

XXV межвузовская молодежная научная школа-конференция имени Б.С. Ишханова:
Концентрированные потоки энергии в космической технике,
электронике, экологии и медицине.
Секция «Физика высоких энергий»

**Машинное обучение в задаче предсказания дифференциальных сечений
и структурных функций электророждения пионов
в резонансной области**

В.В. Чистякова^{1,*}, А.В. Голда¹, А.А. Русова^{1,2}, Е.Л. Исупов²

¹Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра общей ядерной физики

Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

²Научно-исследовательский институт имени Д. В. Скobelьцына,
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 15.04.2025; подписана в печать 17.04.2025)

Представлены результаты работы полносвязной нейронной сети по предсказанию дифференциальных сечений эксклюзивной реакции рассеяния электронов на протонной мишени с образованием нейтральных пи-мезонов: $e^- p \rightarrow e^- p\pi^0$. Предсказания модели формировались на основе пяти кинематических переменных. Качество работы алгоритма оценивалось путем сравнения экспериментальных данных и предсказаний модели на распределениях неполяризованных структурных функций и зависимостей дифференциальных сечений от кинематических характеристик. Хорошее согласие предсказанных нейронной сетью данных с экспериментальными позволяет осуществлять надежную интерполяцию экспериментальных данных в пятимерном пространстве.

PACS: 13.60.Le, 07.05.Mh. УДК: 539.126.345.

Ключевые слова: машинное обучение, нуклонные резонансы, электророждение мезонов, дифференциальное сечение, структурные функции протона, детектор CLAS.

ВВЕДЕНИЕ

Переходная область между конфайнментом и асимптотической свободой ответственна за формирование структуры нуклона и нуклонных резонансов с различными квантовыми числами [1–3]. Изучение структуры возбужденных состояний нуклонов, вероятно, приблизит нас к разгадке механизмов сильного взаимодействия, а потому данное направление можно по праву считать одним из важнейших в современной физике адронов [4].

Нуклонные резонансы с вероятностью выше 99% распадаются за счет сильного взаимодействия с испусканием мезонов. Если масса резонанса не превышает 1.6 ГэВ, то он распадается преимущественно по πN -каналу. Исследование однопионного канала необходимо для независимого изучения электромагнитных параметров нуклонных резонансов [1–3, 5]. В настоящее время экспериментальная информация об однопионном канале доступна только в ограниченной области фазового пространства. Цель настоящей работы заключается в построении алгоритма для описания дифференциальных сечений реакций электророждения пионов на

нуклонах, способного осуществлять надежную интерполяцию данных в пятимерном пространстве.

1. ФОТО- И ЭЛЕКТРОВОЗБУЖДЕНИЕ НУКЛОННЫХ РЕЗОНАНСОВ

Первоначальные исследования нуклонных резонансов проводились в реакциях упругого рассеяния пи-мезонов на нуклонах [6]. Преимуществом данного метода является большая величина сечения взаимодействия мезона и нуклона-мишени, однако налетающая частица не является точечной, обнаружить в упругом пион-нуклонном рассеянии весь спектр нуклонных резонансов невозможно. Поэтому современное изучение структуры возбужденных состояний нуклонов ведется в эксклюзивных реакциях под действием реальных и виртуальных фотонов [7].

На рис. 1 схематически представлен процесс электромагнитного возбуждения нуклонных резонансов в приближении однофотонного обмена. Вершина взаимодействия виртуального фотона с протоном, приводящая к образованию резонанса, характеризуется тремя спиральными амплитудами $A_{1/2}, A_{3/2}, S_{1/2}$, которые зависят только от квадрата переданного четырехимпульса фотона. Индексы указывают на спиральность системы начальных частиц (то есть проекцию суммар-

* E-mail: chistiakova.vv19@physics.msu.ru

ного спина системы начальных частиц на направление импульса фотона в системе центра масс). Взаимодействию поперечно поляризованного фотона с нуклоном соответствуют амплитуды $A_{1/2}, A_{3/2}$, и только эти амплитуды вносят вклад в фотовозбуждение нуклонных резонансов. Амплитуда $S_{1/2}$ описывает возбуждение резонансов продольно поляризованными виртуальными фотонами. Сечение в системе центра масс может быть однозначно выражено через спиральные амплитуды. Амплитуды любой эксклюзивной реакции представляют собой суперпозицию вкладов нуклонных резонансов и совокупности нерезонансных механизмов.

