

Новый метод преодоления Стандартного Квантового Предела чувствительности оптомеханических измерителей малых сил

Л. А. Баринов^{1,2*}

¹Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)
Россия, 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9.

²Российский квантовый центр
Россия, 121205, город Москва, тер. Инновационного центра Сколково, Большой б-р, д. 30 стр. 1
(Поступила в редакцию 07.06.2025; подписана в печать 05.07.2025)

Показано, что предложенная в работе [1] схема лазерного детектора гравитационных волн, сочетающая преимущества квантового измерителя скорости и управляемой оптической жёсткости, может быть адаптирована для оптомеханических сенсоров малых сил «настолярного» масштаба. Выполнен численный анализ и получены аналитические выражения для спектральной плотности квантового шума при параметрах, характерных для современных оптомеханических систем с суб-граммовыми зеркалами.

PACS: 42.50.Lc, 07.10.Sm, 42.50.Wk, 03.65.Ta

УДК: 53.083, 520.36

Ключевые слова: стандартный квантовый предел, квантовый измеритель скорости, оптическая жёсткость, оптомеханические сенсоры.

ВВЕДЕНИЕ

Современные высокочувствительные оптические сенсоры малых сил и смещений, включая лазерные детекторы гравитационных волн, сталкиваются с фундаментальным ограничением — стандартным квантовым пределом (СКП), возникающим из-за конкуренции между измерительным шумом и шумом обратного влияния измерителя [2, 3]. Преодоление СКП является ключевой задачей как для крупномасштабных проектов, таких как лазерные детекторы гравитационных волн LIGO и VIRGO [4, 5], так и для оптомеханических экспериментов «настолярного» масштаба [6–11].

Одним из эффективных способов обхода СКП является использование квантового измерителя скорости (quantum speedmeter) — схемы, чувствительной к скорости объекта, а не к его координате [12]. Она позволяет уменьшить влияние шума обратного влияния измерителя в низкочастотном диапазоне, где он доминирует; при использовании частотно-независимой кросс-корреляции измерительного шума и шума силы обратного влияния она позволяет также преодолеть СКП в широкой полосе частот [13].

Другим известным способом повышения чувствительности оптомеханических сенсоров является использование оптической жёсткости, позволяющей создать механический резонанс на заданной частоте Ω_0 и тем самым увеличить отклик пробного объекта на сигнальную силу без внесения дополнительных шумов в систему [14–16]. Стандартным способом создания оптической жёсткости является использование оптической накачки с частотой, отстроенной от частоты оптической моды оптомеханической системы. Однако практическая реализация оптомеханических систем

с подвижными зеркалами и отстроенной накачкой сопряжена с техническими проблемами.

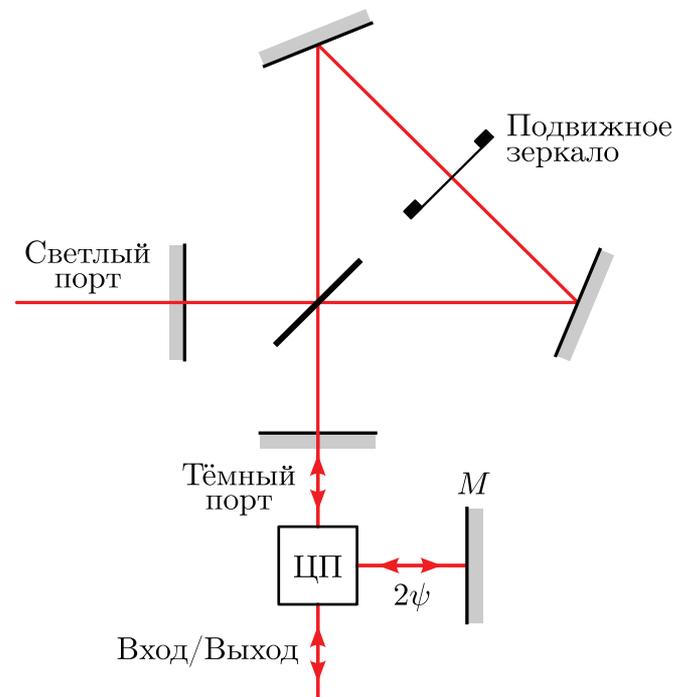


Рис. 1. Схема интерферометра с двойным прохождением света: ЦП — циркулятор поляризации; M — зеркало

