

Редкие полуплептонные распады  $\Xi_b^-$ -барионаВ. О. Галкин<sup>1,\*</sup>, А. О. Немтырев<sup>2†</sup><sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук  
Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, д. 40<sup>2</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 09.06.2025; подписана в печать 06.07.2025)

В течение последних десятилетий достигнут существенный экспериментальный прогресс в исследовании распадов адронов, содержащих тяжелые кварки. В частности, были измерены относительные вероятности эксклюзивных полуплептонных и редких распадов как прелестных, так и очарованных мезонов и барионов. В настоящей работе представлены результаты исследования редких распадов  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- l^+ l^-$ . В рамках релятивистской кварковой модели, основанной на квазипотенциальном подходе и квантовой хромодинамике, рассчитаны формфакторы, параметризующие матричные элементы слабого тока между барионными состояниями. На основе спирального формализма проведен расчёт дифференциальных и полных ширин распада, а также асимметрий и поляризационных характеристик распадов. Расчёты выполнены как с учетом дальнедействующих вкладов в коэффициенты Вильсона векторных резонансов чармония, так и без их учета. Получены предсказания для ширин распада для 3-х поколений лептонов.

PACS: 12.39 Ki, 13.30 Ce, 14.20 Mг УДК: 539.126.

Ключевые слова: релятивистская кварковая модель, квазипотенциальный подход, тяжёлые барионы, редкие распады.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе рассматривается редкий полуплептонный распад  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- l^+ l^-$ , который протекает за счёт изменяющих аромат нейтральных токов. В рамках Стандартной модели (СМ) такие распады запрещены на древесном уровне. В результате они сильно подавлены в СМ и являются чувствительным тестом к дополнительным вкладам, возникающим в многочисленных расширениях СМ. Такие распады крайне важны для определения параметров СМ элементарных частиц и поиска возможных отклонений от ее предсказаний, так называемых вкладов «новой физики». До сих пор такой распад не был обнаружен экспериментально, однако есть основания полагать, что в скором времени можно ожидать результаты наблюдения данного распада. Отметим, что теоретический расчёт ширины распада уже был произведён для радиационного распада  $\Xi_b^-$ -бариона [1], а так же для полуплептонного распада  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda l^+ l^-$  [2]. Основной вклад в распад дают однопетлевые, так называемые пингвинные диаграммы. В работе используется релятивистская кварковая модель, в рамках которой рассчитаны формфакторы слабых распадов  $\Xi_b^-$ -бариона с последовательным учётом всех релятивистских эффектов. Сама модель основана на квазипотенциальном подходе в квантовой хромодинамике. На основе формфакторов и спирального формализма получены предсказания для полных и дифференциальных ширин редкого полуплептонного распада

$\Xi_b^-$ -бариона, а также различных асимметрий и поляризационных характеристик.

## 1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

В рассматриваемом распаде на кварковом уровне происходит процесс  $b \rightarrow sl^+l^-$ , описываемый эквивалентными пингвинными диаграммами, представленными на рис. 1.

Поскольку  $|V_{us}^* V_{ub}/V_{ts}^* V_{tb}| < 0.02$  [3], где  $V_{ij}$  — элементы матрицы Кабибо–Кобаяши–Маскава для перехода от  $j$  до  $i$  кварка, то вкладом  $u$ -кварка можно пренебречь. Наибольший вклад в петлю даёт  $t$ -кварк. Учитывая, что масса  $W$ -бозона в рассматриваемых процессах намного больше импульса, текущего по  $W$ -линии (т.е.  $k^2 \ll M_W^2$ ), то пропагатор  $W$ -бозона может быть записан следующим образом:  $\frac{i}{k^2 - M_W^2} (g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{M_W^2}) \rightarrow -\frac{ig^{\mu\nu}}{M_W^2}$ . В таком случае диаграмма существенно упрощается (рис. 2), так как петля стягивается в точку.

Таким образом, эффективный гамильтониан имеет вид [8]

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{ts}^* V_{tb} \sum_{i=1}^{10} c_i \mathcal{O}_i, \quad (1)$$

где  $G_F$  — константа Ферми,  $c_i$  — коэффициенты вильсона, а  $\mathcal{O}_i$  — операторы СМ:

\* galkin@ccas.ru

† nemtyrev.ao20@physics.msu.ru

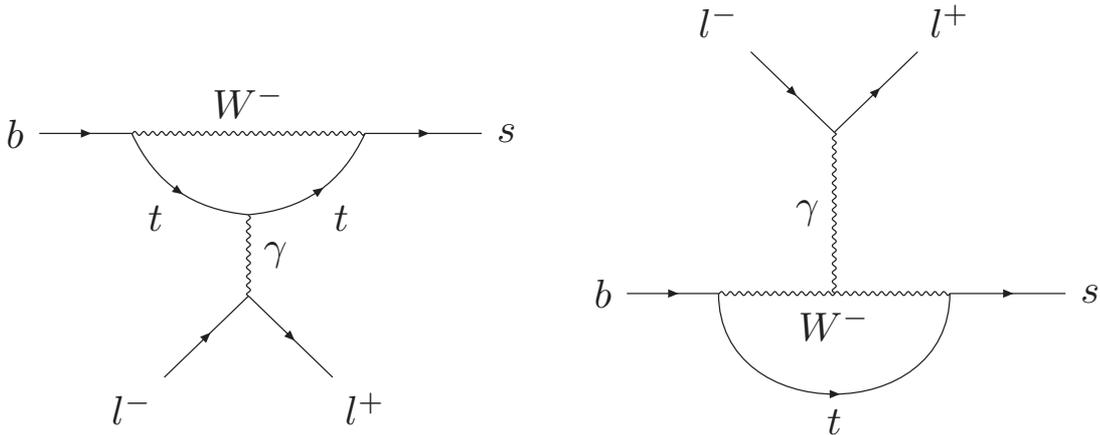


Рис. 1. Пингвинные диаграммы редкого слабого перехода  $b \rightarrow sl^+l^-$

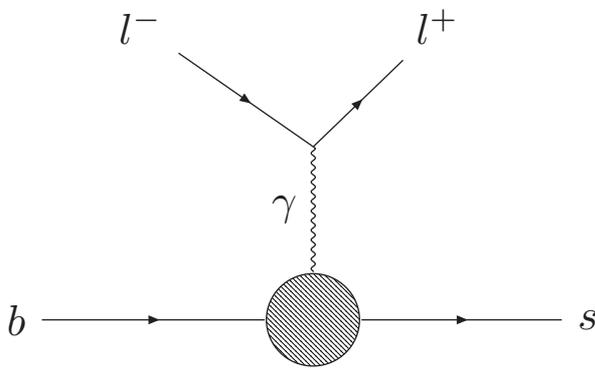


Рис. 2. Упрощённая пингвинная диаграмма редкого слабого перехода  $b \rightarrow sl^+l^-$

