Возбуждённые состояния трижды тяжёлых тетракварков

В. О. Галкин,[1*] Е. М. Савченко[1,2†]
[1] *Федеральный Исследовательский Центр «Информатика и Управление» Российской Академии Наук Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, д. 40*
[2] *Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*
(Поступила в редакцию 09.06.2025; подписана в печать 19.06.2025)

Массы основных и радиально и орбитально возбуждённых состояний трижды тяжёлых тетракварков с парой открытого и скрытого тяжёлых ароматов (очарование, прелесть) рассчитаны в рамках релятивистской кварковой модели, основанной на квазипотенциальном подходе и КХД. Тетракварк рассматривается как связанное состояние дикварка с антидикварком. Рассматриваются дикварки в триплетном по цвету состоянии. Расчёты учитывают все релятивистские эффекты (независящие и зависящие от спина) и конечный размер дикварка. Полученные результаты сравниваются с порогами сильных развалов на пару тяжёлого и тяжёло–лёгкого мезонов. Выделены состояния тетракварков, являющиеся основными кандидатами для экспериментальных поисков.

PACS: 12.39.Ki, 14.40.Lb, 14.40.Nd, 14.40.Rt УДК: 539.126.4
Ключевые слова: кварк, дикварк, тетракварк, релятивистская кварковая модель.

ВВЕДЕНИЕ

Кварковая модель возникла в 60-е годы прошлого века [1, 2] и изначально предсказывала существование различных видов адронов — связанных состояний того или иного числа кварков и антикварков. Чтобы адрон был наблюдаем, у него должен отсутствовать цветовой заряд, а электрический заряд должен быть целочисленным. Этим правилам удовлетворяет бесконечное число комбинаций кварков с антикварками, например: кварк и антикварк, три кварка, два кварка и два антикварка, четыре кварка и антикварк, шесть кварков и т.д. Однако до начала XXI века на ускорителях наблюдались лишь два простейших из упомянутых нами вида адронов: мезоны, состоящие из пары кварка с антикварком, и барионы, состоящие из трёх кварков. Обильно наблюдаемые барионы и мезоны можно назвать «обычными» адронами, тогда как состояния, обладающие отличным от них кварковым составом, получили название «экзотических». Не находилось никаких теоретических предпосылок, объясняющих такое преобладание обычных адронов над экзотическими в экспериментах. Однако проблема отчасти разрешилась с появлением первых достоверных наблюдений и экзотических состояний тоже. На данный момент уже обнаружено несколько десятков, как, пока что, лишь кандидатов, так и уже достоверно подтверждённых тетракварков (два кварка и два антикварка: $cs\bar{u}\bar{d}$ — LHCb 2020; $cu\bar{d}\bar{s}$, $cd\bar{u}\bar{s}$ — LHCb 2022; $cc\bar{u}\bar{d}$ — LHCb 2021; $cu\bar{c}\bar{s}$ — LHCb 2021; $cd\bar{c}\bar{s}$ — LHCb 2023; $cs\bar{c}\bar{s}$ — CMS 2013, LHCb 2016, 2021, 2022; $cc\bar{c}\bar{c}$ — LHCb 2020, ATLAS 2022, CMS 2022) и пентакварков (четыре кварка и антикварк: $uudc\bar{c}$ — LHCb 2015, 2019; $udsc\bar{c}$ — LHCb 2022). Подробный обзор и ссылки на экспериментальные работы можно найти в работе [3].

Данная работа посвящена изучению спектроскопии трижды тяжёлых тетракварков. Отметим наиболее интересные из последних экспериментальных наблюдений. Так последовательно сначала Коллаборацией LHCb [4] в 2020 г., а следом Коллаборациями ATLAS [5] и CMS [6] в 2022 г. был обнаружен четырежды очарованный тетракварк $cc\bar{c}\bar{c}$ (в виде узкого резонанса $X(6900)$ и нескольких широких структур) в процессах парного рождения чармония. Массы обнаруженных состояний согласуются с нашими предсказаниями [7–10] для основных и возбуждённых состояний четырежды очарованного тетракварка. Кроме того, имеются данные по наблюдениям дважды очарованного тетракварка $cc\bar{u}\bar{d}$ (резонанс T_{cc}^{+}) Коллаборацией LHCb [11] в 2021 г. Поиски этих и других возможных составов продолжаются.

