

Эффекты волнового смещения в каскадных системах сверхпроводниковых кубитовТ.Р. Сабилов^{1,*}, А.Ю. Дмитриев^{1,3}, С.А. Гунин¹, А.В. Васенин^{1,2}, О.В. Астафьев^{1,2,3}¹Московский физико-технический институт. Россия, Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9²Сколковский институт науки и технологий

Россия, 121205, Москва,

территория инновационного центра «Сколково»,

Большой бульвар, д. 30, стр. 1

³Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

Россия, 125009, г. Москва, ул. Моховая, 11, корп. 7

(Поступила в редакцию 10.06.2024; подписана в печать 28.09.2024)

В настоящей работе численно исследован нелинейный квантово-оптический эффект — волновое смещение распространяющихся волновых пакетов: когерентного и антигруппированного света на отдельной двухуровневой системе. В качестве платформы для экспериментальной реализации предлагается каскадная система сверхпроводниковых атомов, взаимодействующих с волноводами в режиме сильной связи, где один атом — источник — используется для генерации однофотонных импульсов, а второй атом — зонд — является одиночным рассеивающим центром. При рассмотрении данного эффекта методами теории открытых квантовых систем показано, что спектральный состав излучения при рассеянии на двухуровневой системе-зонде отражает чувствительность данного эффекта к фотонной статистике в волноводе, расстройка спектральной компоненты излучения от несущей частоты возбуждающих фотонов находится в соответствии с числом квантов электромагнитного поля, вовлеченных в процесс. В частности, исследовано влияние двух- и трехфотонных процессов на модификацию спектра излучения, чему ранее в литературе не было уделено должного внимания.

PACS: 42.50.-p, 85.25.-j, 03.67.Lx, 03.67.Lx

УДК: 530.135, 535.1

Ключевые слова: Фотонная статистика, квантовая оптика, искусственный атом, волновое смещение.

ВВЕДЕНИЕ

За последние 30 лет платформа искусственных сверхпроводниковых атомов получила большое развитие, следуя не только по пути повышения степени интеграции в многокубитных процессорах и симуляторах [1–3], но и в направлении развития квантовой оптики на чипе, что существенно базируется на достижениях в области квантовой радиофизики и микрофабрикации, с использованием архитектуры волноводной КЭД [4, 5] и полостной КЭД [6]. Среди достижений данной платформы можно выделить: реализацию режима сильной связи [7, 8], наблюдение резонансной флуоресценции отдельных атомов [9], маршрутизацию одиночного фотона [10], генерацию запутанных состояний в волноводе [11], создание эффективного источника одиночных фотонов [12]. Стоит отдельно отметить, что возможность организации сильной связи с волноводом является ключевой особенностью платформы, что позволяет исследовать рассеиваемый сигнал на уровне одиночных квантов электромагнитного поля в виду подавления нерадикационных каналов. Благодаря этому было продемонстрировано волновое смещение на отдельном рассеивающем центре — искусственном атоме [13, 14].

Волновое смещение — эффект нелинейной оптики — основной объект изучения в данной работе, заключающийся в приобретении сигналами, рассеянными на

среде с нелинейным оптическим откликом, дополнительных спектральных компонент по сравнению со спектром возбуждающих сигналов [15]. В частности, хорошо изученным эффектом является четырехволновое смещение в схеме бихроматического возбуждения нелинейной среды. Одними из первых экспериментальных работ, демонстрирующих эффекты волнового смещения, были эксперименты в оптическом диапазоне частот [16]. Эксперименты по волновому смещению бихроматических сигналов на сверхпроводниковых атомах в микроволновом диапазоне [17] показывают, что спектр упруго-рассеянного излучения содержит в себе информацию о фотонных состояниях рассеянного излучения, что является свидетельством того, что искусственный атом позволяет визуализировать статистику входного излучения, различая состояние на уровне одиночных Фоковских состояний. Чувствительность спектра волнового смещения к фотонной статистике падающего сигнала была также продемонстрирована в теоретической работе [18]. Данная особенность представляет большой интерес для областей квантовой оптики и квантовых коммуникаций, поскольку на настоящий момент в микроволновом диапазоне частот не существует эффективных детекторов одиночных фотонов.

Целью настоящей работы является проверка гипотезы о чувствительности спектра волнового смещения к фотонной статистике при рассеянии двух сигналов: суперпозиции вакуума и одиночного фотона, а также когерентного сигнала на одиночном искусственном атоме в двухуровневом приближении путем проведе-

* sabirov.tr@phystech.edu

ния численной симуляции динамики каскадной системы на платформе сверхпроводниковых двухуровневых систем (ДУС), где атом–источник излучает однофотонные импульсы в общую с атомом–рассеивателем линию, а когерентный непрерывный сигнал подводится к рассеивающему атому через независимый канал. В частности, исследуется вопрос о влиянии высших Фоковских состояний на спектральный состав излучения в волновом смещении, возникающих, как паразитный процесс, ассоциированный с излучением от атома — источника одиночных фотонов.

1. ОПИСАНИЕ МЕТОДОВ И ПЛАТФОРМЫ

1.1. Платформа двухуровневых систем на сверхпроводниках

Для исследования процессов волнового смещения предлагается использовать архитектуру волноводной КЭД в режиме сильной связи волновода и ДУС. Наиболее устойчивая к шумам сверхпроводниковая ДУС может быть реализована в виде кубита — трансмона [19]. Принципиальная схема трансмона представлена на рис. 1. Кубит в данной реализации представляет собой параллельное соединение туннельного Джозефсоновского контакта [20] с высотой потенциала E_J и параллельно подключенной шунтирующей емкостью C_{sh} . Связь со внешним окружением обеспечивается емкостью связи C_c , через которую ДУС обменивается фотонами с окружением, например, волноводом.