$$\mathcal{O}_1 = (\bar{s}_\alpha c_\beta)_{V-A} (\bar{c}_\beta b_\alpha)_{V-A},$$

$$\mathcal{O}_2 = (\bar{s}_\alpha c_\alpha)_{V-A} (\bar{c}_\beta b_\beta)_{V-A},$$

$$\mathcal{O}_3 = (\bar{s}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_\beta q_\beta)_{V-A},$$

$$\mathcal{O}_4 = (\bar{s}_\beta b_\alpha)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_\alpha q_\beta)_{V-A},$$

$$\mathcal{O}_5 = (\bar{s}_\alpha b_\alpha)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_\beta q_\beta)_{V+A},$$

$$\mathcal{O}_6 = (\bar{s}_\beta b_\alpha)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_\alpha q_\beta)_{V+A},$$

$$\mathcal{O}_{7\gamma} = \frac{e}{4\pi^2} \bar{s}_\alpha \sigma^{\mu\nu} (m_b P_R + m_s P_L) b_\alpha F_{\mu\nu},$$

$$\mathcal{O}_{8G} = \frac{g}{4\pi^2} \bar{s}_\alpha \sigma^{\mu\nu} (m_b P_R + m_s P_L) T_{\alpha\beta}^\alpha b_\beta G_{\mu\nu}^\alpha,$$

$$\mathcal{O}_9 = [\bar{s} \gamma^\mu P_L b] [\bar{l} \gamma_\mu l],$$

$$\mathcal{O}_{10} = [\bar{s} \gamma^\mu P_L b] [\bar{l} \gamma_\mu \gamma_5 l],$$

здесь  $(\bar{q}_\alpha q_\beta)_{V\pm A} = \bar{q}_\alpha \gamma_\mu (1 \pm \gamma_5) q_\beta$ ,  $\gamma_\mu$  и  $\gamma_5$  — матрицы

Дирака,  $P_{L(R)} = \frac{(1 \mp \gamma_5)}{2}$ ,  $e$  — электромагнитная константа связи,  $g$  — сильная константа связи,  $F_{\mu\nu}$  — тензор электромагнитного поля,  $G_{\mu\nu}^\alpha$  — тензор глюонного поля, а  $m_s$  и  $m_b$  — массы  $s$ -кварка и  $b$ -кварка. Так как  $m_b \gg m_s$  пренебрежем массой  $m_s$  в дальнейшем.

## 2. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КВАРК-ДИКВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ

Для расчёта редкого распада  $\Xi_b^-$ -бариона используется та же кварк-дикварковая модель, что и для вычисления барионного спектра масс [4, 5] и слабых полуплеутоновых распадов [6]. Согласно ей, начальный и конечный барионы рассматриваются как связанные состояния тяжёлого кварка и лёгкого скалярного дикварка. В нашем случае тяжёлым кварком является  $b$ -кварк, а дикварк  $d$  состоит из оставшихся кварков  $[d, s]$ . Волновая функция  $\Psi_{\Xi_b^-}$ , описывающая их, удовлетворяет релятивистскому квазипотенциальному уравнению типа Шрёдингера [4, 5]

$$\left( \frac{b^2(M)}{2\mu_R} - \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu_R} \right) \Psi_{\Xi_b^-}(\mathbf{p}) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) \Psi_{\Xi_b^-}(\mathbf{q}), \quad (2)$$

где релятивистская приведённая масса и квадрат релятивистского импульса в системе центра масс на массовой поверхности задаются следующими выражениями.

$$\mu_R = \frac{M_{\Xi_b^-}^4 - (m_b^2 - m_d^2)^2}{4M_{\Xi_b^-}^3},$$

$$b^2(M) = \frac{[M_{\Xi_b^-}^2 - (m_b + m_d)^2][M_{\Xi_b^-}^2 - (m_b - m_d)^2]}{4M_{\Xi_b^-}^2}.$$

Матричный элемент слабого тока  $J^W$ , описывающего редкий переход  $b$ -кварка в  $s$ -кварк с излучением виртуального  $\gamma$ -кванта, переходящего в лептонную пару,

между барионными состояниями имеет вид

$$\begin{aligned} \langle \Xi^- (P) | J_\mu^W | \Xi_b^- (Q) \rangle = \\ = \int \frac{d^3 p d^3 q}{(2\pi)^6} \bar{\Psi}_{\Xi^- \mathbf{P}}(\mathbf{p}) \Gamma_\mu(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \Psi_{\Xi_b^- \mathbf{Q}}(\mathbf{q}), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\Gamma_\mu(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  является двух-частичной вершинной функцией, а  $\Psi_{\Xi^- \mathbf{P}}(\mathbf{p})$  — волновая функция  $\Xi^-$ -бариона, спроецированная на состояния кварков с положительной энергией и бустированная в движущуюся систему отсчёта с импульсом  $\mathbf{P}$ . Преобразование волновой функции из системы покоя в движущуюся систему отсчёта задаётся следующей формулой [6]

