

**Особенности распространения пучков когерентного фазово-модулированного излучения**М. М. Лещева,<sup>\*</sup> А. А. Абашкина,<sup>†</sup> А. А. Шарков,<sup>‡</sup> О. М. Вохник<sup>§</sup>*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра оптики, спектроскопии и физики наносистем  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*

(Поступила в редакцию 09.06.2025; подписана в печать 03.07.2025)

Экспериментально исследована трансформация распределений оптической интенсивности, происходящая по мере распространения фазово-модулированного лазерного пучка. Выявлено влияние глубины синусоидальной фазовой модуляции на преобразование распределения фазы в распределение интенсивности, происходящее на расстоянии, равном четверти длины Талбота. Зарегистрировано периодическое самовоспроизведение распределений интенсивности излучения, фаза которого промодулирована по периодическому фрактальному закону. Выявлены особенности эффекта Талбота, обусловленные использованием фазового транспаранта на основе фрактальной функции Вейерштрасса.

PACS: 42.25.Bs; 42.79.-e

УДК: 535.4

Ключевые слова: структурированный свет, фазовая модуляция, фрактальность, эффект Талбота, глубина модуляции.

**ВВЕДЕНИЕ**

Структурированный свет — бурно развивающаяся область современной оптики, подразумевающая создание и применение нестандартных световых полей — открывает новые возможности как в фундаментальных, так и в прикладных исследованиях [1]. Структурированные оптические поля — основа множества приложений: от визуализации, микроскопии, медицины, метрологии, связи, квантовой обработки информации до взаимодействий света с веществом и манипуляции с частицами [2]. Широкая востребованность структурированного света делает актуальными исследования по его формированию и распространению [3].

Анализ явлений при дифракционном распространении световых волн важен не только для многих приложений, но и сам по себе является одной из фундаментальных задач оптики. Одним из основных эффектов, характерных для дифракционного распространения света является эффект Талбота — самовоспроизведения периодической поперечной структуры пучка на определенном расстоянии  $L_T$ , определяемом соотношением  $L_T = 2a^2/\lambda$ , где  $a$  — период структуры,  $\lambda$  — длина волны излучения [4, 5]. Несмотря на давнюю историю его открытия, исследования самовоспроизведения остаются актуальным и в настоящее время [6], распространяясь на все новые области структурированного света.

В частности, одним из важных свойств, которым может обладать оптическое излучение, является фрактальность. Понятие фракталов играет важную роль в описании и понимании большого количества слож-

ных геометрических структур и явлений в различных областях науки. Ранее изучались оптические поля, создаваемые при освещении объектами, обладающими фрактальными свойствами, в связи с интересом к оптическим явлениям, которые создавались полями с различной фрактальной структурой, и оптическим зондированием фрактальных объектов [7]. Фрактальные световые структуры широко используются во множестве исследований, связанных с биологией и медициной [8], поэтому поиск новых способов генерации структурированных оптических полей, обладающих фрактальными свойствами, является актуальной задачей.

Ключевой технологией в получении структурированного оптического излучения являются пространственные световые модуляторы (spatial light modulator — SLM), осуществляющие изменение фазы в каждом элементе поперечной плоскости пучка [9]. По мере распространения фазово-модулированного пучка в свободном пространстве вследствие дифракции происходит преобразование распределения его интенсивности в поперечном сечении. Эти трансформации могут быть использованы для формирования заданных поперечных структур в той или иной целевой плоскости, и для оптимального использования структурированного света необходимо знание закономерностей взаимопревращения фазовых и амплитудных распределений в поперечном сечении пучка по мере его распространения.

Распространение структурированного света представляет собой сложный процесс трансформации амплитудно-фазового профиля пучка, обусловленный дифракцией. Ранее в литературе было показано, что плавная модуляция фазы гауссова пучка в какой-либо поперечной плоскости может вызывать уже на малых расстояниях от нее значительные пространственные изменения интенсивности, зависящие от глубины модуляции [10]. Была установлена прямая взаимосвязь между глубиной фазовой модуляции и степенью сохранения исходных структурных характери-

---

<sup>\*</sup> leshcheva.mm21@physics.msu.ru<sup>†</sup> anastasiya-0909@list.ru<sup>‡</sup> sharkov.aa20@physics.msu.ru<sup>§</sup> vokhnik@rambler.ru

