

## Определение центральности столкновений адронным калориметром установки MPD/NICA на основе теоремы Байеса

Н.А. Курепин<sup>1,\*</sup>, Л.А. Якобнюк<sup>2</sup>, А.Б. Курепин<sup>3</sup>, В.С. Попов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В.Скобельцына  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д.1, стр. 2

<sup>2</sup>Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Россия, 115409, Москва, Каширское шоссе, 31

<sup>3</sup>Институт ядерных исследований Российской академии наук  
Россия, 117312, Москва, В-312, проспект 60-летия Октября, 7а  
(Поступила в редакцию 20.08.2024; подписана в печать 28.09.2024)

Определение центральности столкновения тяжелых ядер необходимо для любого из планируемых экспериментов на установке MPD коллайдера NICA в ОИЯИ. В ряде работ при высоких энергиях на коллайдерах RHIC и LHC хорошие результаты получены с использованием регистрации спектров передними адронными калориметрами. Однако при промежуточных энергиях на NICA на уровне 2.5–5.5 ГэВ на нуклон, вследствие недостаточного собственного разрешения по выделенной энергии калориметра, проблема должна быть изучена более подробно. В настоящей работе на основе теоремы Байеса получены оценки разрешения по прицельному параметру (центральности), которые отличаются от результатов прямого моделирования калориметра при фиксированном числе спектрометров.

PACS: 29.30.Kv, 29.40.Wk, 25.40.Fq

УДК: 539.1.074

Ключевые слова: столкновения ядер, коллайдер, адронный калориметр, центральность, спектрометры.

### ВВЕДЕНИЕ

Исследование сжатой барионной материи при столкновении тяжелых ядер при промежуточных энергиях на коллайдере NICA возможно позволит обнаружить фазовый переход первого рода и образование кварк-глюонной материи. Первыми указаниями на такой процесс может быть корреляция двух или нескольких нуклонов, как начальное проявление коллективных эффектов в ядерной материи. Очевидно, что роль коллективных эффектов должна возрастать для более центральных соударений ядер. Поэтому определение центральности является одной из главных задач на установке MPD коллайдера NICA.

### 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРАЛЬНОСТИ ПО ДАННЫМ АДРОННОГО КАЛОРИМЕТРА

Наиболее известный метод определения центральности заключается в измерении множественности рожденных при столкновении частиц [1]. При высоких энергиях коллайдера LHC для определения центральности используют метод измерения полной выделенной энергии при больших псевдобыстроотах передним адронным калориметром [2]. При промежуточных энергиях коллайдера NICA множественность невелика, что уменьшает точность определения центральности по этому методу. Поэтому необходимо использовать также другие методы определения центральности.

сти. В частности было предложено [3] измерять выход спектрометров при их регистрации передним адронным калориметром.

Согласно проекту установки MPD/NICA два адронных калориметра будут расположены с двух сторон от точки взаимодействия пучков на расстоянии около 3 м. Каждый калориметр состоит из 44 модулей размером  $15 \times 15 \text{ см}^2$ , состоящих из сборки слоев свинца и сцинтиллятора в продольном направлении в соотношении 4:1. Длина модулей составляет около одного метра, что достаточно для полного поглощения энергии адронов. Модули расположены симметрично относительно пучка. Один модуль в центре отсутствует для прохождения пучка в вакуумной трубке. Таким образом, азимутальный угол полностью перекрыт, а диапазон псевдобыстрот составляет от 2.5 до 4.5 в направлении вперед и назад.

При каждом столкновении тяжелых ядер из большого числа рожденных адронов в направлении вперед испускается некоторое число не взаимодействующих частиц  $N$ -спектрометров, каждый из которых имеет энергию, близкую к энергии пучка  $E_b$  и испускается вперед в конусе, определяемым вкладом импульса Ферми в ядре, что обеспечивает попадание в центральные модули калориметра. Величина сигнала от группы спектрометров пропорциональна их числу и достаточно надежно отделяется от размытого спектра пионов, расположенного в основном при малых быстроотах.