Недавно в работе [17] был предложен новый метод реализации оптической жёсткости, использующий двойное прохождение света через оптомеханическую систему. Его возможная реализация показана на рис. 1. Она основана на известной концепции интерферометра Майкельсона–Саньяка с подвижным пробным зеркалом (см. раздел 2.2.1.5 обзора [18]). В контексте настольных реализаций подвижное зеркало может представлять собой тонкую полупрозрачную мембрану. То-

* leonidbarinov2001@yandex.ru

пология интерферометра Майкельсона–Саньяка позволяет использовать частично прозрачные зеркала с учетом того, что для них эффективная циркулирующая мощность света должна быть пересчитана по формуле $I_c = RI_{c0}$, где R — коэффициент отражения света по мощности и I_{c0} — актуальная циркулирующая мощность.

Для реализации двойного прохождения света используются две ортогональные поляризации света накачки, возбуждающие соответствующие оптический моды интерферометра через его яркий (левый на рисунке) порт. Через темный (нижний на рисунке) порт в интерферометр подается пробный свет с одной из этих поляризаций в вакуумном или сжатом квантовом состоянии. Выходящий свет с помощью циркулятора поляризации перенаправляется на дополнительное зеркало M ; отраженный от него луч, набрав сдвиг фаз 2ψ , снова идет в интерферометр, но уже с другой поляризацией. Наконец, второй выходящий луч покидает интерферометр и детектируется.

Возможной реализацией циркулятора поляризации является комбинация четвертьволновой пластинки и поляризационного светоделителя (см. рис. 3 в работе [19]). Величина оптической жесткости определяется сдвигом фаз 2ψ (5).

Впервые схема, аналогичная рассмотренной, была исследована в работе [19] для частного случая $2\psi = \pi$. Было показано, что в этом случае данная схема реализует концепцию квантового измерителя скорости. Далее в работе [1] было показано, что если

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \epsilon, \quad (1)$$

где $\epsilon \ll 1$, то в данной системе одновременно реализуются режимы измерителя скорости и оптической жесткости. При этом широкополосное подавление квантового шума, обеспечиваемое измерителем скорости, комбинируется с дополнительным минимумом квантового шума на некоторой заданной частоте, возникающим из-за эффекта оптической жесткости.

В работе [1] эта концепция была теоретически исследована в применении к лазерным детекторам гравитационных волн. Целью настоящей работы является теоретическое исследование возможности ее использования в оптомеханических сенсорах меньшего («настолярного») формата. Для наших оценок мы используем параметры, характерные для экспериментов с мембранами нанোগраммовой массы [20] и с граммовыми зеркалами [21]. Параметры, используемые в работе, представлены в таблице.

В настоящей работе используется приближение идеальных оптических элементов: потери в зеркалах, циркуляторе поляризации и других компонентах не учитываются. Это приближение оправдано выбранным режимом умеренного квантового сжатия (6 дБ), при котором влияние потерь на спектральную плотность квантового шума остаётся незначительным. Подробный анализ влияния потерь, включая однопроходные

потери в волновых пластинках и поляризационных светоделителях, представлен в работе [19].

1. РАСЧЕТ КВАНТОВОГО ШУМА

Для оценки чувствительности предлагаемой схемы удобно использовать нормированный квантовый шум, выражаемый через отношение спектральной плотности суммарного шума S_{sum} к стандартному квантовому пределу (standard quantum limit, SQL):

$$\xi^2(\Omega) = \frac{S_{\text{sum}}(\Omega)}{S_{\text{SQL}}(\Omega)}, \quad (2)$$

где $S_{\text{SQL}}(\Omega) = \hbar m \Omega^2$ — спектральная плотность СКП для свободной массы,

$$S_{\text{sum}}(\Omega) = |\chi^{-1}(\Omega)|^2 S_{xx}(\Omega) + 2 \operatorname{Re}[\chi^{-1}(\Omega) S_{xF}(\Omega)] + S_{FF}(\Omega), \quad (3)$$

— спектральная плотность полного квантового шума, $\chi^{-1}(\Omega)$ — функция отклика механического пробного объекта, S_{xx} , S_{FF} , S_{xF} — спектральные плотности, соответственно, измерительного шума, шума обратного влияния и их перекрёстной корреляции. Явные выражения для последних даны в работе [1].