стик при распространении сигнала. Установлено также, что в случае фазово-модулированного излучения проявление эффекта Талбота имеет своеобразный характер [10]. В плоскости модуляции, где происходит изменение только фазы излучения, амплитуда оптического поля совпадает с исходной. Далее по мере распространения пучка внесенная модуляция волнового фронта приводит к изменениям поперечного распределения амплитуды, и на расстоянии  $L_T/4$  модуляция фазы переходит в распределение амплитуды. При дальнейшем распространении на расстоянии  $L_T/2$  распределение амплитуды возвращается к изначальному, а распределение фазы сдвигается на  $\pi$  по сравнению с исходным. Эти результаты получены путем численного моделирования для пучков, фазы которых промодулированы синусоидальной и фрактальной функцией Вейерштрасса при различной глубине модуляции. Однако, целенаправленных экспериментальных исследований таких закономерностей не проводилось.

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование влияния глубины модуляции фазы на трансформацию распределения интенсивности свободно распространяющегося в пространстве излучения и установление закономерностей изменений пространственных распределений интенсивности пучка, фаза которого промодулирована фрактально, а также особенностей проявления эффекта Талбота в этом случае.

## 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Экспериментальное исследование закономерностей изменения пространственного распределения интенсивности фазово-модулированного пучка проведено на установке, оптическая схема которой дана на рис. 1.

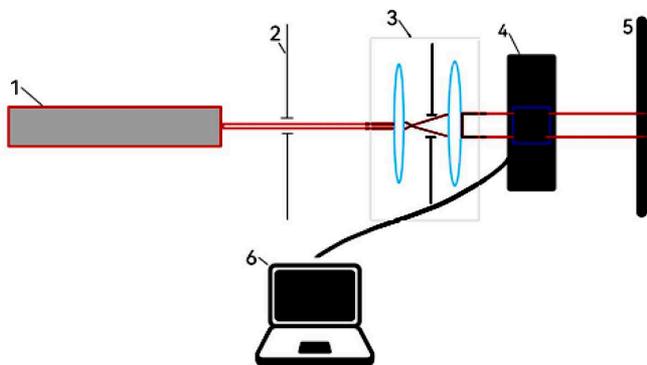


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Горизонтально поляризованное излучение гелий-неонового лазера ЛГН-207А (1) направлялось на диафрагму (2) диаметром 0.25 мм. Центральная часть одномодового пучка с гауссовым поперечным распределением интенсивности преобразовывалась в гауссов пучок диаметром  $\sim 6$  мм телескопической системой (3), состоящей из микрообъектива с фокусным расстояни-

ем 8 мм и длиннофокусной линзы с фокусным расстоянием 20 см. Модуляция фазы пучка осуществлялась с помощью трансмиссионного пространственного светового модулятора (spatial light modulator — SLM) UPO Labs RSLM 1023V (4) с разрешением  $1024 \times 768$  пикселей и размером пикселя 18 мкм. Управление поперечной структурой, модулирующей фазу, производилось с помощью компьютера (6). Глубина модуляции фазы гауссова пучка варьировалась в диапазоне  $(\pi/32 \div 2\pi)$  с помощью программного обеспечения MagicHolo<sup>®</sup> Light Manipulation Experiment. Поперечное распределение интенсивности света регистрировалось КМОП-матрицей (5) фотокамеры Nikon D3200 с разрешением  $6016 \times 4000$  пикселей и размером пикселя 4 мкм. Продольное перемещение КМОП-матрицы позволяло регистрировать поперечное сечение фазово-модулированного пучка на расстояниях  $(6.5 \pm 250)$  см от плоскости модуляции. Шаг продольного перемещения КМОП-матрицы составлял 0.5 см. В качестве транспарантов, модулирующих фазу проходящего лазерного пучка, были использованы

- одномерная синусоидальная решетка с периодом  $a = 0.6$  мм;
- одномерная решетка с профилем, описываемым фрактальной функцией Вейерштрасса и характерным периодом  $d \approx 0.55$  мм.