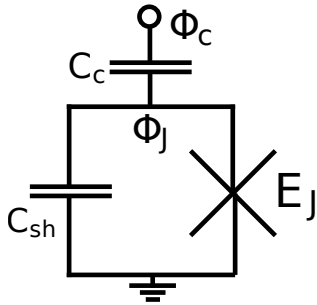


Рис. 1. Принципиальная схема реализации волноводной КЭД в архитектуре с зарядовым кубитом типа трансмон

В формализме первичного квантования, вводя узловой поток как каноническую переменную [21]

$$\Phi(x, t) \equiv \int_{-\infty}^t dt' V(x, t'), \quad (1)$$

а заряд как канонический импульс $q \equiv P_J$, можно записать гамильтониан полной системы, как:

$$\hat{H} = \frac{P_J^2}{2C_\Sigma} - E_J \cos\left(\frac{\Phi_J}{\Phi_0 2\pi}\right) + \frac{C_c}{C_\Sigma} P_J \frac{\partial \Phi_c}{\partial t} \quad (2)$$

с коммутационными соотношениями $[\Phi, P_J] = i$. Дипольное взаимодействие ДУС с волноводом при помощи организованной емкостной связи C_c в формализме вторичного квантования представляется моделью Джейнса–Каммингса. [22]. Обычно геометрия подводящего и считывающего сигнал каналов представлена в виде копланарного волновода, что позволяет записывать равенство волновых 4-векторов падающего и рассеянного сигнала $\sum_i k_i^{in} = \sum_i k_i^{out}$ в виде равенства частот $\sum_i \omega_i^{in} = \sum_i \omega_i^{out}$. Для связи ДУС с волноводом гамильтониан взаимодействия представляется как:

$$\hat{H}_{sys} = \hbar \frac{\omega}{2} \hat{\sigma}_z + \hbar \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \omega \hat{a}^+(\omega) \hat{a}(\omega) + \hbar \int_{-\infty}^{\infty} d\omega k(\omega) [\hat{a}^+(\omega) \hat{\sigma}_- + \hat{\sigma}_+ \hat{a}(\omega)], \quad (3)$$

где \hat{a} — осцилляторный понижающий оператор, а $\hat{\sigma}_-$ — понижающий оператор ДУС.

Отдельно стоит отметить, что при помощи теории вводы-вывода («input-output» theory) [23, 24] моды электромагнитного поля из полной модели (3) можно эффективно факторизовать и оставить для рассмотрения только динамику ДУС. При этом излучаемое среднее поле пропорционально математическому ожиданию от понижающего оператора ДУС:

$$\hat{a}_{out} = \hat{a}_{in} + \sqrt{\gamma} \hat{\sigma}_-, \quad (4)$$

где γ — радиационное уширение уровня ДУС за счет взаимодействия с фотонной ванной. При этом эволюция $\langle \sigma_- \rangle(t)$ (среднего поля в волноводе) является наиболее интересной величиной, поскольку эффекты волнового смещения наблюдаются в первом порядке по полю, хотя и позволяют различать статистику отдельных фотонов, что могло бы ошибочно наводить на мысль о квадратичной чувствительности эффекта.

1.2. Чувствительность спектра смещения к фотонной статистике

Как уже было отмечено во введении, чувствительность волнового смещения к фотонной статистике падающего сигнала теоретически продемонстрирована для смещения сигналов разной статистики [25]. Выделяются два принципиально различных режима волнового смещения: смещение двух когерентных сигналов и смещение когерентного сигнала с суперпозицией вакуумного состояния и одиночного фотона.

Режим смещения двух когерентных накачек устроен следующим образом. Частота перехода ДУС из основного в возбужденное состояние принимается за центральную $\omega_{eg} = \omega_0$. Два когерентных сигнала на частотах $\omega_{\pm} = \omega_0 \pm \delta\omega$, отстроенных симметрично от центральной частоты на величину $\delta\omega$, подаются на

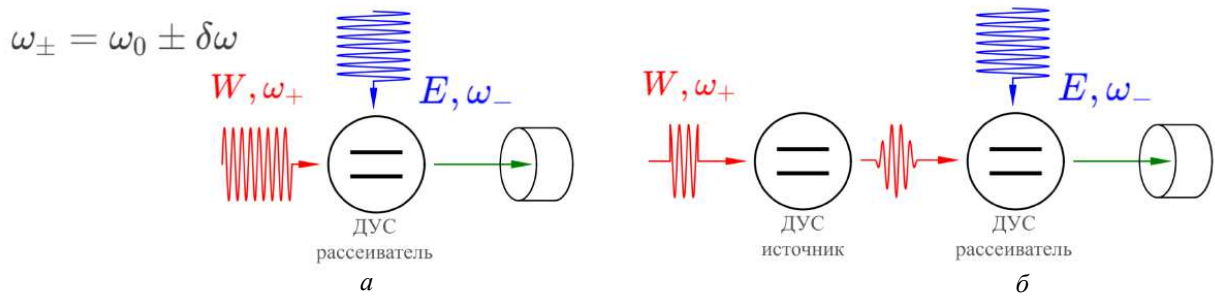


Рис. 2. Чувствительность спектра смещения к фотонной статистике: *a* — смещение двух когерентных сигналов, *б* — Смещение когерентного сигнала и суперпозиции фотон-вакуум

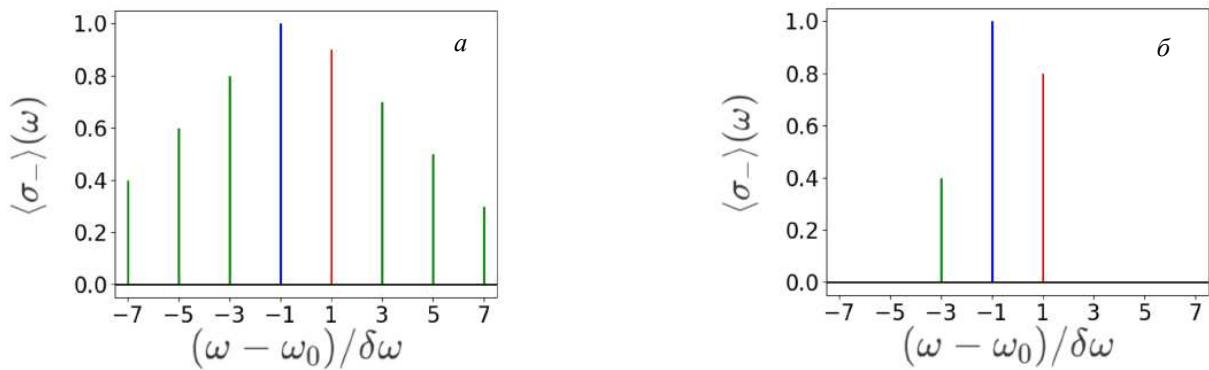


Рис. 3. Схематичные виды спектров предсказанные теорией: *a* — смещение двух когерентных сигналов *б* — смещение когерентного сигнала и суперпозиции фотон-вакуум

