

**XXV межвузовская молодежная научная школа-конференция имени Б.С. Ишханова:  
Концентрированные потоки энергии в космической технике,  
электронике, экологии и медицине.  
Секция «Физика высоких энергий»**

**Резонансные вклады в структурные функции инклюзивного рассеяния электронов  
из данных CLAS**

Б. А. Фадеенко<sup>1,\*</sup>, Е. Л. Исупов<sup>2</sup>, А. А. Русова<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра общей ядерной физики  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

<sup>2</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына (НИИЯФ МГУ)  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 5

(Поступила в редакцию 15.04.2025; подписана в печать 17.04.2025)

В настоящей статье авторами исследуются вклады нуклонных резонансов в структурные функции инклюзивного рассеяния электронов. Представленный анализ основан на данных коллаборации CLAS по амплитудам электровозбуждения резонансов, извлеченных в реакциях электровозбуждения одиночного пиона и двух заряженных пионов.

PACS: 13.40.-f, 13.60.Le, 13.75.-n, 13.85.Fb, 13.85.Hd, 13.87.Ce УДК: 539.1

Ключевые слова: электророзрождение, структурные функции, детектор CLAS.

## ВВЕДЕНИЕ

Инклюзивное рассеяние электронов является важнейшим инструментом в исследовании структуры нуклонов и в анализе КХД. Аппроксимация лидирующего твиста в КХД позволяет получать точные результаты функций партонных распределений в области инвариантных масс адронов  $W > 2$  ГэВ и виртуальности фотона  $Q^2 > 1 - 2$  ГэВ<sup>2</sup> [1]. Для описания же областей с малыми инвариантными массами, которые соответствуют непертурбативной КХД, необходимо рассмотрение резонансной области с использованием амплитуд электровозбуждения  $N^*$ .

## 1. ФОРМАЛИЗМ СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ

В данной главе мы обсудим формализм структурных функций, их связь между собой и поперечными сечениями инклюзивного электронного рассеяния, а также формулы, позволяющие рассчитать резонансные вклады через амплитуды электровозбуждения  $N^*$ .

Используя формулу Брейта–Вигнера, можно выразить сечения фотон-протонного инклюзивного рассеяния через вклады резонансов:

$$\sigma_{T,L}^R(W, Q^2) = \frac{\pi}{q_\gamma^2} \sum_{N^*} (2J_r + 1) \frac{M_r^2 \Gamma_{tot}(W) \Gamma_\gamma^{T,L}(M_r, Q^2)}{(M_r^2 - W^2)^2 + M_r^2 \Gamma_{tot}^2(W)}, \quad (1)$$

где

$$q_\gamma = \sqrt{Q^2 + E_\gamma^2}, \quad E_\gamma = \frac{W^2 - Q^2 - M_N^2}{2W},$$

$$K = \frac{W^2 - M_N^2}{2W}.$$

Здесь  $M_r$  — масса резонанса,  $M_N$  — масса протона,  $\Gamma_{tot}$  — полная ширина,  $J_r$  — спин резонанса,  $E_\gamma$  и  $q_\gamma$  — энергия и импульс виртуального фотона. Электромагнитные ширины при инвариантной массе, равной цен-

тральной резонанса, в свою очередь выражаются через амплитуды электровозбуждения  $N^*$ :

$$\Gamma_\gamma^T(W = M_r, Q^2) =$$

$$= \frac{q_{\gamma,r}^2(Q^2)}{\pi} \frac{2M_N}{(2J_r + 1)M_r} (|A_{1/2}(Q^2)|^2 + |A_{3/2}(Q^2)|^2), \quad (2a)$$

$$\Gamma_\gamma^L(W = M_r, Q^2) =$$

$$= 2 \frac{q_{\gamma,r}^2(Q^2)}{\pi} \frac{2M_N}{(2J_r + 1)M_r} |S_{1/2}(Q^2)|^2, \quad (2b)$$

где  $A_{1/2}$  и  $A_{3/2}$  — спиральные амплитуды, входящие в поперечную составляющую сечения, соответ-