$$\Psi_{\Xi^- \mathbf{P}}(\mathbf{p}) = D_q^{1/2}(R_{L\mathbf{P}}^W) D_d(R_{L\mathbf{P}}^W) \Psi_{\Xi^- \mathbf{0}}(\mathbf{p}). \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \langle \Xi^- (p', s') | \bar{s} \gamma^\mu b | \Xi_b^- (p, s) \rangle &= \bar{u}_{\Xi^-}(p', s') \left[ f_1^V(q^2) \gamma^\mu - f_2^V(q^2) i \sigma^{\mu\nu} \frac{q_\nu}{M_{\Xi_b^-}} + f_3^V(q^2) \frac{q^\mu}{M_{\Xi_b^-}} \right] u_{\Xi_b^-}(p, s), \\ \langle \Xi^- (p', s') | \bar{s} \gamma^\mu \gamma_5 b | \Xi_b^- (p, s) \rangle &= \bar{u}_{\Xi^-}(p', s') \left[ f_1^A(q^2) \gamma^\mu - f_2^A(q^2) i \sigma^{\mu\nu} \frac{q_\nu}{M_{\Xi_b^-}} + f_3^A(q^2) \frac{q^\mu}{M_{\Xi_b^-}} \right] \gamma_5 u_{\Xi_b^-}(p, s), \\ \langle \Xi^- (p', s') | \bar{s} i \sigma^{\mu\nu} q_\nu b | \Xi_b^- (p, s) \rangle &= \bar{u}_{\Xi^-}(p', s') \left[ \frac{f_1^{TV}(q^2)}{M_{\Xi_b^-}} (\gamma^\mu q^2 - q^\mu \not{q}) - f_2^{TV}(q^2) i \sigma^{\mu\nu} q_\nu \right] u_{\Xi_b^-}(p, s), \\ \langle \Xi^- (p', s') | \bar{s} i \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma_5 b | \Xi_b^- (p, s) \rangle &= \bar{u}_{\Xi^-}(p', s') \left[ \frac{f_1^{TA}(q^2)}{M_{\Xi_b^-}} (\gamma^\mu q^2 - q^\mu \not{q}) - f_2^{TA}(q^2) i \sigma^{\mu\nu} q_\nu \right] \gamma_5 u_{\Xi_b^-}(p, s), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $q = p - p'$ , а  $u_B$  — биспиноры, описывающие барионы.

Выражения для формфакторов в релятивистской кварковой модели с учетом всех релятивистских вкладов приведены в работе [6]. Подставляя в эти выра-

жения волновые функции барионов, полученные при вычислении их спектров масс, были рассчитаны численные значения формфакторов во всей доступной кинематической области. Полученные значения формфакторов могут быть с высокой точностью аппроксимированы выражением

### 3. ФОРМФАКТОРЫ

Матричные элементы изменяющего аромат нейтрального тока для распада  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- l^+ l^-$  обычно параметризуют с помощью следующих инвариантных формфакторов [2]:

жения волновые функции барионов, полученные при вычислении их спектров масс, были рассчитаны численные значения формфакторов во всей доступной кинематической области. Полученные значения формфакторов могут быть с высокой точностью аппроксимированы выражением

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 - a_1 \frac{q^2}{M_{\Xi_b^-}^2(6333)} + a_2 \left( \frac{q^2}{M_{\Xi_b^-}^2(6333)} \right)^2 + a_3 \left( \frac{q^2}{M_{\Xi_b^-}^2(6333)} \right)^3 + a_4 \left( \frac{q^2}{M_{\Xi_b^-}^2(6333)} \right)^4}. \quad (6)$$

Численные значения формфакторов при  $q^2 = 0$  и  $q^2 = q_{max}^2$ , а также значения параметров  $a_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) представлены в табл. 1. Вид зависимости формфакторов от квадрата переданного импульса  $q^2$  представлен на рис. 3.

### 4. РЕДКИЙ РАСПАД $\Xi_b^-$ -БАРИОНА

Матричный элемент амплитуды перехода между барионными состояниями имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- l^+ l^-) = \\ = \frac{G_F \alpha}{2\sqrt{2}\pi} |V_{ts}^* V_{tb}| [T_\mu^{(1)}(\bar{l} \gamma^\mu l) + T_\mu^{(2)}(\bar{l} \gamma^\mu \gamma_5 l)], \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} T_\mu^{(1)} &= c_9^{\text{eff}} \langle \Xi^- | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) b | \Xi_b^- \rangle - \\ &\quad - \frac{2m_b}{q^2} c_7^{\text{eff}} \langle \Xi^- | \bar{s} i \sigma^{\mu\nu} q_\nu (1 + \gamma^5) b | \Xi_b^- \rangle, \end{aligned} \quad (8)$$

$$T_\mu^{(2)} = c_{10} \langle \Xi^- | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) b | \Xi_b^- \rangle.$$

Амплитуды  $T^{(m)}$  выражаются через формфакторы и Вильсоновские коэффициенты. Эти амплитуды можно записать в спиральном базисе  $\epsilon^\mu(\lambda)$  [7]:

$$H_{\lambda_{\Xi^-}, \lambda}^m = \epsilon^{\dagger\mu}(\lambda) T_\mu^m(\lambda_{\Xi^-}), \quad (9)$$

где  $\lambda_{\Xi^-}$  — спиральность конечного  $\Xi^-$ -бариона, а  $\lambda = 0, \pm 1, t$  — продольная, поперечная и времени подобная спиральности.