ДУС, выступающий в качестве уединенного рассеивателя (рис. 2, *a*). В результате смещения детектируемый сигнал приобретает дополнительные спектральные компоненты по отношению к падающему сигналу на частотах $\omega_0 \pm m \cdot \delta\omega$, где $m = 2n + 1$ целая и нечетная (рис. 3, *a*). Величина отстройки дополнительных спектральных компонент находится в соответствии с числом фотонов вовлеченных в процесс следующим образом: $\omega_{\pm n} = (n + 1)\omega_{\pm} - n\omega_{\mp} = \omega_0 \pm (2n + 1)\delta\omega$. Амплитуды спектральных компонент связаны с вероятностями соответствующих процессов.

Режим смещения когерентной накачки и суперпозиции вакуумного состояния и одиночного фотона имеет следующую реализацию. Обе ДУС приводятся к общей частоте ω_0 (например при помощи внешнего магнитного поля), которая принимается за центральную. На ДУС-рассеиватель подается непрерывный когерентный сигнал на частоте $\omega_- = \omega_0 - \delta\omega$. На ДУС-источник подается импульсный сигнал фиксированной малой длительности (длительность много меньше времени жизни состояния ДУС) на частоте $\omega_+ = \omega_0 + \delta\omega$, который переводит источник в соответствующую суперпозицию. Полученная суперпозиция распадается дальше в волновод, что приводит к ситуации, в которой на ДУС-рассеиватель поступают два сигнала: когерентный и суперпозиция вакуумного со-

стояния и одиночного фотона (рис. 2, *б*). В результате смещения детектируемый сигнал приобретает ровно одну дополнительную спектральную компоненту на частоте $\omega_{-3} = \omega_- - \omega_+ = \omega_0 - 3\delta\omega$, что соответствует смещению одного фотона с частотой ω_+ полученной суперпозиции и двух фотонов с частотой ω_- когерентной накачки (рис. 3, *б*). Спектральных компонент с другими отстройками не возникает, так как в данной постановке количество вовлеченных фотонов с частотой ω_+ не может быть больше одного.

В обоих режимах величина отстройки мала (значительно меньше обратного времени жизни состояния ДУС).

1.3. Схема подведения сигналов

ДУС-источник и ДУС-рассеиватель (нумеруются 1 и 2 соответственно) соединяются последовательно в каскад (рис. 4). Свободный вывод источника используется для ввода сигнала (канал 1), свободный канал пробного — для считывания рассеянного сигнала (канал 4). Процессы переотражения внутри каскада должны быть исключены, на практике это возможно реализовать включением в цепь между ДУС криогенного циркулятора. Также организуется дополнитель-

ный канал подведения сигнала к ДУС-рассеивателю (канал 3), что находит отражение во включении направленного ответвителя в эксперименте. Дальнейшее уточнение производится для реализации каждого режима смещения по-отдельности.

Предлагается следующая возможность реализации смещения двух когерентных сигналов в рамках каскадной системы (рис. 4, а). ДУС-источник отстраивается на большую частоту (величина отстройки значительно превышает обратное время жизни) от частоты перехода ДУС-рассеивателя ω_0 . Прохождение сигнала осуществляется за счет паразитной емкости, которая всегда присутствует на практике. Это позволяет считать, что когерентный сигнал, подаваемый на канал 1 с частотой и амплитудой ω_+ и W соответственно, подается на ДУС-рассеиватель напрямую. Через вход 3 подается когерентный сигнал с частотой и амплитудой ω_- и E . Данный факт позволяет записать гамильтониан только для рассеивателя в виде гамильтониана бихроматической накачки:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_2 = \frac{\omega_0}{2} \hat{\sigma}_2^z + W \hat{\sigma}_2^x \cos((\omega_0 + \delta\omega)t) + E \hat{\sigma}_2^x \cos((\omega_0 - \delta\omega)t).$$

После применения приближения вращающейся волны гамильтониан принимает следующий вид:

$$\hat{H} = \left(\frac{W}{2} \hat{\sigma}_2^+ e^{+i\delta\omega t} + h.c.\right) + \left(\frac{E}{2} \hat{\sigma}_2^+ e^{-i\delta\omega t} + h.c.\right).$$

Диссипатор имеет следующий вид:

$$\hat{L} \hat{\rho} = \hat{L}_2 \hat{\rho} = \hat{L}_2 \hat{\rho} \hat{L}_2^\dagger - \frac{1}{2} \left\{ \hat{L}_2^\dagger \hat{L}_2, \hat{\rho} \right\},$$

где $\hat{L}_2 = \sqrt{\gamma_2} \hat{\sigma}_2^-$.

Режим смещения когерентного сигнала с суперпозицией вакуумного состояния и одиночного фотона реализуется на каскадной системе следующим образом (рис. 4, б)). На рассеиватель напрямую подается когерентный сигнал с частотой и амплитудой ω_- и E . Импульс фиксированной длительности τ с частотой и амплитудой ω_+ и W подается на источник и переводит его в соответствующее состояние, которое затем распадается дальше в волновод. Таким образом, реализуется ситуация, в которой на рассеиватель поступает когерентный сигнал и суперпозиция фотон-вакуум. Гамильтониан такой системы из двух кубитов устроен следующим образом:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1 + \hat{H}_2,$$

$$\hat{H}_0 = \frac{\omega_0}{2} (\hat{\sigma}_1^z + \hat{\sigma}_2^z),$$

$$\hat{H}_1 = W \hat{\sigma}_1^x \cos((\omega_0 + \delta\omega)t),$$

$$\hat{H}_2 = E \hat{\sigma}_2^x \cos((\omega_0 - \delta\omega)t),$$

После применения приближения вращающейся волны гамильтониан принимает вид:

$$\hat{H} = \left(\frac{W}{2} \hat{\sigma}_1^+ e^{+i\delta\omega t} + h.c.\right) + \left(\frac{E}{2} \hat{\sigma}_2^+ e^{-i\delta\omega t} + h.c.\right).$$

