

Поиск критерия оценки массы первичных космических ядер по прямому черенковскому свету ШАЛ для телескопа СФЕРА-3

О. В. Черкесова,* В. И. Галкин†

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, факультет космических исследований
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 52*

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра физики космоса
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*

(Поступила в редакцию 06.06.2024; подписана в печать 22.07.2024)

Проектируемая установка СФЕРА-3, в отличие от установки СФЕРА-2, будет иметь не только телескоп отражённого черенковского света, но и детектор, регистрирующий угловое распределение прямого черенковского света. В качестве параметра, чувствительного к массе первичной частицы, в настоящей работе рассматривается длина большой полуоси черенковского образа. Рассмотрен ряд критериев разделения событий по первичным массам в зависимости от положения детектора относительно оси ливня и их зависимость от видов и значений порогов по плотности фотонов и шага сетки, на которой разыгрывается угловое распределение.

PACS: 96.50.sb, 96.50.sd.

УДК: 524.1

Ключевые слова: первичные космические лучи, широкие атмосферные ливни, черенковский свет, статистическое моделирование, оценка масс.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из задач физики космических лучей является изучение массового состава первичных космических лучей (ПКЛ). Исследование массового состава космических лучей в районе колена (3–5 ПэВ) энергетического спектра может дать информацию об их происхождении, ускорении и распространении. Этот вопрос особенно интересен с учётом полученных в последнее время результатов [1], указывающих на то, что значительная часть событий ПКЛ с энергией 1–1000 ПэВ может иметь экстрагалактическую природу. Таким образом, состав ПКЛ в данном диапазоне может иметь решающее значение для построения модели перехода от галактических космических лучей к экстрагалактическим [2]. Понимание физики этого процесса необходимо для описания процессов ускорения и распространения космических лучей.

В настоящее время прямое измерение ПКЛ с помощью детекторов на спутниках и стратосферных баллонах возможно только для первичных энергий до 10^{15} эВ, а для больших энергий, как правило, используются косвенные методы, в частности, регистрация и изучение черенковского излучения широких атмосферных ливней (ШАЛ). Метод детектирования отражённого от снежной поверхности черенковского света, предложенный А.Е. Чудаковым [3], лёг в основу серии экспериментов СФЕРА. В этом случае оценка параметров первичной частицы производится по характеристикам черенковского света (ЧС) вызванного ей ШАЛ. В данной работе будет рассматриваться изучение пространственно-углового распределения ЧС, ко-

торое весьма чувствительно к особенностям ШАЛ, связанных с массой первичной частицы.

Сейчас такая интегральная характеристика ПКЛ, как среднее массовое число известна с точностью до нескольких раз, а в области «колена» — с точностью до порядка [4]. Задачей этой работы является изучение чувствительности углового распределения прямого черенковского света к массе первичной частицы и исследование влияния положения детектора относительно оси ШАЛ на ошибки разделения пар первичных ядер «протоны–ядра азота» и «ядра азота–ядра железа».

Проведение чувствительных к массе первичных ядер экспериментов является важной задачей современной астрофизики. На данный момент научная группа проекта СФЕРА [5] занимается активной разработкой следующего детектора серии – детектора СФЕРА-3. Решения, которые будут применены в СФЕРЕ-3 [6], позволят получить более детальное представление о массовом составе ПКЛ в диапазоне энергий от 1 до 1000 ПэВ.

1. ДЕТЕКТОР СФЕРА-3

В детекторе СФЕРА-3 используется модифицированная оптическая система Шмидта с линзовым корректором для исправления сферической аберрации. Планируется, что детектор СФЕРА-3 будет иметь эффективную площадь входного окна диафрагмы не менее 1 м^2 и число элементов изображения не менее 2000. Поле зрения должно быть не менее $\pm 20^\circ$. Окончательные характеристики будут определены после оптимизации параметров оптической системы и моделирования.