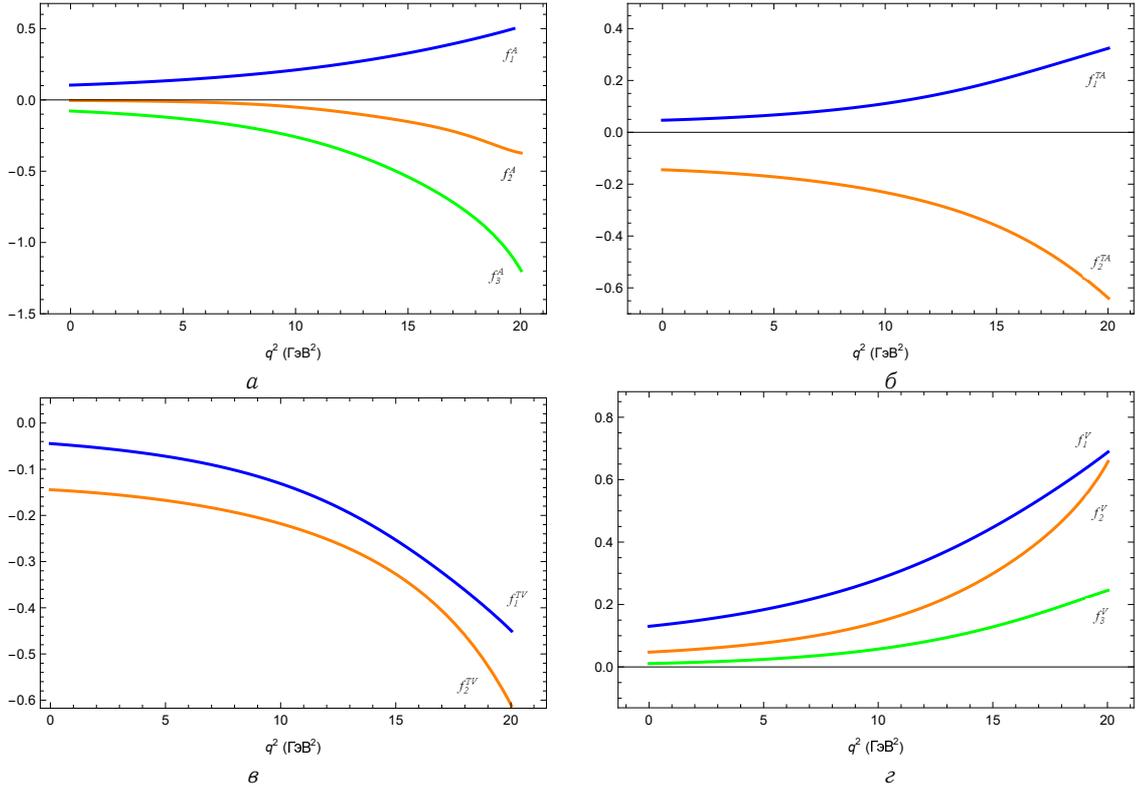


Рис. 3. Формфакторы редкого слабого перехода  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^-$

Таблица 1. Результаты расчёта формфакторов для редкого слабого  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^-$  перехода.

	$f_1^V(q^2)$	$f_2^V(q^2)$	$f_3^V(q^2)$	$f_1^A(q^2)$	$f_2^A(q^2)$	$f_3^A(q^2)$	$f_1^{TV}(q^2)$	$f_2^{TV}(q^2)$	$f_1^{TA}(q^2)$	$f_2^{TA}(q^2)$
$f(0)$	0.130	0.047	0.011	0.104	-0.004	-0.078	-0.045	-0.144	0.047	-0.144
$f(q_{max}^2)$	0.689	0.658	0.245	0.515	-0.372	-1.197	-0.450	-0.612	0.324	-0.640
$a_1$	2.358	3.199	6.225	2.090	8.574	3.690	3.342	0.751	2.244	0.869
$a_2$	-0.597	-0.058	16.507	-1.267	29.199	2.196	1.559	-3.293	-3.066	-3.893
$a_3$	7.181	11.239	-21.271	7.445	-45.456	7.918	6.746	3.607	13.605	5.489
$a_4$	-6.096	-11.508	11.013	-5.888	26.873	-10.061	-7.410	-0.273	-10.700	-0.852

Спиральные амплитуды слабых барионных переходов, вызываемые векторными и аксиально-векторными

токама выражаются через формфакторы распада [7] следующим образом:

$$\begin{aligned}
 H_{+\frac{1}{2},0}^{Vm,Am} &= \sqrt{\frac{s_{\mp}}{q^2}} \left[ (M_{\Xi_b^-} \pm M_{\Xi^-}) \mathcal{F}_1^{Vm,Am}(q^2) \pm \frac{q^2}{M_{\Xi_b^-}} \mathcal{F}_2^{Vm,Am}(q^2) \right], \\
 H_{+\frac{1}{2},1}^{Vm,Am} &= \sqrt{2s_{\mp}} \left[ \mathcal{F}_1^{Vm,Am}(q^2) \pm \frac{M_{\Xi_b^-} \pm M_{\Xi^-}}{M_{\Xi_b^-}} \mathcal{F}_2^{Vm,Am}(q^2) \right], \\
 H_{+\frac{1}{2},t}^{Vm,Am} &= \sqrt{\frac{s_{\pm}}{q^2}} \left[ (M_{\Xi_b^-} \mp M_{\Xi^-}) \mathcal{F}_1^{Vm,Am}(q^2) \pm \frac{q^2}{M_{\Xi_b^-}} \mathcal{F}_2^{Vm,Am}(q^2) \right],
 \end{aligned} \tag{10}$$

где  $s_{\pm} = (M_{\Xi_b^-} \pm M_{\Xi^-})^2 - q^2$ , верхний (нижний) знак относится к  $Vm$  — векторному току ( $Am$  — аксиально-

векторному току), а соответствующие комбинации формфакторов имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_1^{V1,A1}(q^2) &= c_9^{\text{eff}} f_1^{V,A}(q^2) \mp \frac{2m_b}{M_{\Xi_b^-}} c_7^{\text{eff}} f_1^{TV,TA}(q^2), \\
 \mathcal{F}_2^{V1,A1}(q^2) &= c_9^{\text{eff}} f_2^{V,A}(q^2) \mp \frac{2m_b M_{\Xi_b^-}}{q^2} c_7^{\text{eff}} f_2^{TV,TA}(q^2), \\
 \mathcal{F}_3^{V1,A1}(q^2) &= c_9^{\text{eff}} f_3^{V,A}(q^2) + \frac{2m_b(M_{\Xi_b^-} \mp M_{\Xi^-})}{q^2} c_7^{\text{eff}} f_1^{TV,TA}(q^2),
 \end{aligned} \tag{11}$$

а также

$$\mathcal{F}_i^{V2,A2}(q^2) = c_{10} f_i^{V,A}(q^2), \quad (i = 1, 2, 3). \tag{12}$$

Для нахождения амплитуд с отрицательными значениями спиральности необходимо воспользоваться следующим соотношением:

$$H_{-\lambda_{\Xi^-}, -\lambda}^{Vm, Am} = \pm H_{\lambda_{\Xi^-}, \lambda}^{Vm, Am}. \tag{13}$$

Полные же спиральные амплитуды для  $V - A$  тока имеют вид:

$$H_{\lambda_{\Xi^-}, \lambda}^m = H_{\lambda_{\Xi^-}, \lambda}^{Vm} - H_{\lambda_{\Xi^-}, \lambda}^{Am} \tag{14}$$