Неэрмитова динамика описывается следующим оператором:

$$\hat{L} \hat{\rho} = \hat{L}_1 \hat{\rho} + \hat{L}_2 \hat{\rho} + \hat{L}_{12} \hat{\rho},$$

$$\hat{L}_{1,2} \hat{\rho} = \hat{L}_{1,2} \hat{\rho} \hat{L}_{1,2}^\dagger - \frac{1}{2} \left\{ \hat{L}_{1,2}^\dagger \hat{L}_{1,2}, \hat{\rho} \right\},$$

$$\hat{L}_{12} \hat{\rho} = \alpha \sqrt{\gamma_1 \gamma_2} \left([\hat{\sigma}_1^-, \hat{\rho}, \hat{\sigma}_2^+] + [\hat{\sigma}_2^-, \hat{\rho}, \hat{\sigma}_1^+] \right),$$

где $\hat{L}_1 = \sqrt{\gamma_1 + \eta_1} \hat{\sigma}_1^-$, $\hat{L}_2 = \sqrt{\gamma_2} \hat{\sigma}_2^-$, α — доля фотонов, долетающих до рассеивающего центра. Последний оператор \hat{L}_{12} задает эффективное взаимодействия между ДУС-источником и ДУС-рассеивателем и не является эрмитовым в силу исключения воздействия второй системы на первую, однако сохраняет эрмитовость матрицы плотности.

1.4. Численное моделирование

Для численной симуляции системы использовался пакет `scipy.integrate`. В отличие от библиотеки `QuTip` [?] описывается не динамика комплекснозначных компонент матрицы плотности, а средних от наблюдаемых, что дает выигрыш в вычислительной мощности в 2 раза, в силу действительности коэффициентов разложения.

Блок-схема алгоритма приведена на рис. 5. В начале работы алгоритма в память записываются начальные условия, временной отрезок и вид гамильтониана и диссипатора. Каждый цикл работы программы гамильтониан и диссипатор пересчитываются в вектор производных средних от наблюдаемых — вектор-функцию, зависящую от момента времени и от вектора средних от наблюдаемых. После вычисления значения средних от наблюдаемых в следующий момент времени полученный вектор пересчитывается в матрицу плотности для дальнейшей удобной записи гамильтониана и диссипатора в следующий момент времени.

Разложение матрицы плотности по средним от наблюдаемых в общем случае производится следующим образом:

$$\langle \sigma_\alpha \rangle = Tr(\rho \sigma_\alpha) = \rho_{ij} T_{ij\alpha},$$

где $T_{ij\alpha}$ — тензор составленный из эрмитовых базисных матриц. Например, для одиночной ДУС:

$$T_{ij\alpha} = \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right]$$

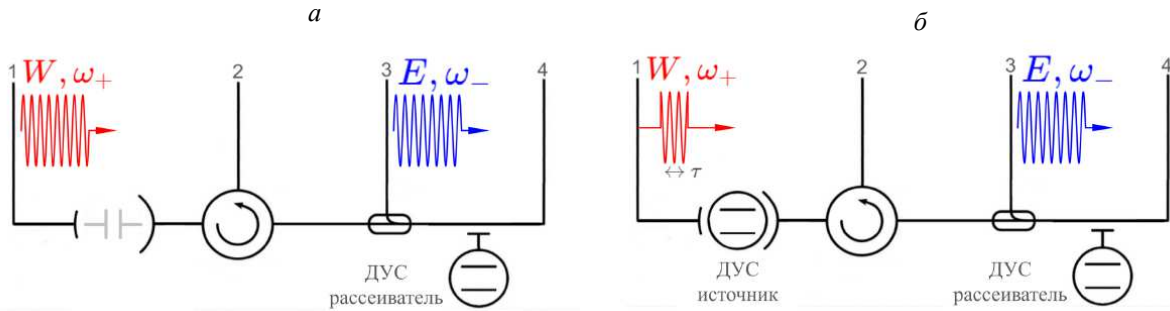


Рис. 4. Схемы подведения сигналов: а — смешение двух когерентных сигналов, б — смешение когерентного сигнала и суперпозиции фотон-вакуум

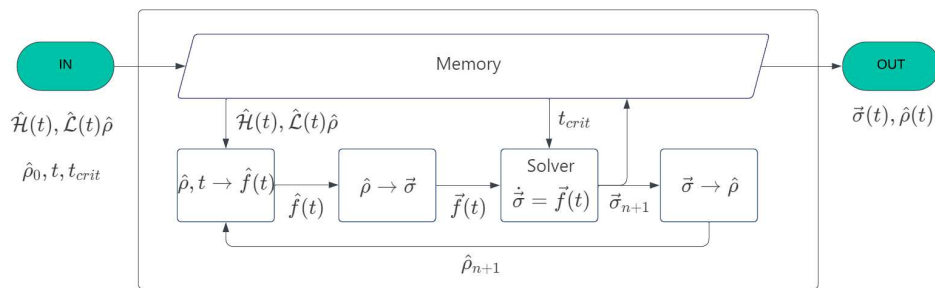


Рис. 5. Блок-схема работы алгоритма численной симуляции динамики системы

Полученные уравнения обсуждаемой системы для режима непрерывной накачки относятся к классу жестких задач, для режима импульсной накачки в моменты подачи импульса так же принадлежит классу жестких задач, но в моменты включения и выключения сигнала происходит резкое изменение параметров, что может приводить к ошибкам при использовании методов с адаптивным шагом. Для корректного численного решения системы дифференциальных уравнений используется метод lsoda, который автоматически переключается между методами adams и bdf для жестких и нежестких задач соответственно, моменты включения и выключения сигнала указываются как критические точки метода.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

2.1. Динамика системы

Чтобы исключить влияние начальной эволюции на форму спектра и рассматривать только установившуюся динамику данные обрезаются по следующему правилу $\delta\omega \cdot T = 2\pi \cdot n$, где T — длительность временного промежутка данных после обрезки, n — натуральное число.

Динамика ДУС-рассеивателя в различных режимах

представлена на рис. 6. На графиках отображены переходы между режимами: эволюция средних ДУС-рассеивателя после выключения импульса сходится к динамике под действием монохроматической накачки; режим непрерывной накачки соответствует динамике ДУС-рассеивателя под действием бихроматического сигнала, вокруг которого осциллирует траектория эволюции режима импульсной накачки.