В качестве предварительного варианта оптической конструкции детектора рассматривается измененная

* olga.v.cherkesova@yandex.ru

† v_i_galkin@mail.ru

оптическая схема Шмидта с асферическим зеркалом и пластиной-корректором из акрила, которой закрыто входное окно телескопа. Между зеркалом и корректором располагается светочувствительная часть детектора — мозаика SiPM [7], а также блок электроники. С учетом затенения мозаикой и блоком электроники эффективная площадь входного окна составляет 1.9 м^2 [8].

Установкой предыдущего поколения СФЕРА-2 [9] был зарегистрирован прямой свет, прошедший через щель между сегментами зеркала. По характерным задержкам регистрации было установлено, что полученный образ является образом прямого света, и при проектировании нового детектора было принято решение исследовать информативность прямого света. В установке СФЕРА-3 будут присутствовать детекторы как прямого, так и отражённого света, что позволит улучшить разделение первичных частиц по массам и направлениям. Термин «прямой» используется нами потому, что телескопы СФЕРА изначально были нацелены на отраженный от снега черенковский свет ШАЛ. Здесь он подчеркивает необходимость разработки другой методики регистрации и обработки данных по черенковскому свету ШАЛ. Локальные детекторы, в частности, СФЕРА-2 и СФЕРА-3, могут регистрировать распределение света по углам и временным задержкам. В настоящей работе будут рассматриваться угловые распределения ЧС, полученные моделированием при помощи кода CORSIKA [10].

2. УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧЕРЕНКОВСКОГО СВЕТА

Распределение черенковского света ШАЛ по углам используется в экспериментах по регистрации космических лучей сверхвысоких энергий с 80-х годов прошлого века [11] и в настоящее время связано почти исключительно с черенковской гамма-астрономией. Делались попытки использовать его для исследования массового состава ПКЛ [13], но эксперимент пока не проведён. Вместе с тем, нет сомнений в реальной чувствительности углового распределения к первичной массе [12], проблема заключается в нахождении его характеристик, позволяющих оценивать первичную массу в реальном эксперименте. Это естественно делать в численном эксперименте, с учетом конструкции детектора и обслуживающей его электроники, что и составляет предмет данной работы. На рис. 1 приведены в качестве иллюстрации угловые распределения ЧС индивидуального ШАЛ от протона 10 ПэВ с наклоном 15 градусов на высоте 955 м над уровнем моря, рассчитанные с помощью кода CORSIKA для девяти различных положений детектора относительно оси ливня. Центральная панель соответствует детектору, расположенному на оси, остальные — на разных азимутах на расстоянии 150 м от оси. Центры тяжести пятен примерно соответствуют направлению первичной

частицы, а асимметричные хвосты распределений указывают на ось ливня и, соответственно, в сторону, обратную детектору. Размеры и форма углового распределения зависят не только от массы первичного ядра, но и от расстояния от оси до детектора и высоты наблюдения. Размеры углового распределения увеличиваются с ростом расстояния от оси до детектора, а форма становится асимметричной. Вблизи оси угловые распределения имеют малые размеры и слабо различаются для разных ядер. Поэтому мы будем изучать угловые распределения ЧС на расстояниях 100–200 м от оси. Количество прямого света убывает с ростом высоты наблюдения, поэтому мы рассматриваем высоту 500 м. Далее будут рассматриваться угловые распределения на расстоянии 140 м от оси. События ШАЛ модели-

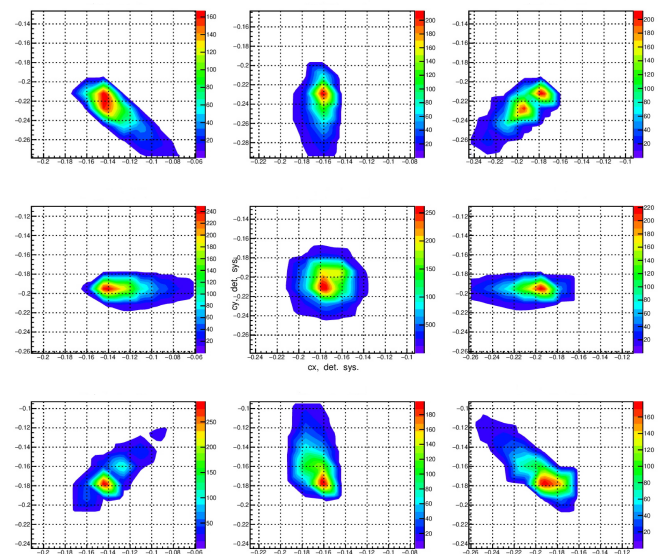


Рис. 1: Угловые распределения ЧС индивидуального ШАЛ от протона 10 ПэВ с наклоном 15° на высоте 955 м над уровнем моря