1. ДИКВАРК–АНТИДИКВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ ТЕТРАКВАРКА

Тетракварк, как связанное состояние двух кварков и двух антикварков, является одним из простейших экзотических адронов. Объектом наших исследований являются трижды тяжёлые тетракварки с парой открытого и скрытого тяжёлых флейворов: $QQ'\bar{Q}\bar{q}$. Кварки можно разделить на две группы в зависимости от значения их токовых масс [12]: лёгкие q с массами $m_q \ll \Lambda_{\text{КХД}}$ (верхний u, нижний d, странный s) и тяжёлые Q с массами $m_Q \gg \Lambda_{\text{КХД}}$ (очарованный c, прелестный b, истинный t), где $\Lambda_{\text{КХД}} \approx 200$ МэВ — энергия конфайнмента кварков. В контексте связанных состояний t-кварк не рассматривается, поскольку он слишком быстро распадается за счёт слабого вза-

* galkin@ccas.ru
† savchenko.em16@physics.msu.ru

имодействия [13] ($\tau_{\rm t} \lesssim 10^{-23}$ с). Таким образом, исследуемые нами тетракварки состоят из двух тяжёлых ($\mathrm{Q}, \mathrm{Q}' = \mathrm{c}, \mathrm{b}$) кварков непременно разных флейворов ($\mathrm{Q} \neq \mathrm{Q}'$) и тяжёлого с лёгким ($\overline{\mathrm{Q}} = \overline{\mathrm{c}}, \overline{\mathrm{b}}$, $\overline{\mathrm{q}} = \overline{\mathrm{u}}, \overline{\mathrm{d}}, \overline{\mathrm{s}}$) антикварков (либо же система может быть зарядово сопряжена, но на её описание это никоим образом не повлияет).

В физике адронов для описания различных связанных состояний часто используется феноменологический объект «дикварк». Как ясно из названия, дикварк — это связанное состояние двух кварков, то есть частица с дробным электрическим зарядом, также несущая и цветовой заряд. Таким образом, подобно отдельным кваркам, это частица, ненаблюдаемая в свободном виде, но потенциально выделяемая во внутренней структуре адрона. Например, успешна кварк–дикварковая модель барионов, поскольку теоретически предсказываемый спектр возбуждений в барионах в отсутствие такой модели гораздо шире экспериментально наблюдаемого, а применение дикварков в описании состояний накладывает необходимые ограничения, приводящие теорию в согласие с экспериментом [14, 15]. Трижды тяжёлый тетракварк можно рассматривать как сильносвязанное состояние тяжёлых дикварка $\mathrm{d} \equiv \{\mathrm{Q}\mathrm{Q}'\}$ и тяжёло–лёгкого антидикварка $\overline{\mathrm{d}}' \equiv \overline{\mathrm{Q}''}\overline{\mathrm{q}}\}$. Наш подход позволяет также учесть конечные размеры дикварка и антидикварка, однако мы не производим учёт взаимодействия между кварками дикварка и антикварками антидикварка.

Дикварк есть система нескольких фермионов (двух кварков), а потому он должен удовлетворять обобщённому принципу Паули: полная волновая функция системы должна быть антисимметричной. Волновая функция дикварка состоит из следующих частей:

$$\Psi_{\text{дикварк}} = \psi_{\text{простр.}} \times \psi_{\text{цвет.}} \times \psi_{\text{флейв.}} \times \psi_{\text{спин.}}. \qquad (1)$$

Видно, что добиться полной антисимметрии здесь можно огромным количеством способов: либо одна из четырёх частей антисимметрична и остальные симметричны (4 способа), либо наоборот одна из четырёх частей симметрична и остальные антисимметричны (ещё 4 способа). Итого физически возможно 8 различных ситуаций. Мы же упростим себе задачу, наложив определённые ограничения, не лишённые физического смысла.

- Основные состояния дикварков обладают наименьшим пространственным размером, поэтому тетракварки, составленные из таких дикварков, будут с меньшей вероятностью разваливаться на пару мезонов за счёт дикварк–антидикваркового перекрытия. Симметрия пространственной части волновой функции определяется орбитальным моментом. Основные состояния характеризуются нулевым орбитальным моментом: $L_{\text{орб.}} = 0 \longrightarrow \psi_{\text{простр.}} \equiv \psi_{\text{симм.}}$.
- В цветовой представлении два кварка в комбинации могут дать антисимметричный триплет и симметричный секстет: $3 \oplus 3 = \overline{3} + 6$. В цветовом антитриплете взаимодействие кварков внутри дикварка — притягивающее, в то время как в цветовом секстете — отталкивающее. Поэтому будем рассматривать дикварки только в антитриплетном цветовом состоянии: $\psi_{\text{цвет.}} \equiv \psi_{\text{асимм.}}$. Отметим, что, если принять в рассмотрение взаимодействия между кварками дикварка и антикварками антидикварка, это может стабилизировать секстетное цветовое состояние, однако это выходит за рамки данного исследования.

