashow-Iliopoulos-Maiani mechanism. As a result, the role of intermediate resonance contributions increases significantly. Rare decays of  $D^0$  meson into light vector meson  $\omega$  are studied in detail within the framework of the relativistic quark model based on the quasipotential approach and quantum chromodynamics. The effects of electroweak physics at short distances and the contributions of intermediate resonances at large distances are taken into account using effective Wilson coefficients. The obtained results are consistent with the existing upper experimental limits.

PACS: 12.39.Ki, 13.20.-v, 13.25.Ft

Keywords: rare decays, charmed mesons, Wilson coefficients, flavor-changing neutral current, relativistic quark model.  
Received 09 June 2025.

### Сведения об авторах

- Галкин Владимир Олегович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (499) 135-01-48, e-mail: galkin@ccas.ru.
- Суханов Иван Сергеевич — аспирант физического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова; e-mail: sukhanov.is17@physics.msu.ru.