руются с помощью кода CORSIKA, индивидуальные распределения ЧС по пространству, углам и времени сохраняются в специальных массивах для трех высот наблюдения (0.5, 1.0 и 2.0 км → 1.5 км над уровнем поверхности озера Байкал). При генерации черенковских образов подходящее угловое распределение формируется из этих массивов, результирующий набор фотонов прослеживается через модель детектора с помощью кода Geant4 [14].

3. ВЫБОР ПАРАМЕТРА ОБРАЗА ПРЯМОГО СВЕТА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ КРИТЕРИЯ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРВИЧНЫХ ЧАСТИЦ ПО МАССАМ

Простейшая модель детектора прямого света, схема которой изображена на рис. 2, состоит из линзы и ПЗС-матрицы. Проходя через линзу, свет фокуси-

руется на матрице, в результате чего получается образ прямого света, анализ которого может дать информацию о массе и направлении первичной частицы. Есть два подхода к анализу образа: подсчёт и дальней-

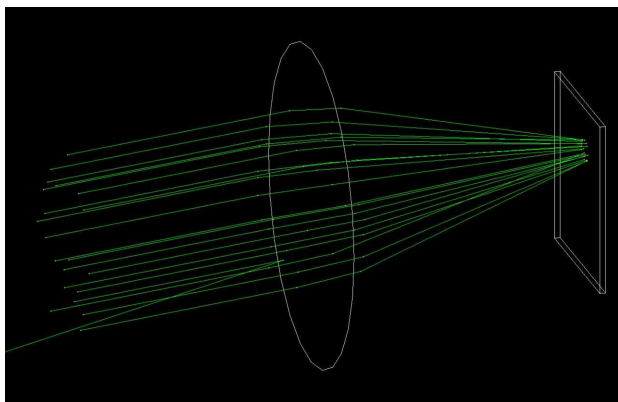


Рис. 2: Схема детектора

ший анализ вторых моментов образа и аппроксимация образа функцией и её изучение. Например, в гамма-астрономии [15–17] используются параметры Хилласа [11], большая часть которых получается из первых и вторых моментов черенковского образа в поле зрения телескопа. С помощью аппроксимации обрабатываются образы отраженного черенковского света эксперимента СФЕРА-2, то же самое планируется для СФЕРА-3. При подсчёте моментов подразумевается, что образ описывается двумерным распределением Гаусса, так как распределение Гаусса описывается первыми и вторыми моментами. В настоящий момент критерием определения массы первичной частицы является один из параметров Хилласа: большая ось пятна, как и в работах [15, 16]. При обработке образов по сигналам светочувствительной матрицы строится двумерная гистограмма-карта образа с центром в центре тяжести пятна, ячейки которой заполняются попавшими в них фотонами. В нашем случае использовалась гистограмма с ячейками 1.2×1.2 мм. По гистограмме можно как считать моменты образа, так и строить аппроксимации. При расчете моментов вводились пороги по содержимому ячеек: учитывались только ячейки с содержимым выше порога. В случае абсолютного порога рассматриваются только ячейки, в которые попало не менее определённого числа фотонов. В случае относительного порога рассматриваются только ячейки, в которые попало число фотонов, составляющее не менее определённого процента от максимального числа фотонов в ячейке. Для построения критериев использовались черенковские образы ШАЛ от трех базовых ядер: протонов, ядер азота и железа. Ошибки классификации в парах p–N и N–Fe служили индикатором качества критерия: чем меньше ошибки, тем лучше критерий. Первичные частицы разделяются на три группы на основании длины большой оси пятна: группа протонов, группа азота и группа железа. При