Значения Вильсоновских коэффициентов  $c_i$  и  $c_7^{\text{eff}}$  взяты из работы [8]. Эффективный Вильсоновский коэффициент  $c_9^{\text{eff}}$  содержит дополнительные пертурбативные вклады и непертурбативные на больших расстояниях:

$$c_9^{\text{eff}} = c_9 + \mathcal{Y}_{\text{pert}}(q^2) + \mathcal{Y}_{\text{BW}}(q^2), \tag{15}$$

где пертурбативная часть

$$\begin{aligned}
 \mathcal{Y}_{\text{pert}}(q^2) &= h \left( \frac{m_c}{m_b}, \frac{q^2}{m_b^2} \right) (3c_1 + c_2 + 3c_3 + c_4 + 3c_5 + c_6) - \frac{1}{2} h \left( 1, \frac{q^2}{m_b^2} \right) (4c_3 + 4c_4 + 3c_5 + c_6) \\
 &\quad - \frac{1}{2} h \left( 0, \frac{q^2}{m_b^2} \right) (c_3 + 3c_4) + \frac{2}{9} (3c_3 + c_4 + 3c_5 + c_6),
 \end{aligned}$$

в которой

$$\begin{aligned}
 h \left( \frac{m_c}{m_b}, \frac{q^2}{m_b^2} \right) &= -\frac{8}{9} \ln \frac{m_c}{m_b} + \frac{8}{27} + \frac{4}{9} x - \frac{2}{9} (2+x) |1-x|^{\frac{1}{2}} \times \begin{cases} \ln \left| \frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}-1} \right| - i\pi, & x \equiv \frac{4m_c^2}{q^2} < 1 \\ 2 \arctan \frac{1}{\sqrt{x-1}}, & x \equiv \frac{4m_c^2}{q^2} > 1, \end{cases} \\
 h \left( 0, \frac{q^2}{m_b^2} \right) &= \frac{8}{27} - \frac{4}{9} \ln \frac{q^2}{m_b} + \frac{4}{9} i\pi.
 \end{aligned}$$

Предполагается, что непертурбативные вклады обусловлены векторными  $c\bar{c}$  резонансами. Их вклад описывается с помощью следующего Брейт-Вигнеровского выражения [2, 7]:

$$\mathcal{Y}_{\text{BW}}(q^2) = \frac{3\pi}{\alpha^2} \sum_{V_i=J/\psi, \psi(2S)\dots} \frac{\Gamma(V_i \rightarrow l^+ l^-) M_{V_i}}{M_{V_i}^2 - q^2 - i M_{V_i} \Gamma_{V_i}}. \tag{16}$$

Учитываются вклады векторных состояний чармония  $V_i(1^{--})$ :  $J/\psi$ ,  $\psi(2S)$ ,  $\psi(3770)$ ,  $\psi(4040)$ ,  $\psi(4160)$ ,  $\psi(4415)$ . Их массы ( $M_{V_i}$ ), лептонные  $[\Gamma(V_i \rightarrow l^+ l^-)]$  и полные ( $\Gamma_{V_i}$ ) ширины распада взяты из PDG [9].

Дифференциальная ширина распада полулептонного распада  $\Xi_b^-$ -бариона в  $\Xi^-$  имеет вид

$$\frac{d\Gamma(\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- l^+ l^-)}{dq^2} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^3} \left( \frac{\alpha |V_{ts}^* V_{tb}|}{2\pi} \right)^2 \frac{\lambda^{1/2} q^2}{48 M_{\Xi_b^-}^3} \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{q^2}} \mathcal{H}_{\text{tot}}, \tag{17}$$

где  $G_F$  — константа Ферми,  $V_{qQ}$  — элемент матрицы ККМ,  $\lambda \equiv \lambda(M_{\Xi_b^-}^2, M_{\Xi^-}^2, q^2) = M_{\Xi_b^-}^4 + M_{\Xi^-}^4 + q^4 - 2(M_{\Xi_b^-}^2 M_{\Xi^-}^2 + M_{\Xi^-}^2 q^2 + M_{\Xi_b^-}^2 q^2)$ ,

$$\mathcal{H}_{\text{tot}} = \frac{1}{2} (\mathcal{H}_U^{11} + \mathcal{H}_U^{22} + \mathcal{H}_L^{11} + \mathcal{H}_L^{22}) \left( 1 - \frac{4m_l^2}{q^2} \right) + \frac{3m_l^2}{q^2} (\mathcal{H}_U^{11} + \mathcal{H}_L^{11} + \mathcal{H}_S^{22}),$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H}_U^{mm'} &= \Re(H_{+\frac{1}{2},+1}^m H_{+\frac{1}{2},+1}^{\dagger m'}) + \Re(H_{-\frac{1}{2},-1}^m H_{-\frac{1}{2},-1}^{\dagger m'}), \\
 \mathcal{H}_L^{mm'} &= \Re(H_{+\frac{1}{2},0}^m H_{+\frac{1}{2},0}^{\dagger m'}) + \Re(H_{-\frac{1}{2},0}^m H_{-\frac{1}{2},0}^{\dagger m'}), \\
 \mathcal{H}_S^{mm'} &= \Re(H_{+\frac{1}{2},t}^m H_{+\frac{1}{2},t}^{\dagger m'}) + \Re(H_{-\frac{1}{2},t}^m H_{-\frac{1}{2},t}^{\dagger m'}), \\
 \mathcal{H}_P^{mm'} &= \Re(H_{+\frac{1}{2},+1}^m H_{+\frac{1}{2},+1}^{\dagger m'}) - \Re(H_{-\frac{1}{2},-1}^m H_{-\frac{1}{2},-1}^{\dagger m'}), \\
 \mathcal{H}_{LP}^{mm'} &= \Re(H_{+\frac{1}{2},0}^m H_{+\frac{1}{2},0}^{\dagger m'} - H_{-\frac{1}{2},0}^m H_{-\frac{1}{2},0}^{\dagger m'}), \\
 \mathcal{H}_{SP}^{mm'} &= \Re(H_{+\frac{1}{2},t}^m H_{+\frac{1}{2},t}^{\dagger m'} - H_{-\frac{1}{2},t}^m H_{-\frac{1}{2},t}^{\dagger m'}),
 \end{aligned} \tag{18}$$

а  $m_l$  — лептонная масса.