## 2. ЗАВИСИМОСТЬ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ОТ ГЛУБИНЫ СИНУСОИДАЛЬНОЙ МОДУЛЯЦИИ ФАЗЫ

Для исследования влияния глубины синусоидальной фазовой модуляции на воспроизведение распределений интенсивности регистрация поперечных сечений пучка производилась на расстоянии  $L_T/4$ , где распределения интенсивности должны максимально воспроизводить распределение модулирующей фазы. В ходе работы сначала экспериментально определялось расстояние  $L_T/4$ , а затем в этом сечении регистрировались распределения интенсивности при различной глубине фазовой модуляции.

На рис. 2 представлены поперечные сечения фазово-модулированного пучка на расстоянии  $L_T/4$  при разной глубине синусоидальной модуляции фазы. Из рисунка видно, что при небольшой глубине модуляции фазы в пределах  $(0 \div 3\pi/16)$  контраст распределения интенсивности минимален, но по мере роста глубины модуляции до интервала  $(0 \div 2\pi)$  контраст увеличивается, одновременно наблюдаются заметные изменения распределений интенсивности.

Для количественного сравнения степени воспроизведения распределений интенсивности и фазы изображения поперечных сечений пучка с помощью специальной программы переносились в программный пакет МАТКАД, где осуществлялась их оцифровка. На

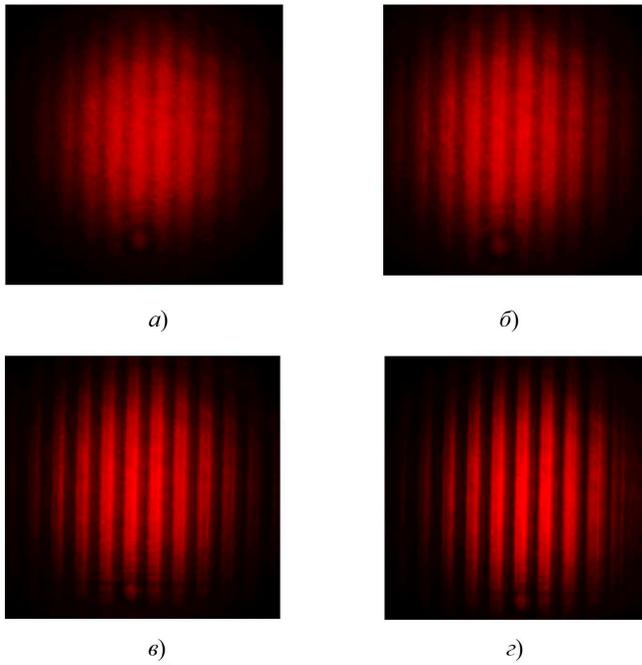


Рис. 2. Поперечное сечение фазово-модулированного пучка синусоидальной решеткой с глубиной модуляции  $a - 0 \div \pi/16$ ;  $б - 0 \div 3\pi/16$ ;  $в - 0 \div \pi$ ;  $г - 0 \div 2\pi$

рис. 3 приведены одномерные траектории интенсивности пучка в соответствии с их изображениями на рис. 2 (сплошные красные линии) и синусоидальные функции, модулировавшие фазы (синие пунктирные линии).

Хорошо видно, что при неглубокой фазовой модуляции (рис. 3, *а*, *б*) синусоидальная кривая практически описывает распределение фазы, в то время как с ростом глубины модуляции (рис. 3в, 3г) распределения интенсивности значительно отличаются от синусоидальных. При максимальной глубине модуляции  $2\pi$  распределение интенсивности представляет собой набор почти прямоугольных полос с тонкой структурой в областях максимальной интенсивности. Такие изменения распределений интенсивности связаны с увеличением числа плоских волн и пространственных частот в угловом спектре промодулированного по фазе излучения, происходящим при росте глубины модуляции. По мере распространения их последующая интерференция приводит к появлению дополнительных пиков в максимумах пространственного распределения амплитуды и, соответственно, интенсивности, а также все более крутому фронту нарастания амплитуды. Физически такие искажения обусловлены тем, что при больших прогибах волнового фронта начинают формироваться каустики [10].

### 3. ОСОБЕННОСТИ ПРОЯВЛЕНИЯ ЭФФЕКТА ТАЛБОТА ПРИ ФРАКТАЛЬНОЙ МОДУЛЯЦИИ ФАЗЫ

Данный раздел посвящен экспериментальному исследованию особенностей проявления эффекта Талбота лазерного пучка, фаза которого промодулирована периодической одномерной фрактальной структурой.