отделении протонов от азота устанавливается критическая длина большой оси и события с длиной оси, большей критической, относятся к группе протонов, меньше – к группе азота. Аналогично происходит отделение азота от железа. Качество критерия оценивается по ошибке классификации, то есть отношению числа неверно классифицированных событий к общему числу событий. Далее в таблицах будут приведены ошибки классификации, которые показывают вероятность неправильной классификации для каждого из ядер в паре. Приведены максимальные ошибки для каждой пары. Пример разделения можно увидеть на рис. 3. Чёрными линиями показаны оптимальные границы разделения. Были опробованы разные варианты

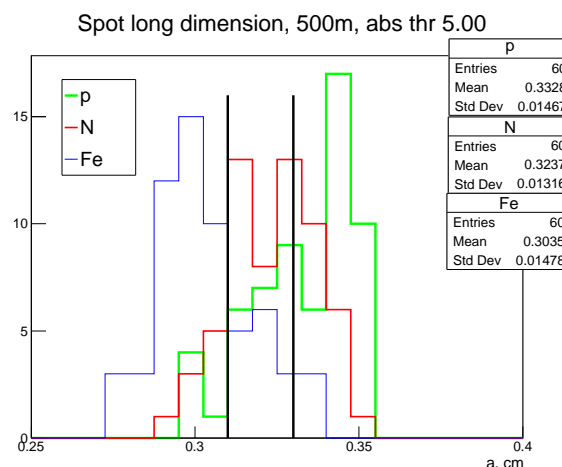


Рис. 3: Пример распределения длины большой оси пятна для различных ядер

критериев, использующих размер длинной оси пятна:

1. интегральный, использующий выборку образов для различных расположений детектора вокруг оси ливня (равномерное распределение по азимуту. Ошибки классификации приведены в табл. 1a),
2. интегральный в пределах квадранта с выборкой для равномерно распределённых азимутов детектора в пределах квадранта (ошибки классификации приведены в табл. 2) и
3. точечные, для нескольких конкретных положений детектора вокруг оси ливня. Ошибки классификации приведены в табл. 1b.

При этом расстояния от оси ливня до детектора были одинаковыми. Было установлено, что степень усреднения по азимуту влияет на распределения по размеру длинной оси пятна и качество разделения ШАЛ по массе, что продемонстрировано в табл. 1.

Таблица 1: Таблица ошибок классификации первичных частиц по массе

(а) Интегральный критерий (критерий 1). Абсолютный порог

| Порог | p-N | N-Fe |
|-------|------|------|
| 2 | 0.56 | 0.34 |
| 3 | 0.36 | 0.59 |
| 5 | 0.38 | 0.33 |
| 7 | 0.36 | 0.34 |
| 8 | 0.34 | 0.35 |
| 9 | 0.40 | 0.40 |
| 10 | 0.42 | 0.44 |

(б) Точечный критерий (критерий 3). Абсолютный порог

| Порог | p-N | N-Fe |
|-------|------|------|
| 2 | 0.37 | 0.43 |
| 3 | 0.32 | 0.37 |
| 5 | 0.28 | 0.30 |
| 7 | 0.30 | 0.33 |
| 8 | 0.30 | 0.40 |
| 9 | 0.27 | 0.40 |
| 10 | 0.30 | 0.37 |

По ориентации пятна можно определить квадрант, в котором находится детектор (рис. 1), но качество интегрального по квадранту критерия не сильно отличается от качества интегрального по полному углу критерия, что видно из табл. 2. Для более точного опре-

Таблица 2: Таблица ошибок классификации первичных частиц по массе при усреднении по квадранту (критерий 2). Абсолютный порог

| Порог | p-N | N-Fe |
|-------|------|------|
| 2 | 0.43 | 0.44 |
| 3 | 0.3 | 0.43 |
| 5 | 0.35 | 0.37 |
| 7 | 0.33 | 0.36 |
| 8 | 0.34 | 0.35 |
| 9 | 0.46 | 0.36 |
| 10 | 0.32 | 0.40 |

деления массы необходима более точная информация о положении детектора относительно оси ШАЛ, которую можно получить по ориентационному углу образа на мозаике детектора.