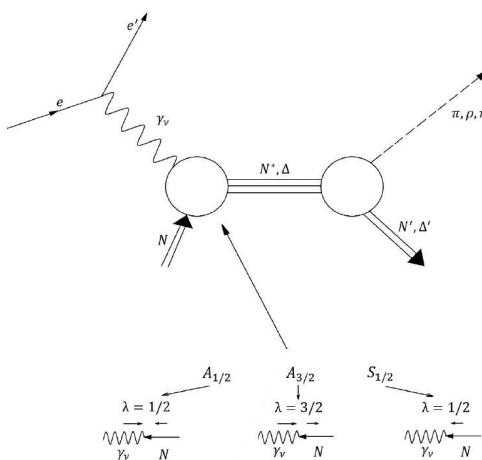


Рис. 1. Схема электромагнитного возбуждения нуклонных резонансов

2. ИЗУЧЕНИЕ ЭКСКЛЮЗИВНОЙ РЕАКЦИИ $e^- p \rightarrow e^- p \pi^0$

В настоящей работе рассматривается эксклюзивная реакция электророждения нейтрального pione на протонной мишени. В эксклюзивных реакциях измеряются кинематические характеристики всех частиц в конечном состоянии. В физике резонансов часто пользуются следующими переменными: Q^2 — виртуальность фотона, равная величине квадрата переданного четырехимпульса фотона q^2 с противоположным знаком, и W — инвариантная масса системы конечных адронов. Виртуальность фотона можно выразить через энергию начального E_e и конечного E'_e электронов (в предположении равенства единице скорости света: $c = 1$):

$$\begin{aligned} Q^2 &= -q^2 = \mathbf{q}^2 - (E_e - E'_e) = \\ &= 2(E_e E'_e - |\mathbf{p}_e| |\mathbf{p}'_e| \cos \theta_e) - 2m_e^2 \approx 4E_e E'_e \sin^2\left(\frac{\theta_e}{2}\right) \end{aligned}$$

где $\theta_e = \arccos \frac{p'_z}{E'_e}$ — угол рассеяния электрона в лабораторной системе, p'_z — проекция импульса рассеянного электрона на ось z , m_e — масса электрона,

$\mathbf{q} = \mathbf{p}_e - \mathbf{p}'_e$ — переданный импульс фотона, $\mathbf{p}_e, \mathbf{p}'_e$ — импульсы налетающего и рассеянного электронов. Инвариантная масса конечных адронов W :

$$W = (P_p + q)^2 = M_p^2 + 2M_p(E_e - E'_e) - Q^2$$

где P_p и M_p — четырехимпульс протона и масса протона соответственно. Дифференциальное сечение под действием виртуальных фотонов в случае неполяризованного электронного пучка описывается выражением [7]:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\gamma\nu}}{d\Omega_\pi} &= \frac{d\sigma_u}{d\Omega_\pi} + \epsilon \frac{d\sigma_{tt}}{d\Omega_\pi} \cdot \cos 2\phi_\pi + \sqrt{2\epsilon(1+\epsilon)} \frac{d\sigma_{lt}}{d\Omega_\pi} \cdot \cos \phi_\pi \equiv \\ &\equiv A + B \cdot \cos 2\phi_\pi + C \cdot \cos \phi_\pi, \\ \frac{d\sigma_u}{d\Omega_\pi} &= \frac{d\sigma_t}{d\Omega_\pi} + \epsilon \frac{d\sigma_{tt}}{d\Omega_\pi}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\frac{d\sigma_u}{d\Omega_\pi}, \frac{d\sigma_t}{d\Omega_\pi}, \frac{d\sigma_l}{d\Omega_\pi}, \frac{d\sigma_{lt}}{d\Omega_\pi}, \frac{d\sigma_{tt}}{d\Omega_\pi}$ — неполяризованная, поперечная, продольная, поперечно-поперечная структурные функции соответственно, ϵ — поляризация виртуального фотона:

$$\epsilon = \left(1 + 2 \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2} \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right) \right),$$