\* fadenko.ba19@physics.msu.ru

ствуют вкладу фотона с ненулевой проекцией спина на ось, направленную с импульсом виртуального фотона, а  $S_{1/2}$  — с нулевой. Неполяризованные структурные функции  $F_1$  и  $F_2$  резонансов, которые описывают

неполяризованное поперечное сечение рассеяния через образование определенного резонанса, можно выразить через поперечные и продольные сечения [2]:

$$F_1^R(x, Q^2) = \frac{KW}{4\pi^2\alpha} \sigma_T^R, \quad (3a)$$

$$F_2^R(x, Q^2) = \frac{KW}{4\pi^2\alpha} \frac{2x}{1 + \frac{Q^2}{\nu^2}} (\sigma_T^R + \sigma_L^R) = \frac{KW}{4\pi^2\alpha} \frac{2x}{1 + \frac{Q^2}{\nu^2}} \frac{1 + R_{LT}}{1 + \epsilon_T R_{LT}} \sigma_U^R, \quad (3b)$$

где  $x$  — переменная Бьёркена,  $\nu = \frac{W^2 - M_N^2 + Q^2}{2M_N}$  — переданная энергия виртуальным протоном,  $\epsilon_T = \left(1 + 2 \frac{\nu^2 + Q^2}{Q^2} \tan^2 \frac{\theta_e}{2}\right)^{-1}$  — параметр поляризации,  $\theta_e$  — угол рассеяния электрона.

Исходя из зависимостей (1), (2) и (3) можно увидеть, что неполяризованные структурные функции резонансов можно выразить через амплитуды [3], напрямую связанные с поляризацией фотона и амплитудами электровозбуждения  $N^*$ :

$$G_+^R = C \frac{\sqrt{M_R \Gamma_R(W)}}{M_R^2 - W^2 - i\Gamma_R(W)M_R} A_{1/2}^R(Q^2),$$

$$G_-^R = C \frac{\sqrt{M_R \Gamma_R(W)}}{M_R^2 - W^2 - i\Gamma_R(W)M_R} P A_{3/2}^R(Q^2),$$

$$G_0^R = C \frac{\sqrt{M_R \Gamma_R(W)}}{M_R^2 - W^2 - i\Gamma_R(W)M_R} P S_{1/2}^R(Q^2),$$

где

$$C = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{W^2 - M^2}{\alpha M} \frac{q_{\gamma,R}}{q_\gamma}},$$

и  $P = \eta(-1)^{J-1/2}$  — пространственная четность, где  $\eta$  — четность резонанса.

Для получения общего резонансного вклада в неполяризованные структурные функции необходимо сложить вклад от каждого резонанса, который определяется спином  $J$ , изоспином  $I$  и четностью  $\eta$ . Необходимо также отметить, что между резонансами с одинаковыми квантовыми числами может происходить интерференция, поэтому их вклады складываются когерентно:

$$F_1^{\text{res}} = M \sum_{IJ\eta} \left\{ \left| \sum_{R^{IJ\eta}} G_+^{R^{IJ\eta}} \right|^2 + \left| \sum_{R^{IJ\eta}} G_-^{R^{IJ\eta}} \right|^2 \right\}, \quad (4a)$$

$$\left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right) F_2^{\text{res}} = M\nu \sum_{IJ\eta} \left\{ \left| \sum_{R^{IJ\eta}} G_+^{R^{IJ\eta}} \right|^2 + \left| \sum_{R^{IJ\eta}} G_-^{R^{IJ\eta}} \right|^2 + 2 \left| \sum_{R^{IJ\eta}} G_0^{R^{IJ\eta}} \right|^2 \right\}, \quad (4b)$$