4. ОЦЕНКА ПОЛОЖЕНИЯ ДЕТЕКТОРА ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ ШАЛ ПО ОРИЕНТАЦИИ ЧЕРЕНКОВСКОГО ОБРАЗА

В пределах квадранта были рассмотрены пять точек, соответствующих различным положениям детектора относительно оси ливня. Изначально был рассмотрен ливень с азимутом 50° , остальные азимуты расположены симметрично относительно него. На рис. 4 ось ливня находится в центре окружности, точками показано положение детектора относительно оси ливня, числами показан азимут детектора в градусах. Большая ось образа и положительное направление оси Ох образуют ориентационный угол образа ϕ , зависящий от положения детектора относительно оси ШАЛ.

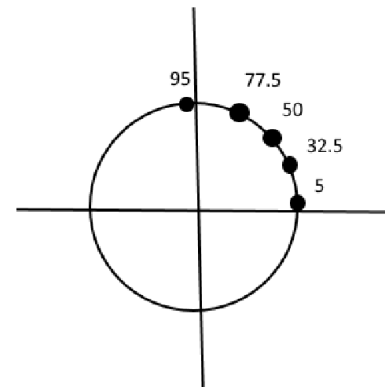


Рис. 4: Положение детектора относительно оси ШАЛ

Этот угол можно определить по формуле

$$\phi = \begin{cases} \frac{1}{2} \arctg \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}, \sigma_{xx} \geq \sigma_{yy} \\ \frac{1}{2} \left(\arctg \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} - \pi \right), \sigma_{xx} < \sigma_{yy} \end{cases} \quad (1)$$

где σ_{xx} , σ_{xy} , σ_{yy} — центрированные вторые моменты. По углу ϕ можно с достаточной точностью определить азимутальное положение детектора относительно оси ШАЛ, что позволит использовать точечный критерий определения массы первичной частицы.

Таким образом, из рис. 5 видно, что можно разделить квадрант на пять интервалов, внутри которых можно использовать один точечный критерий, имеющий достаточно малые ошибки классификации, представленные в табл. 3.

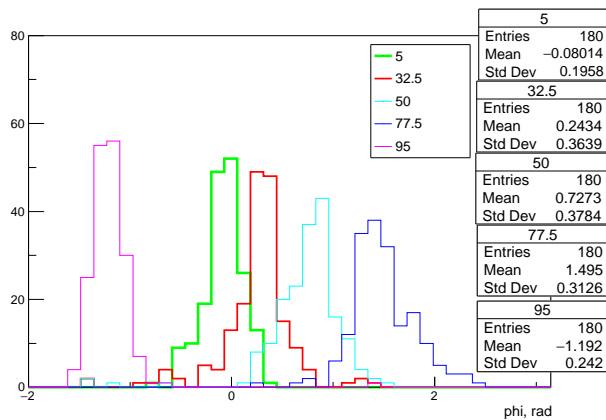


Рис. 5: Распределение ориентационных углов образцов для пяти различных азимутальных положений детектора относительно оси ШАЛ

Таблица 3: Ошибки классификации первичных частиц по массе в зависимости от азимутального положения детектора относительно оси ШАЛ. Критерий точечный, абсолютный порог

| Азимут | Порог | p-N | N-Fe |
|--------|-------|------|------|
| 5° | 5 | 0.29 | 0.38 |
| | 7 | 0.28 | 0.38 |
| | 8 | 0.32 | 0.39 |
| 32.5° | 5 | 0.29 | 0.38 |
| | 7 | 0.28 | 0.41 |
| | 8 | 0.33 | 0.38 |
| 50° | 5 | 0.31 | 0.34 |
| | 7 | 0.34 | 0.37 |
| | 8 | 0.34 | 0.36 |
| 77.5° | 5 | 0.34 | 0.34 |
| | 7 | 0.42 | 0.38 |
| | 8 | 0.42 | 0.36 |
| 95° | 5 | 0.38 | 0.40 |
| | 7 | 0.36 | 0.32 |
| | 8 | 0.36 | 0.38 |