Таким образом, оставшаяся флейворно–спиновая часть волновой функции дикварка должна быть симметричной. Это приводит к тому, что дикварк, состоящий из двух кварков одного флейвора ($\psi_{\text{флейв.}} \equiv \psi_{\text{симм.}}$), будет аксиальновекторным ($\psi_{\text{спин.}} \equiv \psi_{\text{симм.}}$). Если же дикварк состоит из кварков разного аромата, флейворную часть волновой функции можно собрать и симметричным, и антисимметричным образом, отчего ограничений на спин не возникает, и дикварк может быть как аксиальновекторным (A), так и скалярным (S).

Необходимо также отметить, что связанное состояние двух кварков с двумя антикварками может быть организовано и иначе. Так модель тетракварка предполагает, что два кварка и два антикварка связаны между собой сильным (цветным) взаимодействием, и поэтому тетракварк является компактным объектом. В то время, как другая популярная интерпретация — мезон–мезонная молекула — рассматривает систему двух кварков и двух антикварков как некомпактное связанное состояние двух бесцветных мезонов. Данная модель успешно описывает некоторые наблюдаемые адроны, однако её применение к описанию тяжёлых (обладающих двумя и более тяжёлыми флейворами в составе) состояний мы считаем менее предпочтительным. Дело в том, что связь между отдельными мезонами в молекуле реализуется либо за счёт сил Ван-дер-Ваальса (достаточно слабы), либо посредством обмена ещё одним мезоном, и описывается потенциалом Юкавы:

$$V(r) = -g\frac{e^{-mr}}{r}. \qquad (2)$$

Сила такой связи убывает с ростом массы m мезона–переносчика, который состоит из тех же кварков и антикварков, что входят в связываемые в молекулу мезоны. В тяжёлой молекуле (два и более тяжёлых флейворов в составе) обменный мезон будет либо тяжёлым, либо тяжёло–лёгким, и обменное взаимодействие может оказаться слишком слабым для формирования связанного состояния.

2. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ

Поскольку оценки скоростей даже тяжёлых кварков [16] дают значения, достигающие половины скоро-

сти света, связанные состояния кварков следует рассматривать последовательно релятивистски. В данном исследовании будем работать в рамках релятивистской кварковой модели, основанной на квазипотенциальном подходе и квантовой хромодинамике. Эта модель хорошо себя зарекомендовала в исследованиях свойств обычных трёхкварковых барионов [15] и кварк–антикварковых мезонов [17].

В рамках этой модели масса связанного состояния определяется с помощью решения релятивистского квазипотенциального уравнения типа Шрёдингера [18–20], описывающего взаимодействие двух частиц:

$$\left(\frac{b^2(M)}{2\mu_{\rm R}(M)}-\frac{\mathbf{p}^2}{2\mu_{\rm R}(M)}\right)\Psi(\mathbf{p})=\int\frac{d^3q}{(2\pi)^3}V(\mathbf{p},\mathbf{q};M)\Psi(\mathbf{q}). \tag{3}$$

Здесь $\Psi(\mathbf{p})$ и M — волновая функция и масса связанного состояния, $\mu_{\rm R}$ — релятивистская приведённая масса:

$$\mu_{\rm R}=\frac{M^4-(m_1^2-m_2^2)^2}{4M^3}, \tag{4}$$

$m_{1,2}$ — массы конституентов, $b^2(M)$ — квадрат относительного импульса в системе центра масс на массовой поверхности:

$$b^2(M)=\frac{[M^2-(m_1+m_2)^2][M^2-(m_1-m_2)^2]}{4M^2}, \tag{5}$$

$V(\mathbf{p},\mathbf{q};M)$ — квазипотенциал взаимодействия.

Левая часть уравнения (3) содержит релятивистскую кинематику в форме сложных зависимостей $\mu_{\rm R}$ и $b^2(M)$ от массы связанного состояния M. Правая часть уравнения (3) содержит релятивистскую динамику в квазипотенциале $V(\mathbf{p},\mathbf{q};M)$, строящемся с помощью амплитуды рассеяния вне массовой поверхности, спроектированной на состояния с положительной энергией, и содержащем все релятивистские (зависящие и независящие от спина) поправки.

Итак, мы сводим исходную четырёхчастичную задачу к двум последовательным двухчастичным:

- строится квазипотенциал кварк–кваркового взаимодействия и уравнение (3) решается с кварками в качестве конституентов;
- строится квазипотенциал дикварк–антидикваркового взаимодействия и уравнение (3) решается с дикварками (их массы и волновые функции получены на предыдущем шаге) в качестве конституентов.