Это случайное число при некотором среднем  $N_{\text{средн}}$  определяется распределением Пуассона при малых значениях  $N$  или Гаусса при больших. При этом величина выделенной энергии, как показано при моделировании по фрагментационной модели DCM-QGSM,

\* kurepin@theory.sinp.msu.ru

пропорциональна величине прицельного параметра до средних значений центральности [4]. Однако из-за наличия отверстия для прохождения пучка, образование фрагментов среди спектров нарушает это простое линейное и монотонное соотношение, поскольку некоторые спектры связываются в легкие ядерные фрагменты, имеющие отношение заряда к массе, подобное частицам пучка. Поэтому они остаются внутри вакуумной трубки и не регистрируются калориметром. Этот эффект становится количественно важным для периферических событий и приводит к неоднозначности в зависимости центральности от величины выделенной энергии в калориметре. Эту неоднозначность удается учесть при измерении пространственного распределения спектров [5].

По данным калибровки на пучках протонов и мюонов, вследствие наличия флуктуаций в потерях энергии спектров в калориметре, разрешение калориметра по выделенной энергии  $E_c$  оказывается невысоким, особенно при низких энергиях. Оно может быть достаточно точно аппроксимировано распределением Гаусса [4] с параметром:

$$\sigma = 0.56\sqrt{E_b} \text{ ГэВ}, \quad (1)$$

где  $E_b$  ГэВ — энергия пучка на один нуклон.

Пропорциональность среднеквадратического отклонения  $\sqrt{E_b}$  следует из эквивалентности увеличения энергии спектров их числу и применения теоремы о дисперсии суммы.

Распределение суммарной выделенной энергии  $E_c$  в калориметре определяется суммой случайных независимых вкладов в энергию каждым из  $N$  спектров. Это распределение согласно правилу суммирования дисперсий отдельных вкладов спектров приводит к зависимости относительной ошибки в определении  $E_c$  как  $1/\sqrt{N}$ . Расчет по различным моделям ядер, которые определяют величины прицельного параметра, приводит к значениям разрешения на уровне нескольких процентов [4]. Однако для применимости такого подхода к анализу экспериментальных данных необходимо знать среднее фиксированное число спектров  $N_{\text{средн}}$ , соответствующего некоторому измеренному значению  $E_c$  калориметра. Для этого необходимо, чтобы спектр энергий  $E_c$  состоял из отдельных разрешенных максимумов, соответствующих различным значениям  $N_{\text{средн}}$ . Практически, как видно из экспериментальных результатов [4] спектр  $E_c$  представляет собой гладкую кривую, из-за недостаточного разрешения по энергии, особенно при промежуточных энергиях коллайдера NICA.

Измеренному значению  $E_c$  в этом случае могут соответствовать различные наборы по  $N$  спектров. Для определения точности среднего значения  $N_{\text{средн}}$  спектров, т.е. разрешения калориметра по прицельному параметру, необходимо решить обратную задачу: найти распределение спектров при фиксированном значении выделенной энергии в калориметре. Такое решение возможно с использованием теоремы Байеса.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗРЕШЕНИЯ АДРОННОГО КАЛОРИМЕТРА ПО ТЕОРЕМЕ БАЙЕСА

Применение теоремы Байеса для определения разрешения по центральности столкновений основано на определении плотности распределения суммы вкладов отдельных спектров в известное из эксперимента значение выделенной энергии в адронном калориметре  $P_E(N)$ . Поскольку плотность распределения энергии, выделенной каждым спектром, известна из калибровки (1) это распределение, в приближении отсутствия ковариантности отдельных вкладов, в зависимости от числа спектров определяется распределением Гаусса [6]:

$$P_E(N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N} \sigma^2} \exp\left(-\frac{(E - N E_b)^2}{2N\sigma^2}\right). \quad (2)$$

В дальнейших оценках пренебрегается отличием величины выделенной энергии от суммарной энергии  $N$  спектров. Вероятность выхода числа  $N$  спектров  $P(N)$  при небольших значениях  $N$  можно определить по распределению Пуассона. При реальных измерениях с калориметром значения  $N$  составляют несколько десятков. В этом случае возможен предельный переход к распределению Гаусса с величиной дисперсии равной математическому ожиданию  $N$  [7].