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССЫ ПЕРВИЧНОЙ ЧАСТИЦЫ ПО НЕАППРОКСИМИРОВАННОМУ ОБРАЗУ

По ориентационному углу можно определить истинную длину большой оси a по формуле

$$a^2 = \max(\sigma_{xx} \cos^2 \phi + 2\sigma_{xy} \cos \phi \cdot \sin \phi + \sigma_{yy} \sin^2 \phi, \sigma_{xx} \sin^2 \phi - 2\sigma_{xy} \cos \phi \cdot \sin \phi + \sigma_{yy} \cos^2 \phi) \quad (2)$$

Вывод формулы представлен в приложении А.

При использовании длины большой оси пятна в ка-

честве критерия можно определить массу первичной частицы с ошибкой классификации от 0.27 до 0.38 в зависимости от положения детектора относительно оси ШАЛ.

Также на разделение частиц по массе существенно влияет выбор порога. Из табл. 4 видно, что при использовании абсолютного порога разделение существенно лучше, и поэтому мы предполагаем работать с абсолютным порогом.

Таблица 4: Ошибки классификации первичных частиц по массе при различных типах порогов при азимутальном положении детектора 32.5°. Критерий точечный

(a) Абсолютный порог

| Порог | p-N | N-Fe |
|-------|------|------|
| 2 | 0.43 | 0.33 |
| 3 | 0.38 | 0.26 |
| 5 | 0.32 | 0.24 |
| 7 | 0.33 | 0.25 |
| 8 | 0.32 | 0.26 |
| 9 | 0.31 | 0.27 |
| 10 | 0.32 | 0.27 |

(b) Относительный порог

| Порог | p-N | N-Fe |
|-------|------|------|
| 0.01 | 0.52 | 0.48 |
| 0.03 | 0.48 | 0.43 |
| 0.05 | 0.46 | 0.40 |
| 0.07 | 0.53 | 0.33 |

6. ВЫБОР СЕТКИ

CORSIKA создаёт распределение по углам, пространству и времени, и это распределение мы сохраняем в массиве с большей или меньшей детальностью. Детальность сохраненного смоделированного по CORSIKA углового распределения черенковского света влияет на качество разделения первичных ядер по массам: если вместо сетки fine с размером ячейки 0.5° использовать сетку superfine с размером ячейки 0.25°, ошибки классификации ощутимо уменьшатся, что продемонстрировано в табл. 5. Видно, что для более частой сетки улучшается разделение тяжёлых ядер и уменьшается влияние положения детектора относительно оси ливня на качество разделения. Улучшение качества разделения на сетке superfine означает, что сетка fine не позволяет получить описание всех деталей образа. Следовательно, необходимо использовать более частую сетку при моделировании углового распределения прямого черенковского света.

Таким образом, для детектора прямого света получается разделение не хуже, чем для детектора отражённого света [18]. Поскольку результаты на обоих детекторах независимы, при их объединении разделение улучшится.

Таблица 5: Сравнение ошибок классификации первичных частиц по массе в зависимости от азимутального положения детектора относительно оси ШАЛ на разных сетках. Критерии точечные, абсолютный порог