2.2. Спектр сигнала

Виды спектра рассеиваемого сигнала приведены на графиках (рис. 7). Реализация всех приближений теоретической модели возможна в рамках разработанной программы для симуляции динамики средних: условие отсутствия влияния ДУС-источника на ДУС-рассеиватель во время подготовки состояния на первом реализовано в виде модуляции константы связи, которая зануляется на время подачи импульса. Стоит отметить, что учет всех приближений позволяет с машинной точностью получить для режима импульсной накачки ровно три спектральных компонента, как предсказано в теоретической модели, без модулирования константы связи возникают следующие спектральные компоненты, что говорит о возникновении двухфотонных процессов.

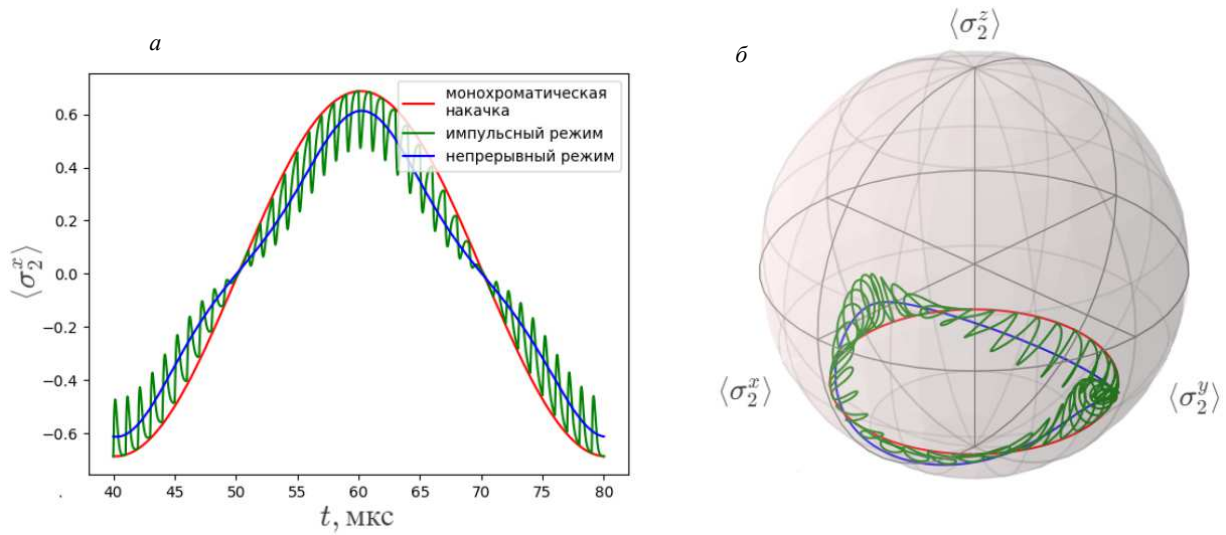


Рис. 6. Динамика ДУС-рассеивателя: *a* — зависимость от времени, *б* — динамика на сфере Блоха. Красным цветом отмечен случай монохроматической накачки на частоте ω_- , синим — случай бихроматической накачки на частотах ω_-, ω_+ , зеленым — подача монохроматической накачки на частоте ω_- и суперпозиции фотон-вакуум, возникшее в результате распада состояния ДУС-источника.

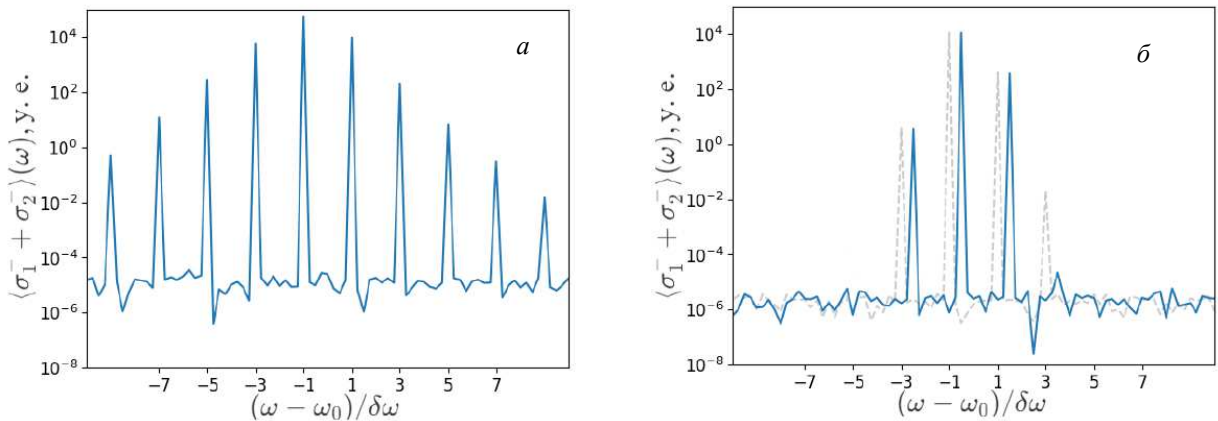


Рис. 7. Спектры рассеянного сигнала: *a* — режим смешения двух когерентных накачек, *б* — режим смешения когерентной накачки и суперпозиции с одиночным фотоном. Серым цветом со сдвижкой по частоте на графике б) показан результат без модулирования константы связи для импульсного режима

Для демонстрации отсутствия процессов, в которые вовлечены более одного фотона, в случае с модулирующей константы связи предлагается провести численное решение уравнения Шредингера для системы ДУС-волновод с монохроматической накачкой, где волновод

представляет большое число осцилляторов около резонансной частоты ДУС. Поведение такой системы находится в соответствии с динамикой, описываемой ГКСЛ [26] уравнением, где осцилляторы волновода рассматриваются как общий диссипативный канал. Гамильтониан такой системы имеет следующий вид:

$$\hat{H}_{sys} = \hbar \frac{\Delta}{2} \hat{\sigma}_z + \hbar \frac{W}{2} \hat{\sigma}_x + \hbar \sum_{-\omega_c}^{\omega_c} \omega \hat{a}^+(\omega) \hat{a}(\omega) + \hbar \sum_{-\omega_c}^{\omega_c} g [\hat{a}^+(\omega) \hat{\sigma}_- + \hat{\sigma}_+ \hat{a}(\omega)], \quad (5)$$

где \hat{a} — осцилляторный понижающий оператор, а $\hat{\sigma}_-$ — понижающий оператор ДУС, g — константа связи с осцилляторами волновода, ω_c — граничные угловые частоты, $\omega_c \gg \gamma_1$.