Первую из этих двух задач будем считать решённой (в предыдущих работах, посвящённых исследованиям свойств барионов и мезонов), а параметры дикварков — известными величинами [8].

Квазипотенциал дикварк–антидикваркового взаимодействия состоит из суммы дикварк–глюонного взаимодействия, доминирующего на коротких расстояниях, и векторного и скалярного запираний, доминирующих на больших расстояниях [21, 22]:

$$V(\mathbf{p},\mathbf{q};M)=\underbrace{\frac{<d(\mathcal{P})|J_\mu|d(\mathcal{Q})>}{2\sqrt{E_d}\sqrt{E_d}}\frac{4}{3}\alpha_s D^{\mu\nu}(\mathbf{k})\frac{<d'(\mathcal{P}')|J_\nu|d'(\mathcal{Q}')>}{2\sqrt{E_{d'}}\sqrt{E_{d'}}}}_{\text{дикварк–глюонное вз-вие, доминирует на малых расст.}}+$$
$$+\underbrace{\Psi_d^*(\mathcal{P})\Psi_{d'}^*(\mathcal{P}')[J_{d;\mu}J_{d'}^{\mu}V_{\text{конф.}}^{\text{вект.}}(\mathbf{k})+V_{\text{конф.}}^{\text{ск.}}(\mathbf{k})]\Psi_d(\mathcal{Q})\Psi_{d'}(\mathcal{Q}')}_{\text{запирание, доминирует на больших расст.}}. \tag{6}$$

Не вдаваясь в технические подробности (которые можно найти в наших предыдущих работах [7–10]), обсудим наиболее важные моменты. Потенциал одноглюонного обмена содержит диагональные матричные элементы $<d(\mathcal{P})|J_\mu|d(\mathcal{Q})>$ кварковых токов между дикварками, которые можно параметризовать с помощью формфакторов $F_{1,2}(\mathbf{k}^2)$ в импульсном пространстве [14, 23] (здесь индексы $1,2$ относятся к дикварку и антидикварку). Эти формфакторы имеют достаточно громоздкие выражения, однако, с высокой точностью, их можно параметризовать [23] с помощью функций вида:

$$F_i(r)=1-e^{-\xi_i r-\zeta_i r^2} \tag{7}$$

в конфигурационном пространстве (величины ξ_i, ζ_i, подобно массам, являются известными из предыдущих работ параметрами дикварков). Эти функции обладают следующим характерным поведением: на расстояниях $r>0.5$ фм они выходят на константу, а на меньших расстояниях — стремительно убывают. Это и реализует учёт конечного размера дикварка: на больших расстояниях его структура неразличима, но, чем ближе мы оказываемся, тем больше мы её различаем. После ряда преобразований в итоговом квазипотенциале из этих функций возникает модифицированное кулоновское взаимодействие $V_{\text{Кул.}}(r)$:

$$V_{\text{Кул.}}(r)\equiv-\frac{4}{3}\alpha_s\frac{F_1(r)F_2(r)}{r}, \tag{8}$$

которое математически и учитывает конечный размер дикварков.

Таблица 1. Параметры модели [25–28]

$m_{\mathrm{u}} = m_{\mathrm{d}}$	m_{s}	m_{c}	m_{b}	A	B	ε	κ
0.33 ГэВ	0.5 ГэВ	1.55 ГэВ	4.88 ГэВ	0.18 ГэВ^2	−0.3 ГэВ	−1	−1

Таблица 2. Массы и параметры формфакторов тяжёло-лёгких и тяжёлых дикварков [21–23]

состав дикварка	тип дикварка	Q = c			Q = b		
		M, МэВ	ξ, ГэВ	ζ, ГэВ^2	M, МэВ	ξ, ГэВ	ζ, ГэВ^2
$[Q, u]$	S	1973	2.55	0.63	5359	6.10	0.55
$\{Q, u\}$	A	2036	2.51	0.45	5381	6.05	0.35
$[Q, s]$	S	2091	2.15	1.05	5462	5.70	0.35
$\{Q, s\}$	A	2158	2.12	0.99	5482	5.65	0.27
$[Q, c]$	S				6519	1.50	0.59
$\{Q, c\}$	A	3226	1.30	0.42	6526	1.50	0.59
$\{Q, b\}$	A	6526	1.50	0.59	9778	1.30	1.60

Выражения для запирающих потенциалов в нерелятивистском пределе имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} V^{\text{вект.}}_{\text{конф.}}(r) &= (1-\varepsilon)V_{\text{конф.}}(r), \\ V^{\text{ск.}}_{\text{конф.}}(r) &= \varepsilon V_{\text{конф.}}(r), \\ V_{\text{конф.}}(r) &= V^{\text{вект.}}_{\text{конф.}}(r) + V^{\text{ск.}}_{\text{конф.}}(r) = Ar + B, \end{aligned} \tag{9}$$

Здесь ε — коэффициент смешивания векторной и скалярной компонент запирающего взаимодействия [16].