Угловое дифференциальное распределение распада по лептонному углу определяется соотношением:

$$\frac{d^2\Gamma(\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- l^+ l^-)}{dq^2 d\cos\theta} = \frac{d\Gamma(\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- l^+ l^-)}{dq^2} \left[ \frac{3}{8}(1 + \cos^2\theta)(1 - F_L) + A_{\text{FB}}^l \cos\theta + \frac{3}{4}F_L \sin^2\theta \right], \tag{19}$$

где  $\theta$  — угол между  $\Xi_b^-$ -барионом и положительно заряженным лептоном в системе отсчёта, где лептонная пара покоится. Лептонная асимметрия вперёд-назад определена выражением

$$A_{\text{FB}}^l(q^2) = \frac{\frac{d\Gamma}{dq^2}(\text{forward}) - \frac{d\Gamma}{dq^2}(\text{backward})}{\frac{d\Gamma}{dq^2}} = -\frac{3}{4} \frac{\sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{q^2}} \mathcal{H}_P^{12}}{\mathcal{H}_{\text{tot}}}. \tag{20}$$

Доля продольно поляризованных дилептонов дается выражением:

$$F_L(q^2) = \frac{\frac{1}{2}(1 - \frac{4m_l^2}{q^2})(\mathcal{H}_L^{11} + \mathcal{H}_L^{22}) + \frac{m_l^2}{q^2}(\mathcal{H}_U^{11} + \mathcal{H}_L^{11} + \mathcal{H}_S^{22})}{\mathcal{H}_{\text{tot}}}. \tag{21}$$

Дифференциальное распределение по адронному углу для распада  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- (\rightarrow \Lambda \pi^-) l^+ l^-$  имеет следующий вид:

$$\frac{d^2\Gamma(\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- l^+ l^-)}{dq^2 d\cos\theta_h} = Br(\Xi^- \rightarrow \Lambda \pi^-) \frac{d\Gamma(\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- l^+ l^-)}{dq^2} \frac{1}{2}(1 + 2A_{\text{FB}}^h \cos\theta_h), \tag{22}$$

где  $\theta_h$  — угол между  $\Lambda$  барионом и  $\Xi^-$ -барионом в системе покоя  $\Xi_b^-$ -бариона. Адронная асимметрия вперёд-назад имеет следующую форму:

$$A_{\text{FB}}^h(q^2) = \frac{a_{\Xi^-} \frac{1}{2}(1 - \frac{4m_l^2}{q^2})(\mathcal{H}_P^{11} + \mathcal{H}_P^{22} + \mathcal{H}_{LP}^{11} + \mathcal{H}_{LP}^{22}) + \frac{3m_l^2}{q^2}(\mathcal{H}_P^{11} + \mathcal{H}_{LP}^{11} + \mathcal{H}_{SP}^{22})}{\mathcal{H}_{\text{tot}}}. \tag{23}$$

Кроме оговоренных выше наблюдаемых, есть так же возможность рассчитать адрон-лептонную асимметрию вперёд-назад  $A_{\text{FB}}^{hl}$ . Она пропорциональна коэффициенту перед членом  $\cos\theta \cos\theta_h$  в трёхмерном угловом дифференциальном распределении распада для неполяризованного  $\Xi_b^-$  [7]. Итоговая формула выглядит следующим образом:

$$A_{\text{FB}}^{hl}(q^2) = -\frac{3}{4} \frac{a_{\Xi^-}}{2} \frac{\sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{q^2}} \mathcal{H}_U^{12}}{\mathcal{H}_{\text{tot}}}, \tag{24}$$

где значение  $a_{\Xi^-}$  асимметрии распада  $\Xi^- \rightarrow \Lambda \pi^-$  известно из эксперимента [9]:  $a_{\Xi^-} = -0.390 \pm 0.007$ .

Средние значения величин  $\langle A_{\text{FB}}^l \rangle$ ,  $\langle A_{\text{FB}}^h \rangle$ ,  $\langle A_{\text{FB}}^{hl} \rangle$  и  $\langle F_L \rangle$  вычисляются путём раздельного интегрирования числителя и знаменателя по  $q^2$ .

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате были построены графики: с предсказанием для относительных дифференциальных вероятностей распадов  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \mu^+ \mu^-$  и  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \tau^+ \tau^-$  рис. 4, их асимметрий вперёд-назад: лептонных рис. 5, бари-

онных рис. 6, лептон-барионных рис. 7, а также на рис. 8 предоставлены результаты расчёта долей продольно поляризованных дилептонов. Сплошными линиями представлены результаты без учета резонансов, а штриховыми линиями результаты с их учетом.

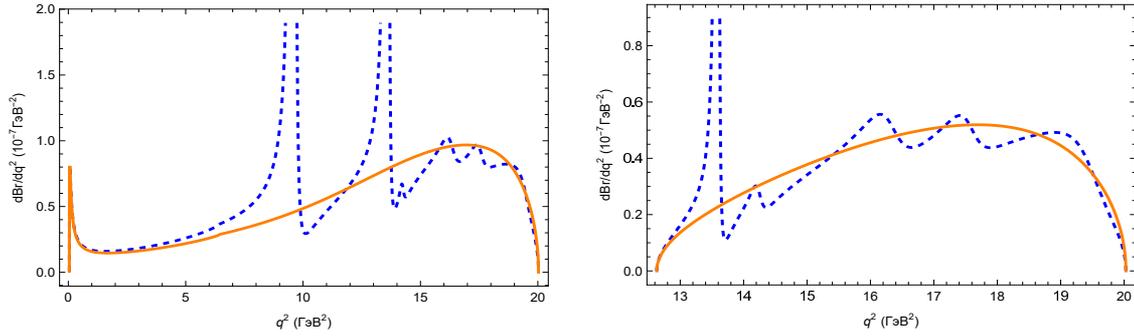


Рис. 4. Предсказания для относительной вероятности редких полулептонных распадов  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \mu^+ \mu^-$  (слева) и  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \tau^+ \tau^-$  (справа)