Для внесения в поперечное сечение исходного пучка фрактальной фазовой модуляции необходимо, чтобы компьютерная голограмма, управляющая жидкокристаллической матрицей SLM, имела фрактальную структуру. В качестве такой структуры задана одномерная решетка с профилем в виде фрактальной функции Вейерштрасса. Голограмма представляла собой матрицу размером  $1024k \times 768k$  ( $k$  — единица рабочего поля, задающая номер данного пикселя), ориентированную вдоль вертикальной оси. Ее вид приведен на рис. 4.

Горизонтальная развертка голограммы является функцией Вейерштрасса. Как известно, функция Вейерштрасса  $W_k$  представляет собой сумму гармоник, частоты, амплитуды и фазы которых связаны определенным образом:

$$W_k = \sigma \times \left[ \sum_{n=0}^N \left\{ b^{(D-2)n} \cdot \sin \left[ 2\pi s b^n \left( k - \frac{K+1}{2} \right) + \psi_n \right] \right\} \right], \quad (1)$$

где  $\sigma$  — амплитудный множитель,  $N$  — число гармоник,  $b$  — параметр скейлинга,  $D$  — фрактальная размерность,  $s$  — масштабирующий множитель,  $k$  — текущая координата,  $K$  — размер рабочего поля,  $\psi_n$  — фаза  $n$ -й гармоники, которая может быть как заданной, так и случайной величиной.

Модулирующая структура состояла из трех гармоник с кратными частотами и амплитудами, изменяющимися в соответствии с выражением (1) при  $N = 2$ ,  $b = 2.0$ ,  $s = 0.03$ ,  $D = 1.5$ ,  $\psi_n = 0$ . Размер рабочего поля  $K$  был принят равным 1024 единицы  $k$ . Глубина модуляции фазы составляла  $\sim 2\pi$ .

Вид гармоник и результирующая фрактальная функция представлены на рис. 5.

Период результирующей функции Вейерштрасса составляет  $\sim 0.55$  мм. Как видно из рис. 5, *г*, модулирующая фазу периодическая функция имеет характерный изрезанный вид, фрактальная размерность кривой (*г*), определенная с помощью структурной функции, составляет величину 1.491, близкую к заданному значению  $D = 1.5$ . На периоде модулирующей структуры выделяются два максимума различной амплитуды.

Поперечные распределения интенсивности фрактально фазово-модулированного пучка регистрировались на различном удалении от начальной плоскости. По мере свободного распространения пучка пространственное распределение интенсивности существенно изменялось, типичный вид поперечных сечений пучка и одномерных траекторий, проходящих через центр