Полная вероятность регистрации энергии  $E_c$  в калориметре  $P(E)$  равна:

$$P(E) = \sum_{N_{\min}}^{N_{\max}} P_E(N) \cdot P(N). \quad (3)$$

В результате по теореме Байеса получаем  $P_N(E_c)$  вероятность регистрации  $N$  спектров при условии, что калориметр зарегистрировал фиксированную величину энергии  $E_c$ :

$$P_N(E_c) = \frac{P_E(N) \cdot P(E)}{P(E)}. \quad (4)$$

Для столкновений ядер висмута с  $\sqrt{s} = 8$  ГэВ распределение приведено на рис. 1 для фиксированной энергии  $E_c = 400$  ГэВ.

Проведенные расчеты при нескольких энергиях от 50 до 600 ГэВ показывают, что дисперсия плотности распределения спектров в обратной задаче мало отличается от решения прямой задачи. Однако, как упоминалось ранее, вследствие недостаточного собственного разрешения калориметра (1), максимумы, соответствующие отдельным значениям чисел спектров на спектре энергий калориметра не разрешаются. Поэтому отдельным значениям энергии калориметра  $E_c$  могут соответствовать значения чисел спектров  $N$  в пределах точности, определенной по теореме Байеса. Величина дисперсии распределения энергии калориметра  $D_E$  определяется величиной дисперсии  $D_N(E)$  распределения  $P_N(E_c)$ , формула (4):

$$D_E = E_b^2 \cdot D_N(E). \quad (5)$$

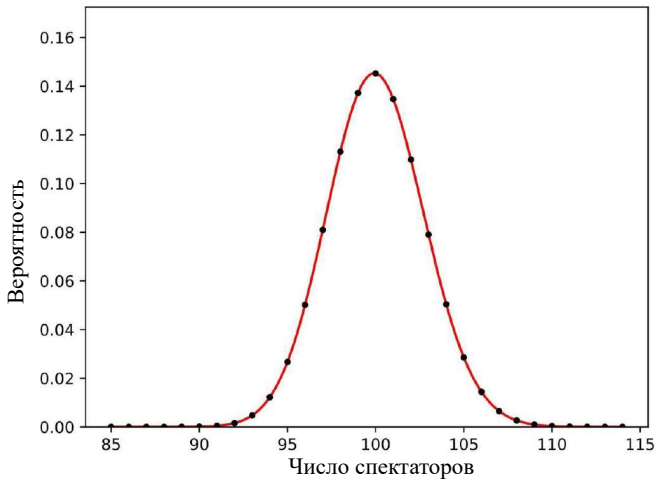


Рис. 1. Вероятность выхода  $N$  спектаторов при столкновении ядер висмута с  $\sqrt{s_{NN}} = 8$  ГэВ при регистрации энергии 400 ГэВ адронным калориметром при среднем значении центральности. Среднеквадратичная ошибка этого распределения равна  $2.69 \pm 0.01$

Отношение среднеквадратичной ошибки  $\sigma$  этого распределения к величине энергии  $E_c$  дает относительную ошибку определения величины центральности:

$$\delta = \frac{\sigma}{E_c}. \quad (6)$$

Величина этой ошибки, рассчитанная для разных значений центральности, определяет на какие интервалы можно разделять данные калориметра для определения интервалов центральности (рис. 2).