$\nu = E_e - E'_e$ — переданная электроном энергия, или энергия фотона в лабораторной системе, ϕ_π — это угол между плоскостью рассеяния электрона и плоскостью реакции, θ_π — полярный угол вылета pione в системе центра масс «виртуальный фотон–протон», они указаны на рис. 2.

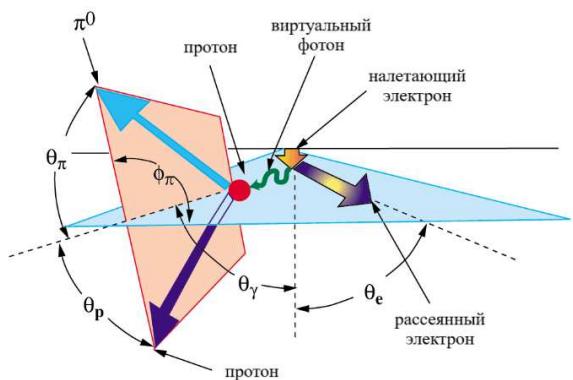


Рис. 2. Схематическое изображение углов $\theta_e, \phi_\pi, \theta_\pi$ реакции $e^- p \rightarrow e^- p \pi^0$

Структурные функции могут быть получены из дифференциального сечения:

$$\begin{aligned} A(E_e, Q^2, W, \cos \theta_\pi) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\sigma_{\gamma\nu}(\phi_\pi)}{d\Omega_\pi} d\phi_\pi, \\ B(E_e, Q^2, W, \cos \theta_\pi) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\sigma_{\gamma\nu}(\phi_\pi)}{d\Omega_\pi} \cos 2\phi_\pi d\phi_\pi, \\ C(E_e, Q^2, W, \cos \theta_\pi) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\sigma_{\gamma\nu}(\phi_\pi)}{d\Omega_\pi} \cos \phi_\pi d\phi_\pi. \end{aligned} \quad (2)$$

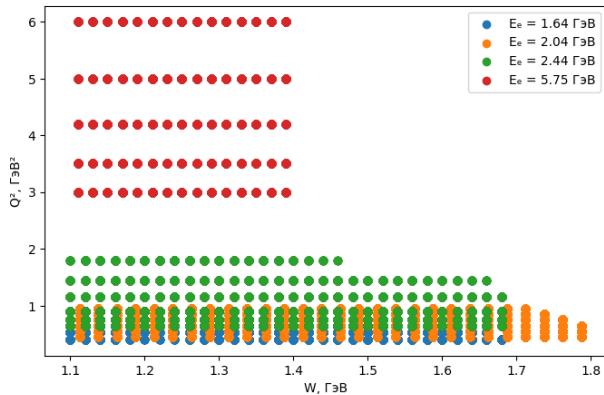


Рис. 3. Доступная в эксперименте кинематическая область для значений энергии начального электрона $E \in [1.64, 2.04, 2.44, 5.75]$ ГэВ. По оси абсцисс отложена инвариантная масса W , по оси ординат — Q^2

Таким образом, анализ дифференциальных сечений позволяет определить структурные функции, с помощью которых можно выразить амплитуды электровозбуждений резонансов. Эти данные, в свою очередь, служат источником информации о динамике сильного взаимодействия.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ СЕЧЕНИЯМ РЕАКЦИИ $e^-p \rightarrow e^-p\pi^0$

Эксперименты по рассеянию электронов и фотонов на протонах проводятся, в частности, в Лаборатории им. Томаса Джифферсона (Jefferson Lab). В состав лаборатории входит электронный ускоритель непрерывного действия (CEBAF) и детектор CLAS [8] с полным телесным углом регистрации частиц, который способен в каждом событии надежно устанавливать все типы и четырехимпульсы образовавшихся частиц (в период с 2012 г. по 2017 г. был выполнен проект по модернизации ускорительного и детекторного комплексов для работы с электронным пучком с энергией до 11 ГэВ) [9].