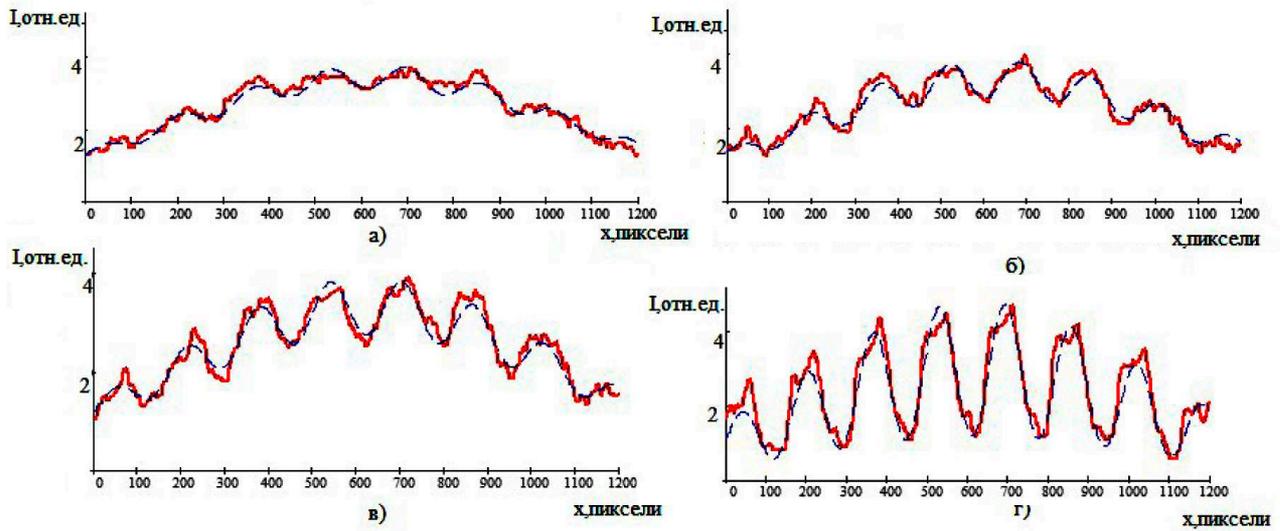


Рис. 3. Одномерные траектории интенсивности при разной глубине модуляции  $a - 0 \div 2\pi$ ;  $b - 0 \div \pi/4$ ;  $v - 0 \div 3\pi/16$ ;  $г - 0 \div \pi/16$  (сплошные красные линии) и синусоидальная функция, модулирующая фазу (синие пунктирные линии)

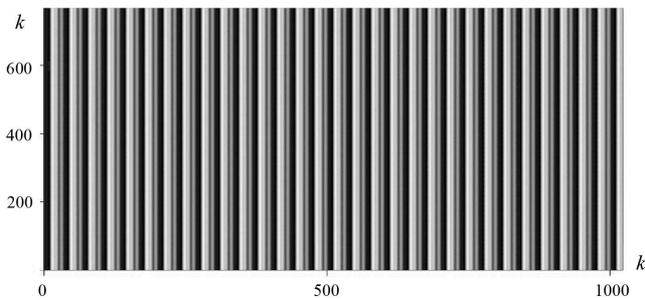


Рис. 4. Одномерная фрактальная решетка для фазовой модуляции

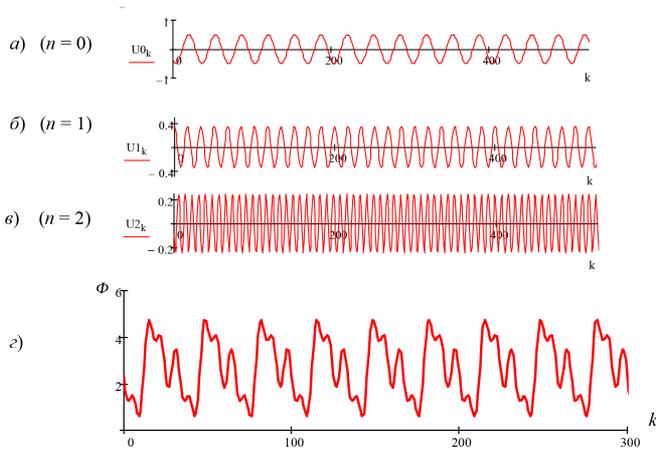


Рис. 5. Гармоники (а, б, в), составляющие фрактальную функцию (г)

пучка, приведены на рис. 6. На рис. 6, а дано изображение поперечного сечения исходного пучка, направляемого на модулятор и представляющего собой однородное гауссово распределение. Далее представлены изображения и соответствующие одномерные траектории на расстояниях  $z = 6$  см (рис. 6, б),  $z = 24.5$  см (рис. 6, в) и  $z = 42.5$  см (рис. 6, г) от модулятора.

Как видно из рис. 6, б, даже близко расположенное к плоскости модуляции поперечное сечение уже демонстрирует глубоко промодулированное распределение интенсивности, разительно отличающееся от гладкого гауссова контура падающего пучка, свидетельствуя, о том, что модуляция фазы приводит к модуляции амплитуды поля на очень небольших расстояниях. Распределение интенсивности с наибольшим подобием фазовому фрактальному распределению, представлено в сечении  $z = 24.5$  см, где наличие на периоде тонкой структуры с двумя максимумами разной высоты весьма напоминает фрактальное распределение фазы в плоскости SLM. И, наконец, почти полное воспроизведение исходного гладкого распределения интенсивности наблюдается на расстоянии 42.5 см. Следует отметить, что изменения пространственных распределений в направлении распространения происходит весьма быстро, поэтому представленные экспериментальные данные получены с некоторой погрешностью.