Окончательное выражение для квазипотенциала дикварк–антидикваркового взаимодействия имеет громоздкий вид и приведено в работах [8, 10, 22].

Методика решения задачи на поиск массы тетракварка следующая: уравнение (3) численно решается при фиксированных μ_R как уравнение Шрёдингера [24], после чего методом последовательных приближений [20] находятся массы тетракварков.

Все свободные параметры модели, такие как параметры запирающего потенциала A, B, коэффициент смешивания запирающего потенциала ε, константа, характеризующая аномальный хромомагнитный момент кварков κ, параметры формфакторов ξ, ζ, массы кварков и дикварков взяты из предыдущих работ по исследованию свойств мезонов и барионов и приведены в табл. 1–2.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И АНАЛИЗ

В табл. 3 приведены вычисленные массы основных и радиально и орбитально возбуждённых состояний трижды тяжёлых тетракварков с парой открытого и скрытого тяжёлых ароматов: $\mathrm{QQ}'\overline{\mathrm{Q}}\overline{\mathrm{q}}$ ($\mathrm{Q} = \mathrm{c}, \mathrm{b} \neq \mathrm{Q}'$, $\mathrm{q} = \mathrm{u}, \mathrm{d}, \mathrm{s}$). Расчёты имеют теоретические неопределённости, связанные с использованием релятивистской кварковой модели и дикварк–антидикварковой картины тетракварков. Погрешности в рамках модели могут быть легко оценены, и не превышают нескольких МэВ. Дикварк–антидикварковая картина вносит значительно большие неопределённости, которые не могут быть строго рассчитаны в рамках используемой модели. Поэтому полная погрешность проведённых расчётов может быть определена только на основе предыдущих расчётов в рамках используемых приближений. Её грубая оценка составляет порядка 20–50 МэВ.

Получена богатая спектроскопия тетракварков. Но все ли из приведённых состояний возможно наблюдать на эксперименте? Чтобы это выяснить, сравним вычисленные массы разных состояний тетракварков с порогами сильных распадов (развалов) на пары мезонов, состоящих из тех же кварков и антикварков, что и исходный тетракварк. Для удобства введём следующую величину:

$$\Delta = M_{\text{тетракварк}} - M_{\text{наинизший порог}}. \tag{10}$$

Энергетически тетракварку выгоднее распасться на наиболее лёгкую пару мезонов (с учётом сохранения квантовых чисел), состоящих из тех же кварков и антикварков, поэтому сравнение необходимо вести именно с наинизшими порогами развалов. Проанализируем возможные ситуации.

- Если $\Delta < 0$ — тетракварк находится под порогом, подобные сильные развалы запрещены. Далее по вероятности следуют подавленные каналы сильного (если есть одинаковые тяжёлые кварк и антикварк, за счёт их аннигиляции), электромагнитного (переход возбуждённых состояний в основные) или слабого взаимодействий. Такое состояние должно иметь узкую ширину и быть отчётливо наблюдаемым в других каналах распадов.

Таблица 3. Массы (МэВ) основных и радиально и орбитально возбуждённых состояний трижды тяжёлых тетракварков с парой открытого и скрытого тяжёлых ароматов ($cb\overline{cu}$, $cb\overline{cs}$, $bc\overline{bu}$, $bc\overline{bs}$)