Общая волновая функция системы раскладывается по следующему базису:

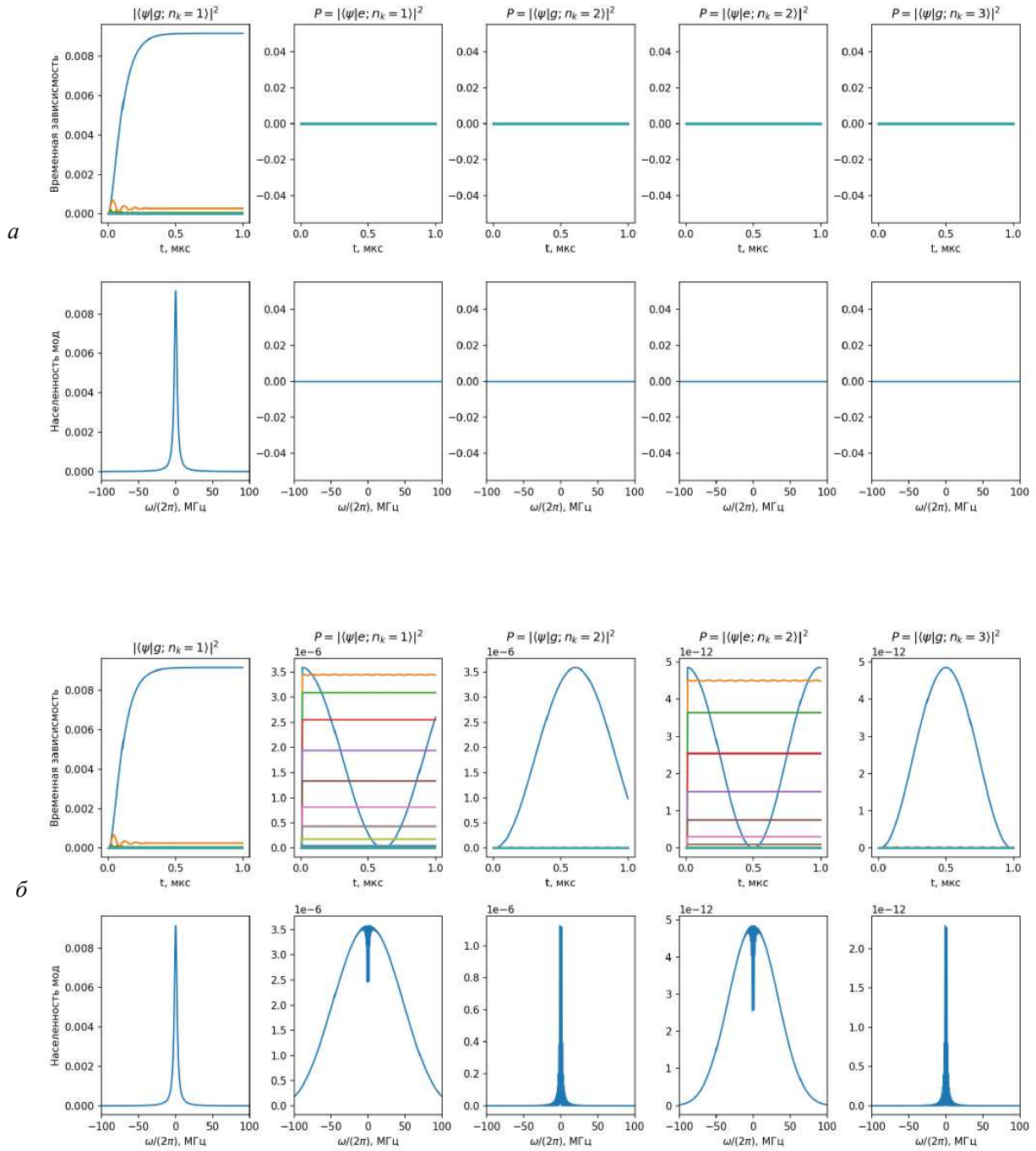


Рис. 8. Динамика состояний и населенность мод для базисных векторов: *а* — модуляция константы связи, *б* — без модуляции константы связи. Базисные состояния, соответствующие различному числу фотонов, приведены на отдельных графиках. Цвет отображает номер моды.

$$\psi = \alpha|g; 0\rangle + \beta|e; 0\rangle + \sum_j A_j|g; n_j = 0\rangle + B_j|e; n_j = 0\rangle + C_j|g; n_j = 1\rangle + D_j|e; n_j = 1\rangle + E_j|g; n_j = 2\rangle, \quad (6)$$

где $|g(e); n_k = m\rangle = |g(e); (n_0 = 0), \dots, (n_{k-1} = 0), (n_k = m), (n_{k+1} = 0), \dots, (n_N = 0)\rangle$ — пробные состояния, каждое из которых соответствует m -фотонам для основного состояния ДУС и $m + 1$ фотонам для возбужденного. Наличие заселенных мод для m -фотонного состояния означает наличие соответствующих процессов.