Подобные выражения также можно построить для поляризованных структурных функций  $g_1$  и  $g_2$  [1]:

$$\left(1 + \frac{Q^2}{\nu^2}\right) g_1^{\text{res}} = M^2 \sum_{IJ\eta} \left\{ \left| \sum_{R^{IJ\eta}} G_+^{R^{IJ\eta}} \right|^2 - \left| \sum_{R^{IJ\eta}} G_-^{R^{IJ\eta}} \right|^2 + \frac{\sqrt{2Q^2}}{\nu} \Re \left[ \left( \sum_{R^{IJ\eta}} G_0^{R^{IJ\eta}} \right) \left( \sum_{R^{IJ\eta}} (-1)^{J_{R^{IJ\eta}} - \frac{1}{2}} \eta_{R^{IJ\eta}} G_+^{R^{IJ\eta}} \right)^* \right] \right\}, \quad (5a)$$

$$\left(1 + \frac{Q^2}{\nu^2}\right) g_2^{\text{res}} = -M^2 \sum_{IJ\eta} \left\{ \left| \sum_{R^{IJ\eta}} G_+^{R^{IJ\eta}} \right|^2 - \left| \sum_{R^{IJ\eta}} G_-^{R^{IJ\eta}} \right|^2 - \frac{\nu\sqrt{2}}{\sqrt{Q^2}} \Re \left[ \left( \sum_{R^{IJ\eta}} G_0^{R^{IJ\eta}} \right) \left( \sum_{R^{IJ\eta}} (-1)^{J_{R^{IJ\eta}} - \frac{1}{2}} \eta_{R^{IJ\eta}} G_+^{R^{IJ\eta}} \right)^* \right] \right\}, \quad (5b)$$

где  $\Re$  — вещественная часть числа.

Структурные функции  $F_1$ ,  $g_1$  и  $g_2$  можно связать с асимметриями виртуального фотона  $A_1$  и  $A_2$ :

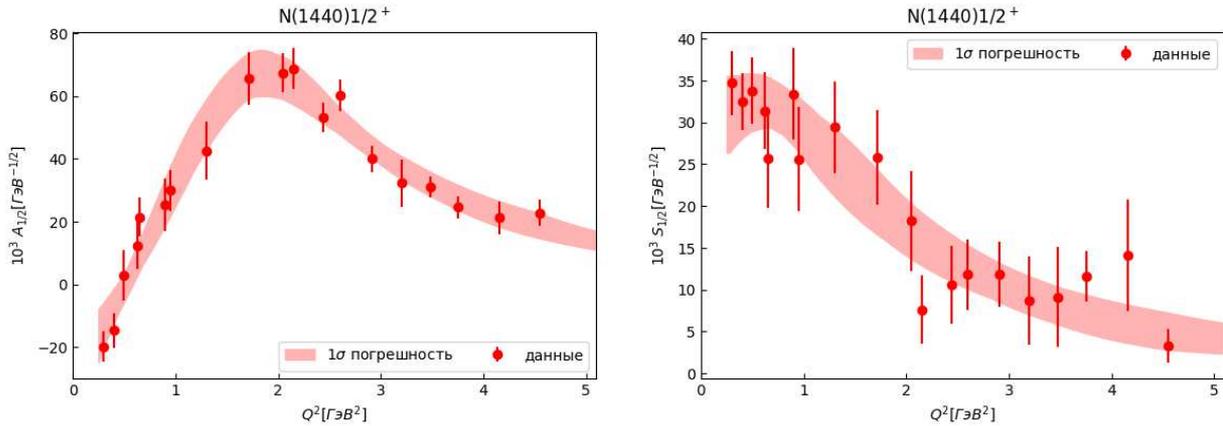


Рис. 1. Амплитуды электровозбуждения  $A_{1/2}$  (слева) и  $S_{1/2}$  (справа) для резонанса  $N(1440)1/2+$  в зависимости от виртуальности фотона  $Q^2$

$$g_1 = \frac{1}{\rho^2} F_1 \left( A_1 + A_2 \sqrt{\rho^2 - 1} \right), \quad (6a)$$

$$g_2 = \frac{1}{\rho^2} F_1 \left( -A_1 + \frac{A_2}{\sqrt{\rho^2 - 1}} \right), \quad (6b)$$