За время работы детектора CLAS в 1996–2012 гг. была накоплена доминирующая часть мировых данных по большинству эксклюзивных каналов электророждения мезонов на нуклонах и ядрах в области $W < 3$ ГэВ. Информация по всем измеренным на детекторе наблюдаемым хранится в CLAS Physics Database — результат совместной работы Hall B Jefferson Lab и ОЭПБАЯ НИИЯФ МГУ [10].

База данных реакции $e^-p \rightarrow e^-p\pi^0$, используемая в настоящей работе, содержит информацию о дифференциальных сечениях, определенных со статистическими ошибками, в зависимости от виртуальности фотона, инвариантной массы системы конечных адронов, углов θ_π и ϕ_π для четырех значений энергии начального электронного пучка: $E \in [1.64, 2.04, 2.44, 5.75]$ ГэВ. На рис. 3 приведена зависимость $Q^2(W)$ для этих значений энергии.

4. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Для решения задачи регрессии по предсказанию дифференциальных сечений $\frac{d\sigma_{\gamma\nu}}{d\Omega_\pi}$ реакции $e^-p \rightarrow e^-p\pi^0$ в работе было отдано предпочтение использованию полно связной нейронной сети [11], поскольку методы классического машинного обучения не дают непрерывных распределений на выходе. Общее количество обучаемых параметров нейронной сети составило 5 миллионов.

На вход алгоритма подавались величины: $E_e, Q^2, W, \cos \theta_\pi, \cos \phi_\pi, \sin \phi_\pi$, признаки и целевые значения стандартизировались. Количество различных реакций в базе данных не превышает 8×10^4 , поэтому с целью его увеличения применялась аугментация. На основе каждой реакции создавался набор новых реакций, их признаки брались из распределения Гаусса с параметрами: μ — величина исходного признака, σ — величина исходного признака, умноженная на фиксированный коэффициент. Этот коэффициент подбирался таким образом, чтобы отклонение аугментированных значений признаков от исходных было менее 1%.

В качестве оптимизатора был выбран Adam [12], функции активации каждого нейрона — ReLU [13]. Для оценки качества работы модели использовался корень из среднеквадратичной ошибки (RMSE), поскольку эта ошибка оказалась меньше среднего значения статистической ошибки экспериментальных данных:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

где N — количество реакций, y_i — целевое значение дифференциального сечения для i -ой реакции, \hat{y}_i — предсказанное алгоритмом значение.

Модели сравнивались между собой по величине средней абсолютной ошибки (MAE):

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i|$$

Скорость обучения уменьшалась на плато [14]: если ошибка MAE на валидационной выборке не снижалась в течение 5 эпох подряд, скорость обучения уменьшалась в 2 раза, ее начальное значение равно 0.001.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ

Чтобы проверить, насколько успешно обученная нейронная сеть может предсказывать дифференциальные сечения $\frac{d\sigma_{\gamma\nu}}{d\Omega_\pi}$ на новых данных, была создана сетка по $E_e, Q^2, W, \cos \theta_\pi, \cos \phi_\pi, \sin \phi_\pi$ с небольшим шагом от минимальных до максимальных значений из исходной базы данных. Результаты работы нейронной сети для