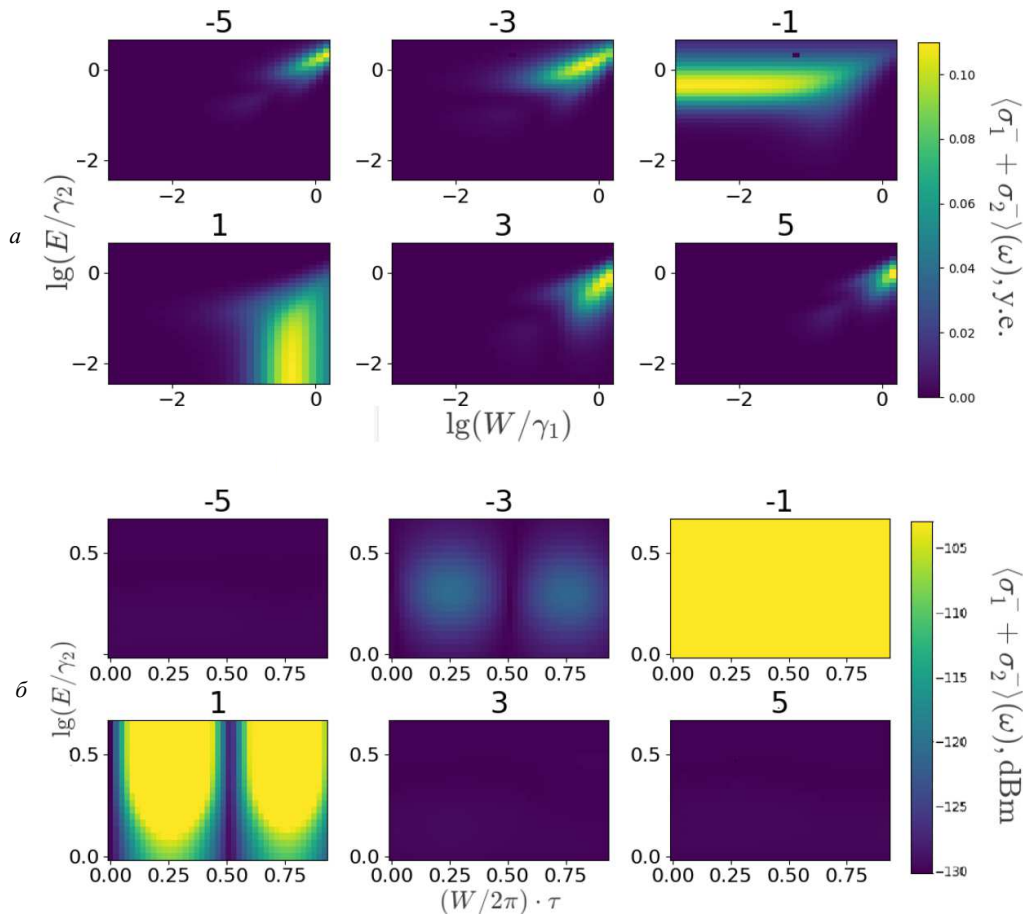


Рис. 9. Тепловые карты рассеянного сигнала: *а* — режим смещения двух когерентных накачек, *б* — режим смещения когерентной накачки и суперпозиции основного состояния с одиночным фотоном

Случаю без модуляции (предполагается наличие процессов, в которые вовлечены два и более фотонов), соответствует следующая постановка: ДУС, в начальный момент времени находящийся в основном состоянии, подвергается импульсной монохроматической накачке (амплитуда и длительность накачки соответствуют $\pi/2$ импульсу) с отстройкой $\delta\omega$, затем накачка выключается. Строится динамика такой системы и заселенность мод последний момент времени в зависимости от частоты для каждого из базисных состояний (состояния соответствуют от нуля фотонов до трех).

Случаю модуляции константы связи (только однофотонные процессы) соответствует следующая постановка: состояние суперпозиции задается как начальное условие, далее строится динамика без монохроматической накачки. Также строится заселенность мод, содержащих определенное число фотонов.

Полученные результаты приведены на рис. 8. В случае модуляции константы связи наблюдается присутствие однофотонных процессов и отсутствие двух и более фотонных процессов. Результаты полученные для режима без модуляции демонстрируют наличие одно-, двух- и трехфотонных процессов.

Подобное сравнение позволяет ответить на вопрос о происхождении спектральной компоненты 3 для случая без модуляции константы связи (рис. 7, б) серый пунктир) — возникновение объясняется наличием двухфотонных процессов для данной модели.

2.3. Тепловые карты

Для наблюдения изменений в спектре в зависимости от разворачиваемых параметров удобно воспользоваться построением тепловых карт: спектральные компоненты нумеруются в соответствии с отстройкой от центральной частоты, выраженной в единицах отстройки накачек, затем для каждого номера спектральной компоненты строится своя тепловая карта, где по осям абсцисс и ординат откладываются амплитуды накачек, а по оси аппликат цветом откладывается модуль амплитуды спектральной компоненты на спектре. Полученные тепловые карты представлены на рис. 9. Для импульсного режима длительность импульса и период повторения зафиксированы. Выбранный способ представления данных в виде тепловой карты не теряет

информацию при отбрасывании гармоник на частотах не кратных $\delta\omega$: в силу гармонической зависимости гамильтониана по времени с периодом $2\pi/\delta\omega$ решения раскладываются по гармоническим функциям с частотами кратными $\delta\omega$, а значит допускают разложение в ряд Фурье, компоненты которого и откладываются на тепловой карте.

$$\begin{aligned} \langle \sigma_- \rangle &= c_1 e^{i\delta t} + c_{-1} e^{-i\delta t} + c_{-3} e^{-3i\delta t}, \\ c_1 &\propto -\sqrt{\frac{\eta_1}{\gamma_2}} \sin \theta, \\ c_{-1} &\propto \frac{iE}{2\gamma_2}, \\ c_{-3} &\propto \frac{\sqrt{\gamma_2 \eta_1}}{\gamma_1} \sin \theta. \end{aligned} \quad (7)$$

Теоретическая модель [?] для режима смещения когерентного сигнала и суперпозиции фотон-вакуум предсказывает гармоническую зависимость коэффициентов разложения $\langle \sigma_- \rangle$ в формуле 7 от параметра θ , который соответствует полярному углу на сфере Блоха для ДУС-источника. Исходя из механизма осцилляций Раби при фиксированной длительности импульса τ амплитуда, необходимая для приготовления состояния, соответствующего θ , будет определяться следующим выражением $W \approx \theta/\tau$. Совокупность этих двух фактов отражена на тепловой карте для импульсного режима: наблюдается периодичность модуля амплитуды спектральных компонентов 1 и -3 по оси абсцисс. Функция $|\sin(\theta)|^2$ достигает максимумов в точках $\theta = \pi/2 + \pi \cdot l$, где l — целое число, что на

тепловой карте выражается в виде светлых пятен на соответствующих спектральных компонентах в точках $(W/2\pi) \cdot \tau = \theta/2\pi = \frac{1}{4}, \frac{3}{4}$, что соответствует рассеянию равной суперпозиции одиночного фотона и вакуума, то есть максимуму среднего поля для данных состояний. Данный факт отражает чувствительность спектрального состава волнового смещения к статистике фотонов в волноводе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показана чувствительность волнового смещения к фотонной статистике налетающего на точечный рассеиватель состояния на уровне одиночного фотона. В частности, мы рассмотрели влияние высших Фоковских состояний во время приготовления $\pi/2$ -импульса на динамику смещения. Показано, что влияние высших Фоковских состояний качественно меняет картину спектра и что данный паразитный эффект можно нивелировать модуляцией константы связи во время возбуждения атома-источника. В дальнейшем планируется постановка конечного эксперимента на предложенной платформе и в предложенной каскадной конфигурации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (Соглашение № 075-15-2024-538). Т.Р.С. выражает благодарность Глебу Петровичу Фёдорову и Сергею Александровичу Гунину за оригинальную идею численного эксперимента с модами поля.