где  $\rho^2 = 1 + \frac{Q^2}{\nu^2}$ . Также интерес представляют спиральные структурные функции  $H_{1/2}$  и  $H_{3/2}$ , которые показывают вклады различных спиральностей:

$$H_{1/2} = F_1 + g_1 - (\rho^2 - 1) g_2, \quad (7a)$$

$$H_{3/2} = F_1 - g_1 + (\rho^2 - 1) g_2. \quad (7b)$$

## 2. МЕТОД АНАЛИЗА

В качестве входных данных используются таблицы [4], содержащие измеренные амплитуды электровозбуждения  $N^*$  для различных резонансов при виртуальности фотона  $Q^2 < 7 \text{ ГэВ}^2$ . Амплитуды, извлеченные на основе экспериментальных данных, полученных коллаборацией CLAS при измерении эксклюзивного электророжения мезонов на протоне. Использовались каналы с рождением одного и двух  $\pi$  мезонов.

Первым шагом вычисления структурных функций является интерполяция и экстраполяция амплитуд электровозбуждения  $N^*$ , а также вычисление погрешности в  $1\sigma$  в области  $Q^2$  от 0.25 до 7.5  $\text{ГэВ}^2$ . Интерполяция центральных значений проводится при помощи аппроксимации данных методом наименьших квадратов, погрешность в области, в которой доступны экспериментальные данные, получена с использованием метода бутстрепа. Метод бутстрепа заключается в генерации большого количества рандомизированных в пределе  $1\sigma$  погрешностей данных и их последующей аппроксимации; эти аппроксимации образуют полосу, которая описывает погрешность, соответствующую  $1\sigma$ .

Для вычисления погрешности вне области, в которой доступны экспериментальные данные, используется отношение погрешности к значению в крайних точках  $R$ , погрешность считается так, чтобы отношение погрешности к аппроксимированной центральной линии равнялось  $R$ .

Структурные функции вычисляются как функции от инвариантной массы системы конечных адронов  $W$  при постоянной виртуальности фотона  $Q^2$ . Для вычисления значения структурных функций при определенных  $Q^2$  и  $W$  также используется метод бутстрепа: генерируется большое количество рандомизированных в пределе вычисленных ранее погрешностей значений амплитуд электровозбуждения  $N^*$ , а именно  $A_{1/2}$ ,  $A_{3/2}$ ,  $S_{1/2}$ , которые потом используются для вычисления структурных функций по формулам (4)–(7). После получения выборки значений структурных функций, по ним высчитывается среднее значение, которое берется как центральная линия структурной функции, а также стандартное отклонение, которое описывает погрешность расчета.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Основываясь на базе данных, описанной выше, были интерполированы и рассчитаны центральные линии и неопределенности амплитуд электровозбуждения  $N^*$  для следующих резонансов:  $\Delta(1232)3/2+$ ,  $N(1440)1/2+$ ,  $N(1520)3/2-$ ,  $N(1535)1/2-$ ,  $\Delta(1620)1/2-$ ,  $N(1650)1/2-$ ,  $N(1675)5/2-$ ,  $N(1680)5/2+$ ,  $\Delta(1700)3/2-$ ,  $N(1710)1/2+$ ,  $N(1720)3/2+$  и  $N'(1720)3/2+$ . На рис. 1 приведены амплитуды электровозбуждения  $N^*$  для резонанса Ропера  $N(1440)1/2+$ .

Стоит отметить, что для резонансов со спином  $1/2$  существуют только те амплитуды электровозбуждения  $N^*$ , которые соответствуют спиральности  $1/2$ , то есть  $A_{1/2}$  и  $S_{1/2}$ .