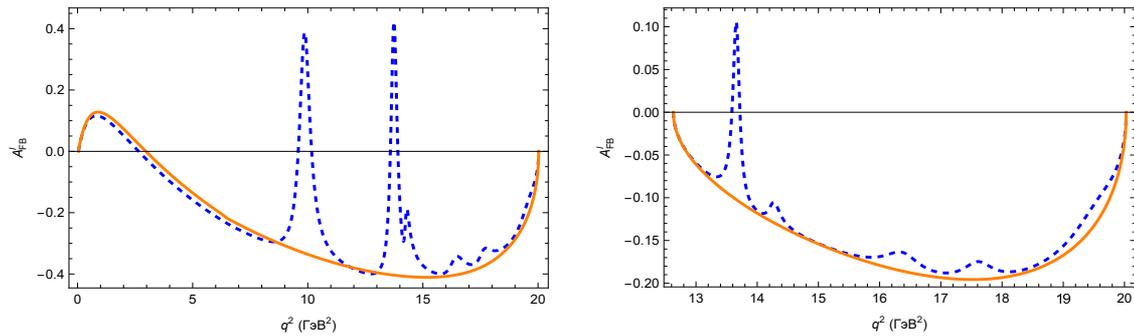


Рис. 5. Предсказания для лептонных асимметрий вперёд-назад  $A_{FB}^l(q^2)$  редких полулептонных распадов  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \mu^+ \mu^-$  (слева) и  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \tau^+ \tau^-$  (справа)

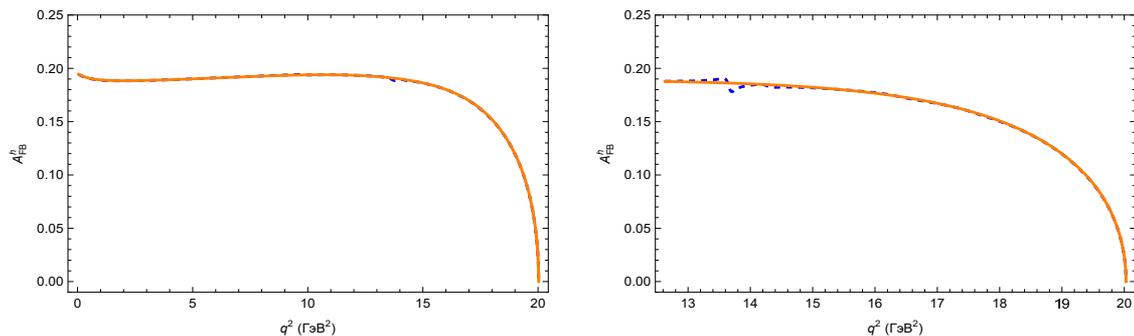


Рис. 6. Предсказания для адронных асимметрий вперёд-назад  $A_{FB}^h(q^2)$  редких полулептонных распадов  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \mu^+ \mu^-$  (слева) и  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \tau^+ \tau^-$  (справа)

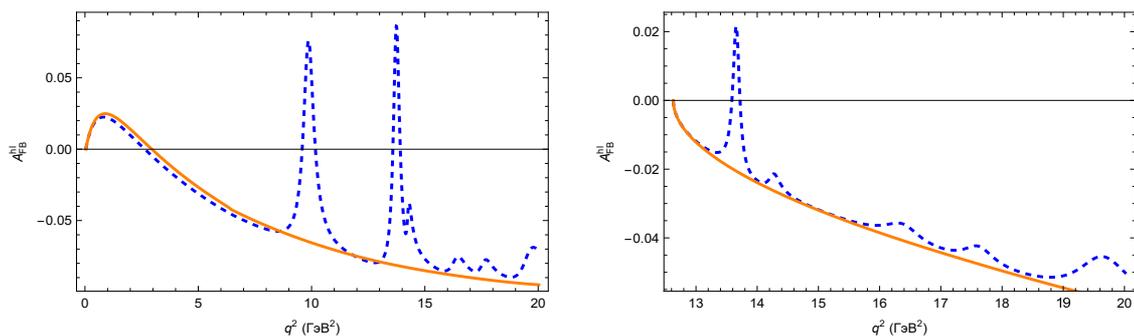


Рис. 7. Предсказания для адрон-лептонных асимметрий вперёд-назад  $A_{FB}^{hl}(q^2)$  редких полулептонных распадов  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \mu^+ \mu^-$  (слева) и  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \tau^+ \tau^-$  (справа)

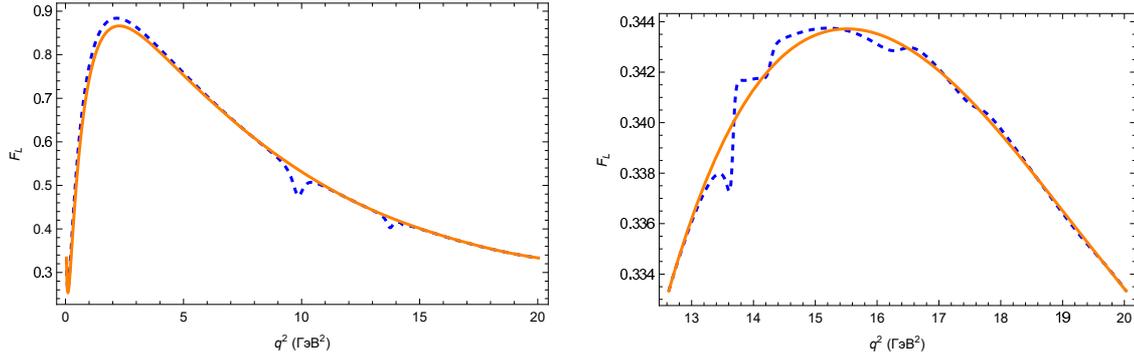


Рис. 8. Предсказания для доли продольно поляризованных дилептонов  $F_L(q^2)$  в редких полулептонных распадах  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \mu^+ \mu^-$  (слева) и  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \tau^+ \tau^-$  (справа)

Таблица 2. Теоретическое предсказание для относительной вероятности редкого слабого распада ( $\times 10^{-6}$ ).