Из анализа периодической структуры, представленной на рис. 6, б, следует, что период модуляции в данном эксперименте составляет  $\sim 0.54$  мм, что дает для расстояния Талбота  $L_T$  значение  $\sim 90$  см, для  $L_T/2 \sim 45$  см и  $L_T/4 \sim 22.5$  см. Эти расчетные величины хорошо коррелируют с полученными из эксперимента расстояниями 42.5 см, на котором максимально воспроизводится исходное гладкое распределение

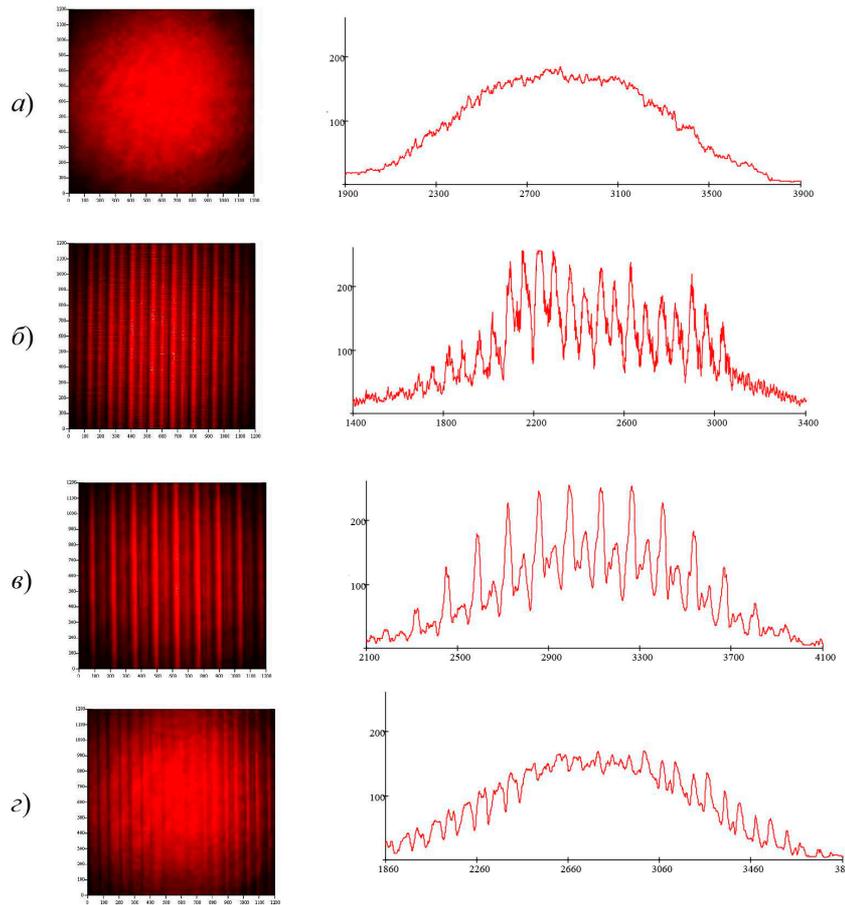


Рис. 6. Изображения поперечных сечений (слева) и одномерных траекторий (справа) интенсивности фазово-модулированного пучка на разных расстояниях

и 24.5 см, где зарегистрированное распределение интенсивности в наибольшей степени сходно с модулирующим распределением фазы.

Поскольку в формировании фрактального фазового транспаранта участвовали синусоиды с периодами, отличающимися вдвое (см. рис. 4), длина Талбота  $L_T^{(2)}$  для удвоенной частоты вчетверо меньше, чем для первой гармоники  $L_T^{(1)}$ , то есть  $L_T^{(2)} = L_T^{(1)}/4 \approx 22$  см. При этом в силу кратности периодов гармоник, на расстоянии  $L_T^{(1)}/4$ , соответствующем максимальному воспроизведению модуляции фазы в распределении интенсивности, за счет второй гармоники должно наблюдаться наибольшее сглаживание. Разнонаправленное действие этих факторов приводит к нечеткому воспроизведению распределения, модулирующего фазу, в распределении интенсивности. Способствует такой нечеткости и различие фаз суммируемых гармоник. Лишь на расстоянии  $L_T^{(1)}/2$ , равном  $2L_T^{(2)}$ , где для обеих гармоник имеет место сглаживание, наблюдается практически полное воспроизведение изначального гауссова распределения интенсивности.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выявлено влияние глубины фазовой модуляции при использовании фазовых управляющих транспарантов. Установлено, что возрастание глубины фазовой модуляции ведет к усложнению поперечной структуры интенсивности, увеличению ее неоднородности и появлению значительных отличий от распределения фазы на расстояниях, равных четверти длины Талбота.