$d\overline{d}'$	nL	n_r	L	S	J^P	$M_{cb\overline{cu}}$	$M_{cb\overline{cs}}$	$M_{bc\overline{bu}}$	$M_{bc\overline{bs}}$
$A\overline{A}$	1S	0	0	0	0^+	8383	8503	11668	11770
				1	1^+	8396	8515	11675	11777
				2	2^+	8420	8538	11689	11791
	1P	0	1	1	0^-	8723	8838	11961	12061
				0	1^-	8724	8838	11963	12063
				1		8728	8843	11965	12065
				2		8734	8847	11966	12065
				1	2^-	8731	8845	11969	12068
				2		8739	8853	11970	12069
				2	3^-	8742	8856	11974	12074
	2S	1	0	0	0^+	8920	9034	12113	12213
				1	1^+	8923	9037	12115	12215
				2	2^+	8930	9042	12120	12220
	1D	0	2	2	0^+	9009	9118	12179	12278
				1	1^+	9006	9115	12181	12279
				2		9013	9122	12181	12280
				0	2^+	9001	9112	12183	12281
				1		9011	9120	12183	12282
				2		9021	9129	12184	12283
				1	3^+	9006	9116	12185	12283
				2		9017	9126	12186	12284
				2	4^+	9011	9122	12187	12286
	2P	1	1	1	0^-	9167	9274	12302	12401
				0	1^-	9159	9266	12303	12401
				1		9170	9277	12304	12402
				2		9177	9284	12305	12403
				1	2^-	9165	9272	12306	12404
				2		9177	9284	12308	12406
				2	3^-	9174	9280	12310	12408
	3S	2	0	0	0^+	9365	9471	12444	12542
				1	1^+	9366	9472	12445	12543
				2	2^+	9368	9473	12448	12546
$A\overline{S}$	1S	0	0	1	1^+	8344	8460	11660	11764
	1P	0	1		0^-	8666	8777	11943	12045
					1^-	8671	8781	11945	12047
					2^-	8679	8789	11949	12051
	2S	1	0		1^+	8867	8977	12096	12198
	1D	0	2		1^+	8948	9054	12160	12261
					2^+	8952	9058	12162	12262
					3^+	8959	9064	12164	12265
	2P	1	1		0^-	9110	9214	12283	12383
					1^-	9113	9216	12284	12384
					2^-	9117	9220	12286	12386
	3S	2	0		1^+	9312	9414	12425	12525

. Продолжение табл. 3

$d\bar{d}'$	nL	n_r	L	S	J^P	$M_{cb\bar{c}\bar{u}}$	$M_{cb\bar{c}\bar{s}}$	$M_{bc\bar{b}\bar{u}}$	$M_{bc\bar{b}\bar{s}}$
$S\bar{A}$	1S	0	0	1	1^+	8401	8520	11675	11777
	1P	0	1		0^-	8726	8840	11958	12058
					1^-	8727	8841	11960	12060
					2^-	8728	8842	11964	12063
	2S	1	0		1^+	8920	9033	12111	12211
	1D	0	2		1^+	9010	9118	12176	12274
					2^+	9006	9115	12177	12275
					3^+	9000	9110	12179	12277
	2P	1	1		0^-	9169	9276	12298	12396
					1^-	9167	9273	12299	12397
					2^-	9161	9268	12301	12399
	3S	2	0		1^+	9360	9466	12440	12538
$S\bar{S}$	1S	0	0	0	0^+	8337	8453	11653	11757
	1P	0	1		1^-	8668	8778	11940	12042
	2S	1	0		0^+	8860	8970	12089	12191
	1D	0	2		2^+	8948	9053	12156	12256
	2P	1	1		1^-	9108	9211	12278	12378
	3S	2	0		0^+	9306	9408	12418	12519

- Если $\Delta \geq 0$ — тетракварк находится возле порога, его также можно наблюдать как узкий резонанс за счёт малого фазового объёма.
- Если $\Delta \gtrsim 100$ МэВ — тетракварк находится достаточно высоко над порогом, он будет быстро разваливаться на пару мезонов, и, соответственно, его будет тяжело выделить в эксперименте.

Вышеописанные рассуждения справедливы в представлении абсолютной точности наших расчётов, но вспомним об упомянутых погрешностях. Тогда состояния с $-50 < \Delta < 50$ МэВ могут оказаться как под, так и над соответствующими порогами развалов. В конечном итоге наибольший интерес для экспериментальных поисков представляют состояния с $\Delta \leq 100$ МэВ, так как их процессы развала на пару мезонов либо невозможны, либо кинематически подавлены за счёт небольшого фазового объёма. Состояния трижды тяжёлых тетракварков с парой открытого и скрытого тяжёлых ароматов, для которых $\Delta \leq 100$ МэВ, представлены в табл. 4.

Как видно из табл. 4, во-первых, для каждого кваркового состава находится хотя бы одно состояние, лежащее под порогом (в таблице выделены красным цветом и курсивом). Во-вторых, существует чёткая тенденция того, что вблизи порогов находятся основные состояния и орбитальные возбуждения с большим полным моментом ($J = 3.4$). Итак, состояния, приведённые в табл. 4, и являются нашими приоритетными кандидатами для экспериментальных поисков.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках релятивистской кварковой модели и дикварк–антидикварковой картины тетракварков проведён расчёт спектров масс основных и радиально и орбитально возбуждённых состояний трижды тяжёлых тетракварков с парой открытого и скрытого тяжёлых ароматов. Важной особенностью проведённых вычислений является учёт всех релятивистских эффектов и конечного размера дикварка.