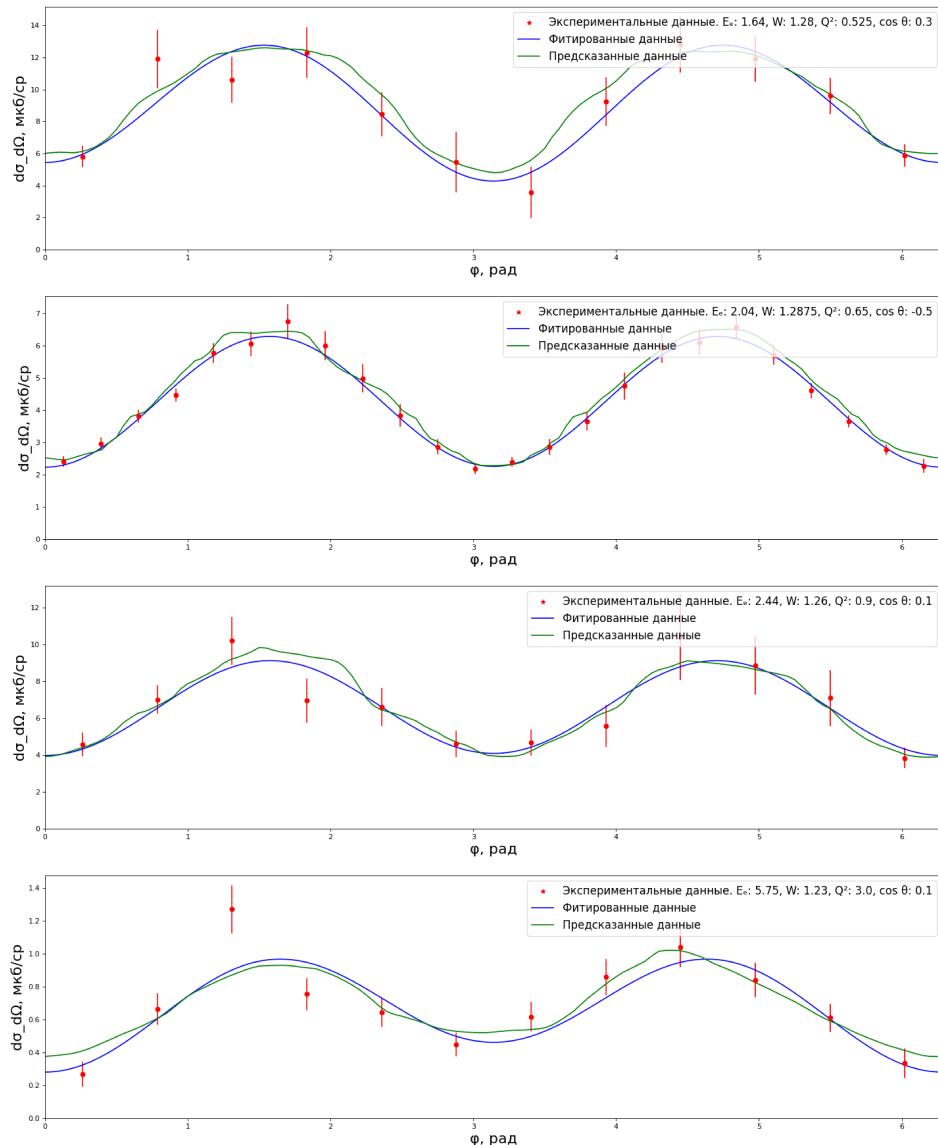


Рис. 4. Зависимость экспериментальных данных, фитирования и предсказаний алгоритма дифференциальных сечений $\frac{d\sigma_{\gamma\nu}}{d\Omega_\pi}$ от угла ϕ_π для областей фазового пространства (сверху вниз): $E_e = 1.64 \text{ ГэВ}, W = 1.28 \text{ ГэВ}, Q^2 = 0.525 \text{ ГэВ}^2, \cos\theta_\pi = 0.3$; $E_e = 2.04 \text{ ГэВ}, W = 1.2875 \text{ ГэВ}, Q^2 = 0.65 \text{ ГэВ}^2, \cos\theta_\pi = -0.5$; $E_e = 2.44 \text{ ГэВ}, W = 1.26 \text{ ГэВ}, Q^2 = 0.9 \text{ ГэВ}^2, \cos\theta_\pi = 0.1$; $E_e = 5.75 \text{ ГэВ}, W = 1.23 \text{ ГэВ}, Q^2 = 3.0 \text{ ГэВ}^2, \cos\theta_\pi = 0.1$. Красные точки соответствуют экспериментальным данным, синяя кривая — результат фитирования, зеленая — предсказания алгоритма