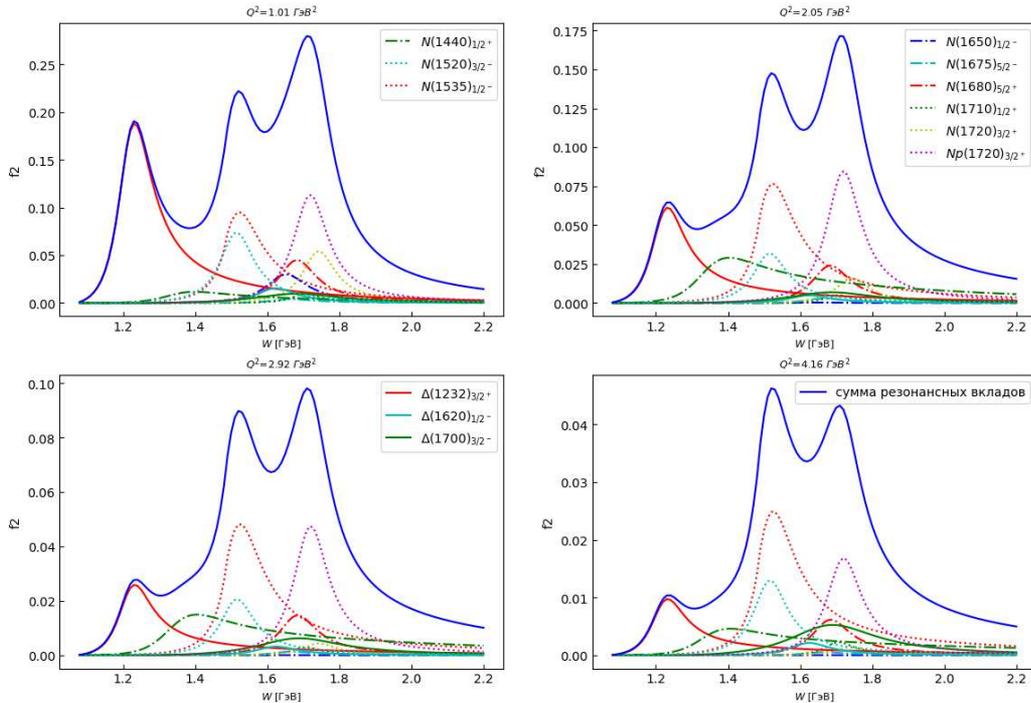


Рис. 2. Резонансные вклады неполяризованной структурной функции  $F_2$  для виртуальности квадрата  $Q^2$  равной 1.01 (верхний левый график), 2.05 (верхний правый), 2.92 (нижний левый) и 4.16 (нижний правый)  $\text{ГэВ}^2$

Результат расчета неполяризованной структурной функции  $F_2$  приведен на рис. 2.

Синей непрерывной линией показана когерентная сумма резонансных вкладов, остальные линии соответствуют индивидуальным вкладам определенных резонансов. При всех виртуальностях фотона  $Q^2$  образуется три максимума, которые определяются вкладами определенных резонансов. Так, первый максимум образован исключительно резонансом  $\Delta(1232)3/2+$ , второй максимум является суммой вкладов  $N(1440)1/2+$ ,  $N(1520)3/2-$  и  $N(1535)1/2-$ , а третий максимум состоит из оставшихся 8 резонансов, перечисленных выше.

Вклад резонанса  $\Delta(1232)3/2+$  можно увидеть на графике зависимости поляризованной структурной функции  $g_1$  от  $W$  на рис. 3.

Синей непрерывной линией показана когерентная сумма резонансных вкладов, остальные линии соответствуют индивидуальным вкладам определенных резонансов. Как видно из (5), поляризованные структурные функции не являются исключительно положительными, так как вклад спиральности  $3/2$  входит с отрицательным знаком, что и подтверждает рис. 3. Первый максимум, который в большей степени определяется только  $\Delta(1232)3/2+$ , является отрицательным, и структурная функция меняет свой знак с уменьшением вклада этого резонанса.