Проведён анализ рассчитанных спектров масс тетракварков путём сравнением их с порогами сильных развалов на пары мезонов, состоящих из кварков и антикварков исходного тетракварка. Установлены наиболее благоприятные кандидаты для экспериментальных поисков в подавленных каналах распадов. В ближайшем будущем ожидаются новые экспериментальные данные по экзотическим состояниям и тетракваркам в частности.

Авторы выражают благодарность А.В. Бережному и Д. Эберту за полезные обсуждения. Работа Савченко Е.М. была поддержана Фондом развития теоретической физики и математики «БАЗИС», грант № 22-2-10-3-1.

Таблица 4. Основные и радиально и орбитально возбуждённые состояния трижды тяжёлых тетракварков с парой открытого и скрытого тяжёлых ароматов ($cb\overline{cu}$, $cb\overline{cs}$, $bc\overline{bu}$, $bc\overline{bs}$), лежащие прямо над или под порогами распадов на пары мезонов

$QQ'\overline{Q}''\overline{q}$	$d\overline{d}'$	nL	S	J^P	M	$M_{\text{порог}}$	Δ	пара мезонов
$cb\overline{cu}$	$A\overline{A}$	1S	2	2^+	8420	8340	80	$D^*(2007)^0$ $B_c(1\,^3S_1)$
		1P	2	3^-	*8742*	8768	*-26*	$D^*(2007)^0$ $B_c(1\,^3P_2)$
		1D	2	4^+	*9011*	9036	*-25*	$D^*(2007)^0$ $B_c(1\,^3D_3)$
	$A\overline{S}$	1P	1	1^-	8671	8608	63	D^0 $B_c(1\,P_1)$
				2^-	8679	8626	53	D^0 $B_c(1\,^3P_2)$
		1D		3^+	8959	8894	65	D^0 $B_c(1\,^3D_3)$
	$S\overline{S}$	1P	0	1^-	8668	8608	60	D^0 $B_c(1\,P_1)$
$cb\overline{cs}$	$A\overline{S}$	1S	2	2^+	8538	8445	93	D_s^* $B_c(1\,^3S_1)$
		1P	2	3^-	*8856*	8873	*-17*	D_s^* $B_c(1\,^3P_2)$
		1D	2	4^+	*9122*	9141	*-19*	D_s^* $B_c(1\,^3D_3)$
	$A\overline{S}$	1P	1	2^-	8789	8729	60	D_s^+ $B_c(1\,^3P_2)$
		1D		3^+	9064	8997	67	D_s^+ $B_c(1\,^3D_3)$
$bc\overline{bu}$	$A\overline{A}$	1P	2	3^-	11974	11919	55	$D^*(2007)^0$ $\chi_{b2}(1P)$
		1D	1 2	3^+	12185 12186	12162	23 24	$D_3^*(2750)$ $\eta_b(1S)$
			2	4^+	*12187*	12224	*-37*	$D_3^*(2750)$ $\Upsilon(1S)$
	$A\overline{S}$		1	3^+	12164	12162	2	$D_3^*(2750)$ $\eta_b(1S)$
	$S\overline{A}$			3^+	12179	12162	17	$D_3^*(2750)$ $\eta_b(1S)$
$bc\overline{bs}$	$A\overline{A}$	1P	2	3^-	12074	12024	50	D_s^* $\chi_{b2}(1P)$
		1D	1 2	3^+	12283 12284	12259	24 25	$D_{s3}^*(2860)^+$ $\eta_b(1S)$
			2	4^+	*12286*	12321	*-35*	$D_{s3}^*(2860)^+$ $\Upsilon(1S)$
	$A\overline{S}$		1	3^+	12265	12259	6	$D_{s3}^*(2860)^+$ $\eta_b(1S)$
	$S\overline{A}$			3^+	12277	12259	18	$D_{s3}^*(2860)^+$ $\eta_b(1S)$