Распад	Br
$\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- e^+ e^-$	1.105
$\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \mu^+ \mu^-$	1.035
$\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \tau^+ \tau^-$	0.617

Таблица 3. Теоретические предсказания для усреднённых асимметрий и поляризаций редких слабых распадов. "Рез." означает, что учтены вклады от  $c\bar{c}$  резонансов, «Без Рез.» означает, что резонансы не учитывались

Распад	$\langle A_{FB}^l \rangle$		$\langle A_{FB}^h \rangle$		$\langle A_{FB}^{hl} \rangle$		$\langle F_L \rangle$	
	Без Рез.	Рез.	Без Рез.	Рез.	Без Рез.	Рез.	Без Рез.	Рез.
$\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- e^+ e^-$	-0.2996	-0.0033	0.1774	0.1941	0.0668	0.0007	0.2814	0.5147
$\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \mu^+ \mu^-$	-0.3194	-0.0186	0.1757	0.1925	0.0712	0.0041	0.2985	0.5117
$\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \tau^+ \tau^-$	-0.0749	-0.0035	0.0440	0.0076	0.0189	0.0009	0.0153	0.0261

В табл. 2 предоставлены предсказания для полных относительных вероятностей распадов, а в табл. 3 усреднённые значения асимметрий и поляризационных характеристик этих распадов.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках релятивистской кварковой модели, основанной на квазипотенциальном подходе, были вычислены формфакторы редких распадов  $\Xi_b$  бариона с последовательным учётом релятивистских эффектов. Учтены релятивистские вклады промежуточных

состояний с отрицательной энергией и преобразования волновой функции конечного бариона из системы покоя в движущуюся систему отсчёта. На основании этих формфакторов и спирального формализма рассчитаны дифференциальные и полные ширины распадов  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- l^+ l^-$  ( $l = e, \mu, \tau$ ). Также были вычислены асимметрии вперёд-назад и различные поляризационные характеристики распадов. Полученные предсказания для относительных ширин распадов показывают, что данные распады могут быть наблюдаемы экспериментально в ближайшем времени. Отметим, что предсказания для редкого радиационного распада  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \gamma$  находится вблизи недавнего экспериментального ограничения [10].

[1] Davydov A.O., Faustov R.N., Galkin V.O. Rare radiative  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \gamma$  decay in the relativistic quark model // Modern Physics Letters A. 2022. **37**, №. 24. С. 2250158.

[2] Faustov R.N., Galkin V.O. Rare  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda l^+ l^-$  and  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda \gamma$  decays in the relativistic quark model // Physical Review D. 2017. **96**, №. 5. С. 053006.

- [3] *Buras A.J.* Weak Hamiltonian, CP violation and rare decays // arXiv preprint hep-ph/9806471. 1998.
- [4] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* Spectroscopy and Regge trajectories of heavy baryons in the relativistic quark-diquark picture // *Physical Review D*. 2011. **84**, №. 1. C. 014025.
- [5] *Faustov R.N., Galkin V.O.* Strange baryon spectroscopy in the relativistic quark model // *Physical Review D*. 2015. **92**, №. 5. C. 054005.
- [6] *Faustov R.N., Galkin V.O.* Semileptonic decays of  $\Lambda_b$  baryons in the relativistic quark model // *Physical Review D*. 2016. **94**, №. 7. C. 073008.
- [7] *Gutsche T., Ivanov M.A., Korner J.G., Lyubovitskij V.E.* et al. Rare baryon decays  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda l^+ l^-$  ( $l = e, \mu, \tau$ ) and  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda \gamma$ : Differential and total rates, lepton-and hadron-side forward-backward asymmetries // *Physical Review D*. 2013. **87**. №. 07. C. 074031.
- [8] *Altmannshofer W., Ball P., Bharucha A., Buras A.J.* et al. Symmetries and asymmetries of  $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$  decays in the Standard Model and beyond // *Journal of High Energy Physics*. 2009. **2009**, №. 01. C. 019.
- [9] *Navas S., Workman R.L., Burkert V.D., Crede V.* et al. (Particle Data Group) Review of particle physics // *Physical Review D*. 2024. **110**, №. 03. C. 030001.
- [10] *Aaij R., Abdelmotteleb A.S.W., Abellan Beteta C., Ackernley T.* et al. (The LHCb collaboration) Search for the radiative  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- \gamma$  decay // *Journal of High Energy Physics*. 2022. **2022**, №. 1. C. 069.

## Rare Semileptonic $\Xi_b^-$ baryon Decays

V. O. Galkin<sup>1a</sup>, A. O. Nemtyrev<sup>2b</sup>

<sup>1</sup>*Federal Research Center «Computer Science and Control», Russian Academy of Sciences  
Moscow 119333, Russia*

<sup>2</sup>*Department of Quantum theory and High Energy Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State  
University*

*Moscow 119991, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>galkin@ccas.ru, <sup>b</sup>nemtyrev.ao20@physics.msu.ru*

In recent decades, significant experimental progress has been achieved in studying decays of hadrons containing heavy quarks. In particular, the branching fractions of the exclusive semileptonic and rare decays of both charm and bottom mesons and baryons were measured. In this paper, we present the results of a study of the rare decay of  $\Xi_b^- \rightarrow \Xi^- l^+ l^-$ . The form factors parameterizing the weak current matrix elements between baryonic states are calculated within the framework of the relativistic quark model based on the quasipotential approach and quantum chromodynamics. The calculation of the differential and total decay widths, as well as the asymmetries and polarization characteristics of the decays, is carried out on the basis of the helicity formalism. The calculations were performed both with the account of the long-range contributions of charmonium vector resonances to the Wilson coefficients and without their account. Predictions for decay widths for 3 generations of leptons have been obtained.

PACS: 12.39 Ki, 13.30 Ce, 14.20 Mr.

*Keywords:* relativistic quark model, quasipotential approach, heavy baryons, rare decays.

*Received 09 June 2025.*

### Сведения об авторах

1. Галкин Владимир Олегович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (499)135-01-48, e-mail: galkin@ccas.ru.
2. Немтырев Артемий Олегович — студент 5 курса специалитета; e-mail: nemtyrev.ao20@physics.msu.ru.