-
- [1] *Arute F.* et al. // *Nature*. **574**, N 7779. 505 (2019).
 [2] *Zhong-Cheng Xiang* et al. // *Nature Communications*. **14**, N 1. 5433 (2023).
 [3] *Krinner S.* et al. // *Nature*. **605**, N 7911. 669 (2022).
 [4] *Sheremet A.S.* et al. // *Rev. Mod. Phys.* **95**, N 1. 015002 (2023).
 [5] *Roy D., Wilson C.M.* et al. // *Rev. Mod. Phys.* **89**, N 2. 021001 (2017).
 [6] *Blais A.* et al. // *Rev. Mod. Phys.* **93**, N 2. 025005 (2021).
 [7] *Wallraff A.* et al. // *Nature* **431**, N 7005. 162 (2004).
 [8] *Fedorov A.* et al. // *Phys. Rev. Lett.* **105**, N 6. 060503 (2010).
 [9] *Astafiev O.* et al. // *Science* **327**, N 5967. 840 (2010).
 [10] *Io-Chun Hoi* et al. // *Phys. Rev. Lett.* **107**, N 7. 073601 (2011).
 [11] *Besse J.-C.* et al. // *Nature communications*. **11**, N 1. 4877 (2020).
 [12] *Peng Z.H.* et al. // *Nature communications* **7**, N 1. 12588 (2016).
 [13] *Dmitriev A.Yu.* et al. // *Nature communications* **8**, N 1. 1352 (2017).
 [14] *Hönigl-Decrinis T.* et al. // *Phys. Rev. A* **98**, N 4. 041801 (2018).
 [15] *Boyd R.W., Gaeta A.L., Giese E.* *Nonlinear optics*. Springer Handbook of Atomic, Molecular and Optical Physics. Springer, 2008. pp. 1097–1110.
 [16] *Strauss C.E.M., Funk D.J.* // *Opt. Lett.* **16**, N 15. 1192 (1991).
 [17] *Dmitriev A.Yu.* et al. // *Phys. Rev. A* **100**, N 1. 013808 (2019).
 [18] *Pogosov W.V., Dmitriev A.Yu., Astafiev O.V.* // *Phys. Rev. A* **104**, N 2. 023703 (2021).
 [19] *Koch J.* et al. // *Phys. Rev. A* **76**, N 4. 042319 (2007).
 [20] *Josephson B.D.* // *Phys. Lett.* **1**, N 7. 251 (1962).
 [21] *Vool U., Devoret M.* // *Int. J. of Circuit Theory and Applications* **45**, N 7. 897 (2017).
 [22] *Greentree A.D., Koch J., Larson J.* // *J. of Phys. B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **46**, N 22. 220201 (2013).
 [23] *Gardiner C.W., Collett M.J.* // *Phys. Rev. A* **31**, N 6. 3761 (1985).
 [24] *Gardiner C.W., Parkins A.S.* // *Phys. Rev. A* **50**, N 2. 1792 (1994).
 [25] *Johansson J.R., Nation P.D., Nori F.* // *Computer Physics Communications* **184**, N 4. 1234 (2013).
 [26] *Breuer H.P., Petruccione F.* *The Theory of Open Quantum Systems*. Oxford University Press, 2002.

Wave mixing effects in cascade systems of superconducting qubits

T.R. Sabirov^{1,a}, A.Yu. Dmitriev^{1,3}, S.A. Gunin¹, A.V. Vasenin^{1,2}, O.V. Astafiev^{1,2}

¹*Moscow Institute of Physics and Technology,*

Dolgoprudny, Moscow Region, 141701, Russian Federation

²*Skolkovo Institute of Science and Technology, Skolkovo Innovation Center, Moscow 121205, Russia*

³*Institute of Radio-engineering and Electronics, Moscow, 125009, Russia*

E-mail: ^asabirov.tr@phystech.edu

In present work, we numerically simulated the nonlinear quantum-optical effect, — wave mixing of propagating wave packets (two coherent and antibunched with a coherent signal) in a cascade system of superconducting atoms — qubits. As a possible realization, we consider qubits in the transmon architecture interacting with the waveguide in the strong coupling regime, which allows us to study the scattering in the cascade system at the level of single quanta of electromagnetic radiation. The obtained wave mixing spectra demonstrate sensitivity to photon statistics in the waveguide — the detuning of the peak from the center frequency corresponds to the number of photons involved in the process.

PACS: 42.50.-p, 85.25.-j, 03.67.Lx, 03.67.Lx.

Keywords: photon statistics, quantum optics, artificial atom, wave mixing.

Received 10 June 2024.

Сведения об авторах

1. Сабиров Тимур Рамилевич — студент бакалавриата, техник; тел.: (495) 408-45-54, e-mail: sabirov.tr@phystech.edu.
2. Дмитриев Алексей Юрьевич — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 408-45-54, e-mail: aleksei.j.dmitriev@phystech.edu.
3. Гунин Сергей Александрович — аспирант, науч. сотрудник; тел.: (495) 408-45-54, e-mail: gunin.sa@phystech.edu.
4. Васенин Андрей Владимирович — аспирант, науч. сотрудник; тел.: (495) 408-45-54, e-mail: vasenin.av@phystech.edu.
5. Астафьев Олег Владимирович — профессор, вед. науч. сотрудник; тел.: (495) 408-45-54, e-mail: o.astafiev@skoltech.ru.