При наличии оптической жёсткости, возникающей за счёт фазового сдвига $2\psi \neq \pi$, функция отклика приобретает вид:

$$\chi^{-1}(\Omega) = -m\Omega^2 + K_0 + K(\Omega), \quad (4)$$

где K_0 — собственная механическая жесткость пробного объекта,

$$K(\Omega) = \frac{m\gamma\Theta_{\text{SM}}}{4(\gamma - i\Omega)^2} \sin 2\psi, \quad (5)$$

— оптическая жёсткость, см. [1], m — масса зеркала, γ — полуширина оптического резонанса, Θ_{SM} — нормализованная оптическая мощность, которая описывается выражением

$$\Theta_{\text{SM}} = \frac{16\omega_0 I_c}{mcL}, \quad (6)$$

где I_c — циркулирующая мощность, ω_0 — несущая частота, L — длина плеча интерферометра.

Ниже мы предполагаем, что нас интересуют частоты Ω , существенно превышающие собственную механическую частоту $\sqrt{K_0/m}$, и пренебрегаем членом K_0 .

В случае малого отклонения $\psi = \pi/2 - \epsilon$ при условии $\epsilon \ll 1$ и в диапазоне частот $\epsilon\gamma < \Omega \ll \gamma$ все компоненты квантового шума можно выразить через

Таблица. Параметры, использованные при построении спектров квантового шума. Конфигурации соответствуют: настольному эксперименту с наномассовой мембраной (см. [20]), граммовому зеркалу в эксперименте [21]

Описание	Обозначение	AlGaAs Bragg reflector	Gram-scale mirror
Длина волны	λ	1064 нм	1064 нм
Длина резонатора	L	1 см	0,9 м
Масса зеркала	m	50 нг	1 г
Циркулирующая мощность	I_c	1 Вт	15 кВт
Фактор сжатия	e^{2r}	4 (6 дБ)	4 (6 дБ)
Нормализованная мощность	Θ_{SM}	$1,9 \cdot 10^{20} \text{ с}^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-3}$

безразмерные параметры:

$$S_{xx} = \frac{\hbar}{2m\Omega^2} \sigma_{xx}, \quad \sigma_{xx} = \frac{\gamma^3}{\Theta_{SM}} (e^{-2r} + e^{2r} \cot^2 \zeta), \quad (7a)$$

$$S_{FF} = \frac{\hbar m \Omega^2}{2} \sigma_{FF}, \quad \sigma_{FF} = \frac{\Theta_{SM}}{\gamma^3} e^{2r}, \quad (7b)$$

$$S_{xF} = \frac{\hbar}{2} \sigma_{xF}, \quad \sigma_{xF} = e^{2r} \cot \zeta, \quad (7c)$$

которые не зависят от частоты Ω и полностью определяют шумовые характеристики схемы в низкочастотной области. Также выражение для жёсткости (5) упрощается

$$K = m\Omega_0^2, \quad (8)$$

где

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{\Theta_{SM} \cdot \epsilon}{2\gamma}}. \quad (9)$$

— механическая собственная частота, созданная оптической жёсткостью.