Однако нельзя полностью разделить резонансы на три области. Как видно на рис. 4, второй макси-

мум в графике спиральной структурной функции  $H_{3/2}$  образуется не только резонансом  $N(1520)3/2-$ , но и  $\Delta(1232)3/2+$ , причем их вклады сопоставимы. Синей непрерывной линией показана когерентная сумма резонансных вкладов, красная непрерывная соответствует единичному вкладу  $\Delta(1232)3/2+$ , голубая прерывистая — вкладу  $N(1520)3/2-$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе были рассмотрены резонансные вклады в структурные функции  $F_2$ ,  $g_1$  и  $H_{3/2}$ . Исследованы вклады различных нуклонных резонансов в структурные функции в трех областях. Было показано из анализа на примере поляризованных структурных функций, что именно резонанс  $\Delta(1232)3/2+$  полностью отвечает за поведение структурных функций при малых инвариантных массах  $W$ , включая изменение знака структурной функции  $g_1$ .

Было показано, что структурные функции в определенной резонансной области определяются вкладами нуклонных резонансов не только этой резонансной области, но и соседних, соизмеримых по величине, вследствие чего невозможно независимо исследовать структурные функции в отдельных областях.

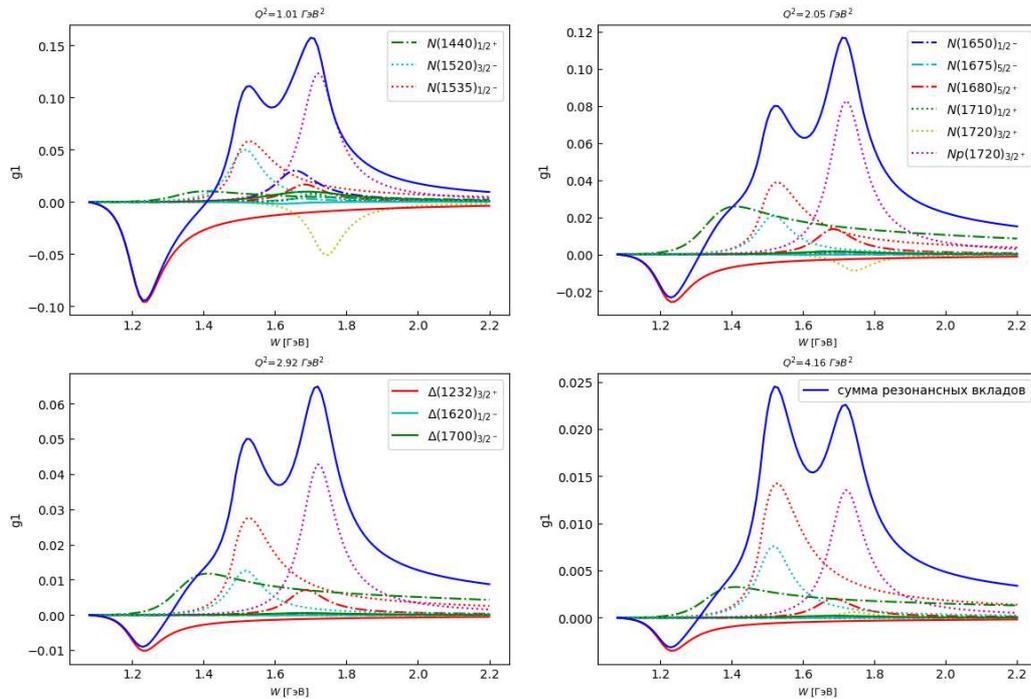


Рис. 3. Резонансные вклады поляризованной структурной функции  $g_1$  для виртуальности квадрата  $Q^2$  равной 1.01 (верхний левый график), 2.05 (верхний правый), 2.92 (нижний левый) и 4.16 (нижний правый)  $\text{ГэВ}^2$