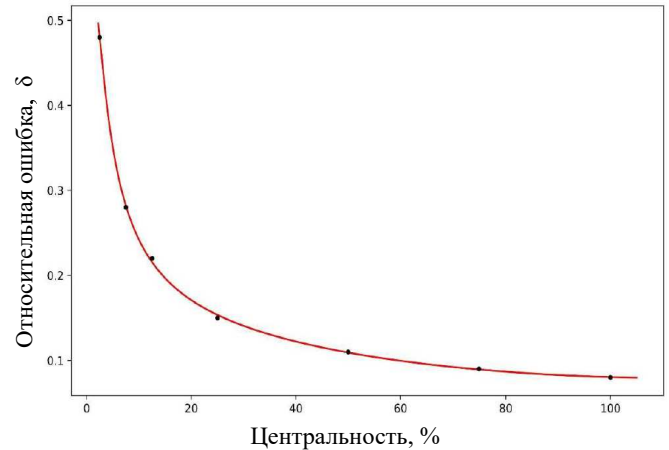


Рис. 2. Относительная ошибка при определении центральности столкновения ядер висмута при  $\sqrt{s_{NN}} = 8$  ГэВ адронным калориметром установки MPD коллайдера NICA

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе теоремы Байеса рассчитана точность определения центральности столкновения тяжелых ядер с использованием адронного калориметра установки MPD коллайдера NICA. Показано, что ошибка в определении центральности превышает более чем в два раза результаты оценок по различным моделям.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-22-00077, <https://rscf.ru/project/23-22-00077/>

- [1] ALICE Collaboration. Abelev B. et al. // Phys. Rev. **88**, N 4. 044909 (2013).  
 [2] CMS Collaboration. Chatrchyan S. et al // JHEP **08**. 141 (2011).  
 [3] Golubeva M.B., Ivashkin A.P., Kurepin A.B. et al. // Physics of Atomic Nuclei. **75**, N 6. 673 (2012).  
 [4] MPD Collaboration. Abgaryan V. et al. // Eur. Phys. J.A.

**58**, N 7. 140. (2022).

- [5] Volkov V., Golubeva M. et al. // Journal of Physics: Conference Series. **1690**. 012103 (2020).  
 [6] Гнеденко Б.В. // Курс теории вероятностей. Издание второе. М., 1954  
 [7] Чичигина О.А., Петникова В.М. // Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. № 6. 1961001 (2019).

## Determination of collision centrality using the MPD/NICA hadron calorimeter based on Bayes' theorem

N.A. Kurepin<sup>1,a</sup>, L.A. Jakobnuk<sup>2,b</sup>, A.B. Kurepin<sup>3,c</sup>, V.S. Popov<sup>2,d</sup>

<sup>1</sup>Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia

<sup>2</sup>National Research Nuclear University MEPHI. Moscow 115409, Russia

<sup>3</sup>The Institute for Nuclear Research of the Russian Academy of Science

Moscow 117312, Russia E-mail: <sup>a</sup>kurepin@theory.sinp.msu.ru, <sup>b</sup>lenya20010711@gmail.com, <sup>c</sup>kurepin@inr.ru, <sup>d</sup>mr.vovapopov@yandex.ru

Determination of collision centrality for heavy nuclei is necessary for any of the planned experiments at the MPD installation of the NICA collider at JINR. In a number of studies at high energies at the RHIC and LHC colliders, good results were obtained using the registration of spectators by forward hadron calorimeters. However, at intermediate

energies at NICA of 2.5–5.5 GeV per nucleon, due to the insufficient intrinsic resolution for the released energy of the calorimeter, the problem should be studied in more details. In this work, based on Bayes' theorem, resolution estimates are obtained for the impact parameter (centrality), which differ from the results of direct modeling of the calorimeter with a fixed number of spectators.

PACS: 29.30.Kv, 29.40.Wk, 25.40.Fq.

*Keywords:* nuclear collisions, collider, hadron calorimeter, centrality, spectator.

*Received 20 August 2024.*

#### **Сведения об авторах**

1. Курепин Николай Алексеевич — вед. конструктор; тел.: (495) 939-31-73, e-mail: kurepin@theory.sinp.msu.ru
2. Якобнюк Леонид Алексеевич — студент; тел.: (499) 324-71-05, e-mail: lenya20010711@gmail.com
3. Попов Владимир Сергеевич — студент; тел.: (499) 324-71-05, e-mail: mr.vovapopov@yandex.ru
4. Курепин Алексей Борисович — гл. науч. сотрудник; тел.: (495) 850-42-56,