Минимум квантового шума $\xi^2(\Omega)$ в этом приближении реализуется на частоте

$$\Omega_{\min} = \frac{\Omega_0}{\sqrt{1 - \sigma_{xF}/\sigma_{xx}}}, \quad (10)$$

а его значение равно

$$\xi_{\min}^2 = \frac{1}{2\sigma_{xx}}. \quad (11)$$

Кроме того, в области выше Ω_0 , но всё ещё при $\Omega \ll \gamma$, шум стабилизируется на значении:

$$\xi_{\text{shelf}}^2 \approx \frac{1}{2} (\sigma_{xx} - 2\sigma_{xF} + \sigma_{FF}). \quad (12)$$

При этом ξ_{\min}^2 и ξ_{shelf}^2 по-разному зависят от годинного угла ζ . Это позволяет выбрать стратегию оптимизации: либо минимизировать провал ξ_{\min}^2 , либо добиться наилучшей чувствительности в широком диапазоне за счёт уменьшения уровня полки ξ_{shelf}^2 . Таким образом, изменяя фазовый сдвиг ψ , можно управлять положением минимума в спектре квантового шума.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Легко показать, что минимум уравнения (12) достигается при

$$\cot \zeta = \frac{\Theta_{SM}}{\gamma^3}. \quad (13)$$

Подставим значение ζ из уравнения (13) в строгие уравнения (3), (5), а затем используем полученные выражения в уравнении (2) для вычисления ξ^2 . Нормированный квантовый шум, полученный таким образом, обозначим ξ_{opt}^2 .

Результаты представлены на рис. 2 и 4 для некоторых разумных значений γ и ψ . Легко заметить сходство между графиками, несмотря на разные значения параметров, взятых из таблицы. Можно отметить сходство этих графиков с результатами, полученными в работе [1]. Причиной в обоих случаях является инвариантность фактора ξ^2 относительно масштабирования Ω , γ и Θ_{SM} в соответствии с правилом:

$$\Omega \propto \gamma \propto \Theta_{SM}^{1/3}. \quad (14)$$

Графики построены с использованием значений γ и Ω , приблизительно удовлетворяющих этому правилу масштабирования, чтобы подчеркнуть эту особенность.

Анализ графиков показывает, что при увеличении отношения Θ_{SM}/γ^3 (рис. 2, 4) снижается уровень шумовой полки, расширяя диапазон частот с повышенной чувствительностью, однако при этом уменьшается глубина минимума квантового шума. На рис. 3, 5, видно, что изменение фазового сдвига ψ позволяет сдвигать положение минимума Ω_{\min} в более высокочастотную область, что сопровождается деградацией чувствительности на низких частотах. Таким образом, параметры γ , Θ_{SM} и ψ оказывают взаимосвязанное влияние на форму спектра $\xi^2(\Omega)$, позволяя балансировать между глубиной минимума и шириной полосы чувствительности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проанализирована возможность адаптации предложенной в статье [1] схемы лазерного

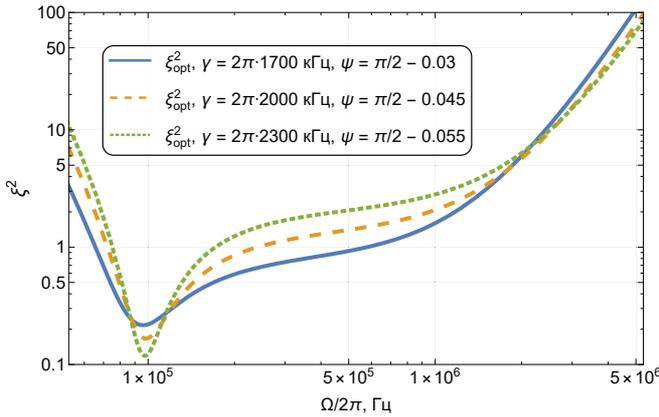


Рис. 2. Графики фактора ξ_{opt}^2 для различных значений $\Theta_{\text{SM}}/\gamma^3$. Значения ψ подбираются таким образом, чтобы обеспечить примерно одинаковые значения Ω_{min} . Все параметры, не указанные в легендах к рисункам, приведены в таблице, столбец AlGaAs Bragg reflector