[1] *Gell-Mann M.* // Phys. Lett. **8**, N 3. 214 (1964).
[2] *Zweig G.* Developments in the Quark Theory of Hadrons. vol. 1. 1964 22-101.
[3] *Chen H.X.* et al. // Rep. Prog. Phys. **86**, N 2. 026201 (2022).
[4] *Aaij R.* et al. // Sci. Bull. **65**, N 23. 1983 (2020).
[5] *Aad G.* et al. // Phys. Rev. Lett. **131**, N 15. 151902 (2023).
[6] *Hayrapetyan A.* et al. // Phys. Rev. Lett. **132**, N 11. 111901 (2024).
[7] *Faustov R.N., Galkin V.O., Savchenko E.M.* // Phys. Rev. D. **102**, N 11. 114030 (2020).
[8] *Faustov R.N., Galkin V.O., Savchenko E.M.* // Universe. **7**, N 4. 94 (2021).
[9] *Галкин В.О., Савченко Е.М., Фаустов Р.Н.* // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. № 4. 2241512 (2022).
[10] *Faustov R.N., Galkin V.O., Savchenko E.M.* // Symmetry. **14**, N 12. 2504 (2022).
[11] *Aaij R.* et al. // Nat. Phys. **18**, N 7. 751 (2022).
[12] *Navas S.* et al. (Particle Data Group) // Phys. Rev. D. **110**, N 3. 030001 (2024).
[13] *Bigi I., Dokshitzer Y., Khoze V., Kühn J., Zerwas P.* // Phys. Lett. B. **181**, N 1-2. 157 (1986).
[14] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Rev. D. **72**, N 3. 034026 (2005).
[15] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Rev. D. **84**, N 1. 014025 (2011).
[16] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Rev. D. **67**, N 1. 014027 (2003).
[17] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Eur. Phys. J. C. **71**, N 12. 1 (2011).
[18] *Logunov A.A., Tavkhelidze A.N.* // Nuovo Cim. **29**, N 2. 380 (1963).
[19] *Мартыненко А.П., Фаустов Р.Н.* // ТМФ. **64**, № 2. 179 (1985); Theor. Math. Phys. **64**, N 2. 765 (1985).
[20] *Галкин В.О., Фаустов Р.Н.* // ТМФ. **85**, № 1. 155 (1990); Theor. Math. Phys. **85**, N 1. 1119 (1990).
[21] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Lett. B.

634, N 2-3. 214 (2006).
[22] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O., Lucha W.* // Phys. Rev. D. **76**, N 11. 114015 (2007).
[23] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O., Martynenko A.P.* // Phys. Rev. D. **66**, N 1. 014008(2002).
[24] *Lucha W., Schöberl F.F.* // Int. J. Mod. Phys. C. **10**, N 04 607 (1999).
[25] *Galkin V.O., Faustov R.N.* // Sov. J. Nucl. Phys. **44**, N 6. 1575 (1986).
[26] *Galkin V.O., Mishurov A.Yu., Faustov R.N.* // Sov. J. Nucl. Phys. **51**, N 4. 705 (1990).
[27] *Galkin V.O., Mishurov A.Yu., Faustov R.N.* // Sov. J. Nucl. Phys. **55**, N 8. 1207 (1992).
[28] *Faustov R.N., Galkin V.O.* // Z. Phys. C: Part. Fields. **66**, N 1-2. 119 (1995).

Excited states of triply heavy tetraquarks

V. O. Galkin[1,a], **E. M. Savchenko**[1,2,b]

[1]*Federal Research Center «Computer Science and Control» Russian Academy of Sciences*
Moscow, 119333 Russia
[2]*Department of Quantum Theory and High Energy Physics Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University*
Moscow 119991, Russia
E-mail: [a]*galkin@ccas.ru*, [b]*savchenko.em16@physics.msu.ru*

Masses of ground and radially and orbitally excited states of triply heavy tetraquarks with a pair of open and hidden heavy flavors (charm, bottom) were calculated within the relativistic quark model, based on the quasipotential approach and QCD. A tetraquark is considered as a bound state of a diquark with an antidiquark. Diquarks are treated as color–triplet states. Calculations take into account all relativistic effects (spin–independent and spin–dependent) and finite size of diquarks. Obtained results are compared with the strong fall–apart decay thresholds into a pair of heavy and heavy–light mesons. Tetraquark states that are most promising candidates for experimental searches are identified.

PACS: 12.39.Ki, 14.40.Lb, 14.40.Nd, 14.40.Rt.
Keywords: quark, diquark, tetraquark, relativistic quark model.
Received 09 June 2025.

Сведения об авторах

1. Галкин Владимир Олегович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (499) 135-01-48, e-mail: galkin@ccas.ru.
2. Савченко Елена Михайловна — аспирантка, мл. науч. сотрудник (ФИЦ ИУ РАН); тел.: (495) 939-16-47, e-mail: savchenko.em16@physics.msu.ru.