На примере фазовой модуляции одномерной фрактальной решеткой Вейерштрасса установлено наличие периодического самовоспроизведения распределений интенсивности. Выявлены особенности эффекта Тальбо, обусловленные использованным фазовым транспарантом на основе фрактальной решетки. Показано, что исходное поперечное распределение интенсивности хорошо воспроизводится на расстоянии, равном половине длины Тальбо  $L_T/2$ , в то время как преобразование распределения фазы в распределение интенсивности на расстоянии  $L_T/4$  происходит с погрешностями.

Трансформации амплитуды, обусловленные дифракцией фазово-модулированного излучения, могут использоваться для формирования заданных распределений интенсивности, в том числе с фрактальными свой-

ствами, путем чисто фазовой модуляции.

Исследование проведено в рамках выполнения государственного задания МГУ имени М. В. Ломоносова.

- 
- [1] Forbes A., de Oliveira M., Dennis M.R. // *Nature Photonics*. **15**, 253 (2021).  
[2] Rubinsztein-Dunlop H. et al. // *Journal of Optics*. **19**, 013001 (2017).  
[3] He C., Shen Y., Forbes A. // *Light: Science & Applications*. **11:205**. (2022).  
[4] Talbot H.F. // *Philos. Mag.* **9**, 401 (1836).  
[5] Lord Rayleigh // *Philos. Mag.* **11**, 196 (1881).  
[6] Wen J., Zhang Y., Xiao M. // *Advances in Optics and Photonics* **5**, 83 (2013).  
[7] Uozumi J., Asakura T. Optical fractals. in *Optical Storage and Retrieval—Memory, Neural Networks, and Fractals* / F.T.S.Yu and S.Jutamulia, eds. (Marcel Dekker, New York, 1996), 283–320.  
[8] Нелинейный глаз: новые технологии зрительной реабилитации. / Под ред. М.В. Зуевой. СПб.: Издательство ВММ, (2024). 512 с.  
[9] Yang Y., Forbes A., Cao L. // *Opto-Electronic Science*. N 8, 230026 (2023).  
[10] Гурашвили В.А., Зотов А.М., Короленко П.В., Саркаров Н.Э. // *Квантовая электроника*. **30**, № 9. 803 (2000).

## Features of propagation of beams of coherent phase-modulated radiation

M. M. Leshcheva<sup>a</sup>, A. A. Abashkina<sup>b</sup>, A. A. Sharkov<sup>c</sup>, O. M. Vokhnik<sup>d</sup>

*Department of optics, spectroscopy and physics of nanosystems, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>leshcheva.mm21@physics.msu.ru, <sup>b</sup>anastasiya-0909@list.ru, <sup>c</sup>sharkov.aa20@physics.msu.ru, <sup>d</sup>vokhnik@rambler.ru*

The transformation of intensity distributions occurring as a phase-modulated laser beam propagates is experimentally investigated. The influence of the depth of sinusoidal phase modulation on the transformation of the phase distribution into the intensity distribution occurring at a distance equal to a quarter of the Talbot length is revealed. Periodic self-reproduction of the radiation intensity distributions, the phase of which is modulated according to a periodic fractal law, is registered. The features of the Talbot effect caused by the use of a phase transparency based on the Weierstrass function are revealed.

PACS: 42.25.Bs; 42.79.-e.

*Keywords:* spatially modulated beams, two-dimensional light field, spatial light modulator, Talbot effect.

*Received 09 June 2025.*

### Сведения об авторах

1. Лещева Мария Михайловна — студентка 4 курса физического факультета; e-mail: leshcheva.mm21@physics.msu.ru.
2. Абашкина Анастасия Александровна — студентка 4 курса физического факультета; e-mail: anastasiya-0909@list.ru.
3. Шарков Алексей Александрович — студент 5 курса физического факультета; e-mail: sharkov.aa20@physics.msu.ru.
4. Вохник Ольга Михайловна — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-36-59, e-mail: vokhnik@rambler.ru.