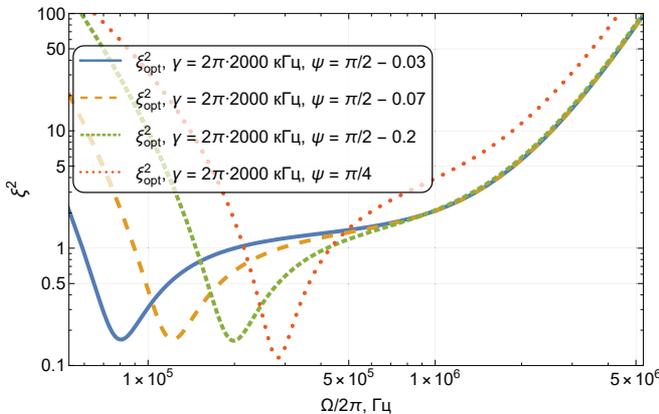


Рис. 3. Графики фактора ξ_{opt}^2 для различных значений Ω_{min} . Все параметры, не указанные в легендах к рисункам, приведены в таблице, столбец AlGaAs Bragg reflector

детектора гравитационных волн, сочетающей преимущества квантового измерителя скорости и управляемой оптической жёсткости, к оптомеханическим сенсорам малых сил «насто́льного» масштаба. Несмотря на значительное различие в масштабах и характеристиках таких систем, показано, что при соблюдении правила масштабирования (14) между ними существует полная физическая аналогия. Это обусловлено тем, что выражения для спектральной плотности квантового шума, оптимального гомодинного угла, эффективной оптической жёсткости и частоты Ω_0 зависят исключительно от нормированных параметров: отношения $\Theta_{\text{SM}}/\gamma^3$, гомодинного угла ζ , фазового сдвига ψ и степени сжатия r . Такие параметры могут быть реализованы как в крупномасштабных детекторах (например, LIGO), так и в компактных оптомеханических

установках с лёгкими зеркалами и умеренной оптической мощностью.

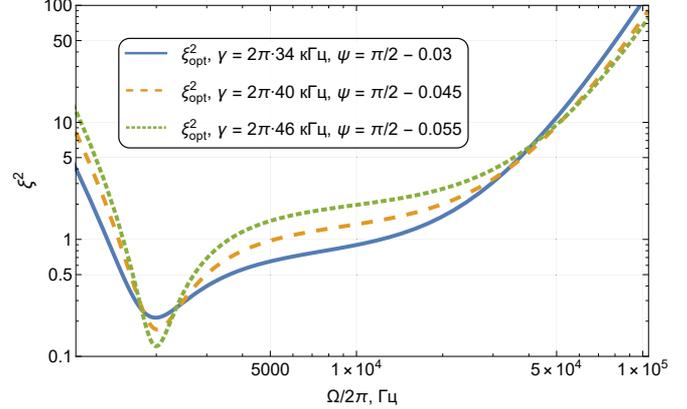


Рис. 4. Графики фактора ξ_{opt}^2 для различных значений $\Theta_{\text{SM}}/\gamma^3$. Значения ψ подбираются таким образом, чтобы обеспечить примерно одинаковые значения Ω_{min} . Все параметры, не указанные в легендах к рисункам, приведены в таблице, столбец Gram-scale mirror

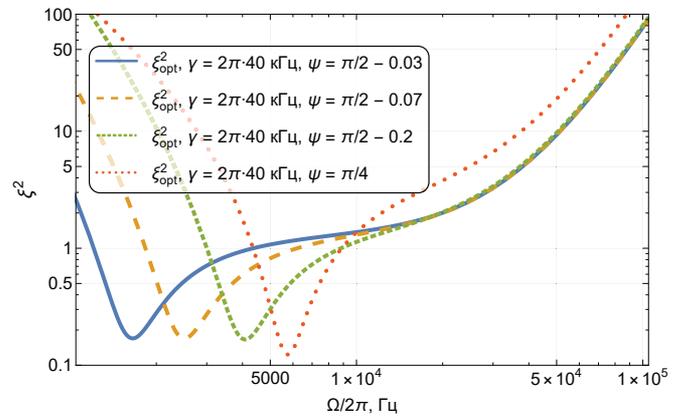


Рис. 5. Графики фактора ξ_{opt}^2 для различных значений Ω_{min} . Все параметры, не указанные в легендах к рисункам, приведены в таблице, столбец Gram-scale mirror

Экспериментальные платформы, использующие отражающие элементы с массами от грамм [21] до десятков наногрмм [8, 20], подтверждают реализуемость описанного метода преодоления СКП в настольных условиях. Таким образом, схема, проанализированная в [1], может служить основой для масштабируемых сверхвысокочувствительных сенсоров малых сил.