некоторых кинематических областей представлены на рис. 4. Красные точки — экспериментальные данные, зеленая кривая — предсказания алгоритма. Фитирование проводилось с помощью упоминавшейся ранее функции $\frac{d\sigma_{\gamma\nu}}{d\Omega_\pi} = A + B\cos 2\phi + C\cos \phi$ (1), ему соответствует синяя кривая на графиках. Преимуществом модели является то обстоятельство, что она не знает о существовании данной зависимости, но при этом демонстрирует весьма высокую точность.

Проверка качества работы алгоритма осуществляется посредством построения распределений неполяризованных структурных функций (2) в зависимости от

инвариантной массы W (рис. 5). На графиках красные точки соответствуют экспериментальным данным, черные — предсказанию алгоритма. Эти распределения также свидетельствуют о хорошей точности предсказаний сети. Отсюда следует, что созданный алгоритм пригоден для описания дифференциальных сечений реакций электророждения нейтрального пиона на протоне, он способен осуществлять надежную интерполяцию данных в пятимерном пространстве.

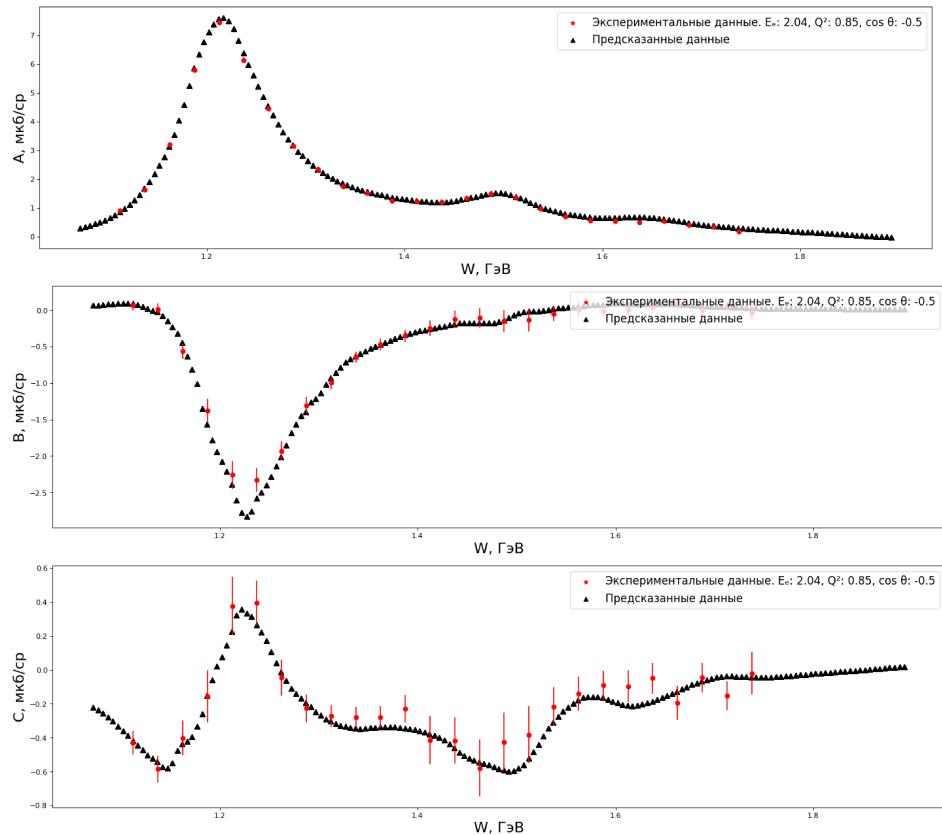


Рис. 5. Зависимость неполяризованных структурных функций A, B, C (сверху вниз) от инвариантной массы W для области фазового пространства $E_e = 204$ ГэВ, $Q^2 = 0.85$ ГэВ 2 $\cos \theta_\pi = -0.5$. Красные точки соответствуют экспериментальным данным, черные — предсказанию алгоритма

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе была построена полно связная нейронная сеть для предсказания дифференциальных сечений реакций $e^-p \rightarrow e^-p\pi^0$. Из проведенного сравнения наблюдается хорошее согласие предсказанных данных с экспериментальными. Таким образом, получен-

ный алгоритм позволяет осуществлять надежную интерполяцию экспериментальных данных и может быть использован в качестве Монте–Карло генератора.