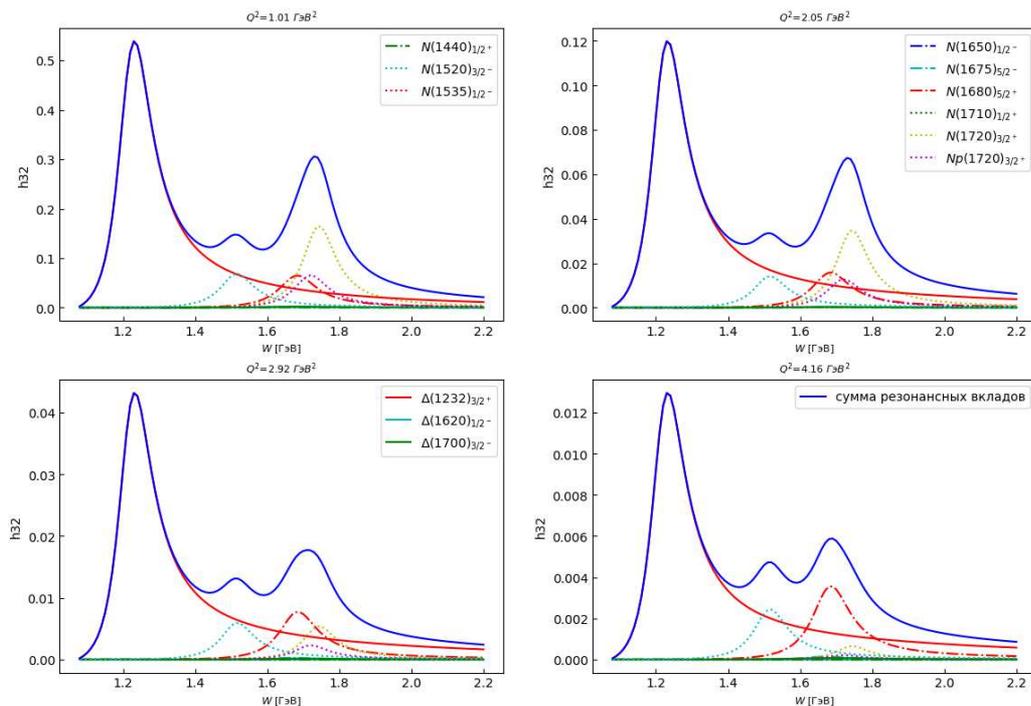


Рис. 4. Резонансные вклады спиральной структурной функции  $H_{3/2}$  для виртуальности фотона  $Q^2$  равной 1.01 (верхний левый график), 2.05 (верхний правый), 2.92 (нижний левый) и 4.16 (нижний правый)  $\text{ГэВ}^2$

[1] A. N. Hiller Blin, V. I. Mokeev, W. Melnitchouk // Phys. Rev. C **107**, 035202 (2023).

[2] A. N. Hiller Blin, V. Mokeev, M. Albaladejo, et al. //

Phys. Rev. C **100**, 035201 (2019).  
[3] *A. N. Hiller Blin, W. Melnitchouk, V. I. Mokeev, et al.* //  
Phys. Rev. C **104**, 025201 (2021).

[4] [https://userweb.jlab.org/~mokeev/  
resonance\\_electrocouplings23/](https://userweb.jlab.org/~mokeev/resonance_electrocouplings23/)

## Nucleon resonance contributions to the structure functions of inclusive electron scattering from CLAS data

**B. A. Fadeenko<sup>1</sup>, E. L. Isupov<sup>2</sup>, A. A. Rusova<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>*Department of General Nuclear Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University  
Moscow 119991, Russia*

<sup>2</sup>*Skobeltsyn Nuclear Physics Institute, Moscow State University, Moscow 119991, Russia  
E-mail: <sup>a</sup>fadeenko.ba19@physics.msu.ru*

In this article, the authors investigate nucleon resonance contributions to the proton structure functions. The presented analysis is based on data from the CLAS collaboration on the electroexcitation amplitudes of resonances extracted in the electroproduction of a single pion and two charged pions.

PACS: 13.40.-f, 13.60.Le, 13.75.-n, 13.85.Fb, 13.85.Hd, 13.87.Ce.

*Keywords:* electroproduction, structure functions, CLAS detector.

*Received 15 April 2025.*

### Сведения об авторах

1. Фадеенко Богдан Александрович — студент; e-mail: fadeenko.ba19@physics.msu.ru.
2. Исупов Евгений Леонидович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-25-58, e-mail: e.l.isupov@gmail.com.
3. Русова Анна Александровна — канд. физ.-мат. наук, ассистент; тел.: (495) 939-16-97, e-mail: anya@jlab.org.