Данная работа была поддержана грантом № 23-1-1-39-6 Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС». Автор выражает благодарность своему научному руководителю Ф. Я. Халили.

- [1] *Barinov L.A., Khalili F.Ya.* // Phys. Rev. D. **111**. 122002 (2025).
- [2] *Брагинский В. Б.* // ЖЭТФ. **53**. 1434 (1967).
- [3] *Брагинский В. Б., Воронцов Ю. И.* // УФН **114**. 41 (1974).
- [4] *LIGO Scientific Collaboration.* URL: <https://www.ligo.org>
- [5] *VIRGO Collaboration.* URL: <http://www.virgo-gw.eu>
- [6] *Kampel N.S., Peterson R.W., Fischer R. et al.* // Phys. Rev. X. **7**. 021008 (2017).
- [7] *Møller C.B., Thomas R.A., Vasilakis G. et al.* // Nature. **547**. 191 (2017).
- [8] *Rossi M., Mason D., Chen J. et al.* // Nature. **563**. 53 (2018).
- [9] *Mason D., Chen J., Rossi M. et al.* // Nat. Phys. **15**. 745 (2019).
- [10] *Yap M.J., Cripe J., Mansell G.L. et al.* // Nat. Photonics. **14**. 19 (2020).
- [11] *Jia J., Novikov V., Brasil T.B. et al.* // Nat. Commun. **14**. 6396 (2023).
- [12] *Braginsky V.B., Khalili F.Ya.* // Phys. Lett. A. **147**. 251 (1990).
- [13] *Danilishin S. L., Khalili F. Ya.* // Living Rev. Relativ. **15**. 1 (2012).
- [14] *Braginsky V.B., Khalili F.Ya.* // Phys. Lett. A. **257**. 241 (1999).
- [15] *Халили Ф.Я.* // Оптика и спектроскопия. **91**. 550 (2001).
- [16] *Khalili F.Ya., Danilishin S.L., Müller-Ebhardt H. et al.* // Phys. Rev. D. **83**. 062003 (2011).
- [17] *Khalili F.Ya.* // Phys. Rev. D. **110**. 062006 (2024).
- [18] *Khalili F. Ya., Danilishin S. L.* // Prog. Opt. **61**. 113 (2016).
- [19] *Danilishin S. L., Knyazev E., Voronchev N. V. et al.* // Light: Sci. Appl. **7**. 11 (2018).
- [20] *Aronson S., Pagano R., Cullen T. et al.* // Opt. Lett. **49**. 6980 (2024).
- [21] *Corbitt T., Chen Y., Innerhofer E. et al.* // Phys. Rev. Lett. **98**. 150802 (2007).

New method for overcoming the Standard Quantum Limit of sensitivity in optomechanical detectors of weak forces

L. A. Barinov^{1,2}

¹*Moscow Institute of Physics and Technology. Dolgoprudny, 141700, Russia*

²*Russian Quantum Center. Skolkovo, 143025, Russia*

E-mail: leonidbarinov2001@yandex.ru

It is shown that the laser gravitational wave detector scheme proposed in [1], which combines the advantages of a quantum speedmeter and tunable optical rigidity, can be adapted for tabletop-scale optomechanical sensors of weak forces. A numerical analysis is performed, and analytical expressions are obtained for the spectral density of quantum noise under parameters typical for modern optomechanical systems with sub-gram-scale mirrors.

PACS: 42.50.Lc, 07.10.Cm, 42.50.Wk, 03.65.Ta.

Keywords: standard quantum limit, quantum speedmeter, optical rigidity, optomechanical sensors.

Received 07 June 2025.

Сведения об авторе

Баринов Леонид Андреевич — студент 6 курса, стажер-исследователь; e-mail: leonidbarinov2001@yandex.ru.