В настоящий момент ведется работа по поиску оптимальных гиперпараметров и архитектуры сети.

- [1] Aznauryan I.G., Burkert V.D. // *Prog. Part. Nucl. Phys.* **67**. 1. (2012).
- [2] Burkert V.D., Roberts C. D. // *Rev. Mod. Phys.* **91**. 011003. (2019).
- [3] Roberts C.D. // *Few-Body Syst* **59**. 72. (2018).
- [4] Carman D.S., Joo K., Mokek V.I. // *Few-Body Syst* **61**. 29. (2020).
- [5] Mokek V.I. // *Few Body Syst.* **59**. 46 (2018).
- [6] Cutkosky R.E., Forsyth C.P., Hendrick R.E., Kelly R.L. // *Phys. Rev. D* **20**. 2804. (1979).
- [7] Amaldi E., Fubini S., Furlan G. // *Pion-Electroproduction: Electroproduction at Low Energy and Hadron Form Factors*. Springer Tracts in Modern Physics. (1979).
- [8] Mecking B.A., Adams G., Burkert V.D. et al. // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. **513**. 653. (2003).

- [9] Adderley P.A., Ahmed S., Allison T. et al. // *Phys. rev. Accel. Beams* **27**. 084802 (2024).
- [10] CLAS Physics Database // <https://clas.sinp.msu.ru/cgi-bin/jlab/db.cgi>.
- [11] Hornik K., Stinchcombe M., White H. // *Neural Networks*. **2**. 359. (1989).
- [12] Kingma D.P., Ba J. // *3rd International Conference on Learning Representations*. (2015).
- [13] Agarap A.F. // Deep Learning using Rectified Linear Units (ReLU). (2019).
- [14] https://pytorch.org/docs/stable/generated/torch.optim.lr_scheduler.ReduceLROnPlateau.html

Machine learning approach in the prediction of differential cross sections and structure functions of pion electroproduction in the resonance region

V. V. Chistyakova^{1,a}, A. V. Golda^{1,2}, A. A. Rusova^{1,2}, E. L. Isupov²

¹*Department of General Nuclear Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia*

²*Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia
E-mail: ^achistiakova.vv19@physics.msu.ru*

This paper presents results of differential cross section prediction made by fully connected neural network. The exclusive reaction of electron scattering on a proton target with neutral pion production: $e^-p \rightarrow e^-p\pi^0$ is under our investigation. The model's predictions are based on five kinematic variables. The quality of algorithm operation was evaluated by comparison between experimental data and the neural network's predictions on distributions of unpolarized structure functions and the dependence of the differential cross sections on kinematic characteristics. A good agreement between the neural network's predictions and experimental data allows interpolating the experimental data in five-dimensional space reliably.

PACS: 13.60.Le, 07.05.Mh

Keywords: machine learning, nucleon resonances, meson electroproduction, differential cross section, structure functions of the proton, CLAS detector.

Received 15 April 2025.

Сведения об авторах

1. Чистякова Влада Витальевна — студентка; e-mail:chistiakova.vv19@physics.msu.ru.
2. Голда Андрей Васильевич — аспирант; e-mail:golda.av15@physics.msu.ru.
3. Русова Анна Александровна — канд. физ.-мат. наук, ассистент; тел.: (495) 939-16-97,
e-mail:anya@jlab.org.
4. Исупов Евгений Леонидович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-25-58,
e-mail:e.l.isupov@gmail.com.