| (a) fine | | | | (b) superfine | | | |
|----------|-------|-----------|------|---------------|-------|-----------|------|
| Азимут | Порог | ρ -N | N-Fe | Азимут | Порог | ρ -N | N-Fe |
| 5° | 5 | 0.29 | 0.38 | 5° | 5 | 0.32 | 0.24 |
| | 7 | 0.28 | 0.38 | | 7 | 0.33 | 0.25 |
| | 8 | 0.32 | 0.39 | | 8 | 0.32 | 0.26 |
| 32.5° | 5 | 0.29 | 0.38 | 32.5° | 5 | 0.32 | 0.24 |
| | 7 | 0.28 | 0.41 | | 7 | 0.33 | 0.25 |
| | 8 | 0.33 | 0.38 | | 8 | 0.32 | 0.26 |
| 50° | 5 | 0.31 | 0.34 | 50° | 5 | 0.32 | 0.24 |
| | 7 | 0.34 | 0.37 | | 7 | 0.33 | 0.25 |
| | 8 | 0.34 | 0.36 | | 8 | 0.32 | 0.26 |
| 77.5° | 5 | 0.34 | 0.34 | 77.5° | 5 | 0.32 | 0.24 |
| | 7 | 0.42 | 0.38 | | 7 | 0.33 | 0.25 |
| | 8 | 0.42 | 0.36 | | 8 | 0.32 | 0.26 |
| 95° | 5 | 0.38 | 0.40 | 95° | 5 | 0.27 | 0.27 |
| | 7 | 0.36 | 0.32 | | 7 | 0.27 | 0.27 |
| | 8 | 0.36 | 0.38 | | 8 | 0.30 | 0.27 |

7. ПОИСК АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ ОБРАЗА

Образ имеет более сложную форму, чем двумерное распределение Гаусса, что показано на рис. 6.

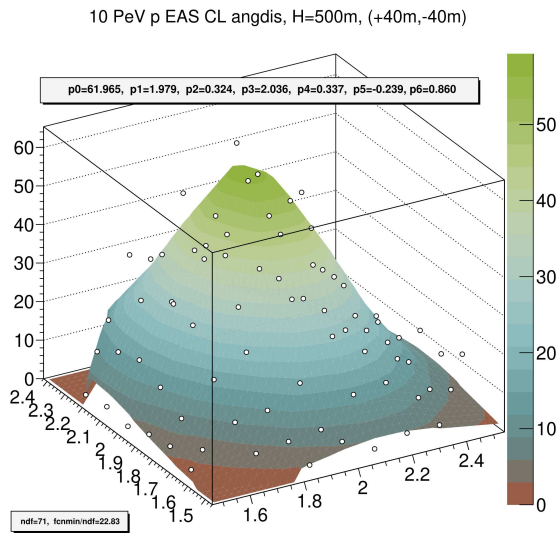


Рис. 6: Образ индивидуального ШАЛ от протона 10 ПэВ с наклоном 15° на высоте 500 м над уровнем моря. По осям O_x и O_y отложены координаты ячеек на мозаике в сантиметрах, по оси O_z — число фотонов, попавших в ячейку гистограммы

Параметр $fcnmin/ndf = 22.83$, показывающий качество аппроксимации, очень велик, следовательно, эта аппроксимация не позволяет получить качествен-

ное описание образа. Для более точной аппроксимации планируется использовать сращивание одномерного нормального распределения с асимметричным, например, бета- либо гамма-распределением, при помощи копулы [19]. На рис. 7 реальный образ аппроксимирован двумерным распределением, образованным из нормального распределения и бета-распределения, соединённых с помощью нормальной копулы.

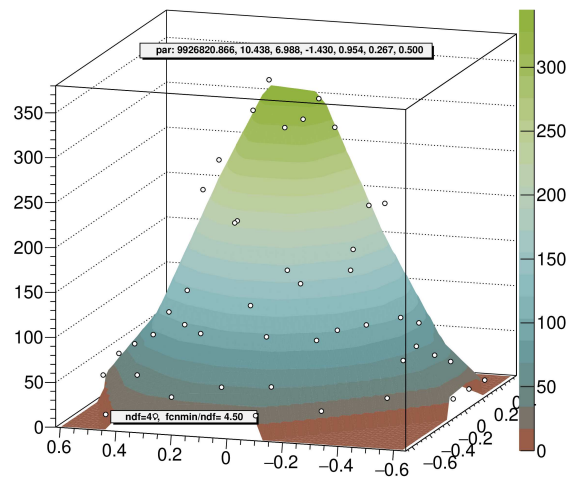


Рис. 7: Аппроксимация нормальным и бета-распределением, сшитыми при помощи копулы. По осям O_x и O_y отложены координаты ячеек на мозаике в сантиметрах, по оси O_z — число фотонов, попавших в ячейку гистограммы

Параметр $\text{fcnmin}/\text{ndf} = 4.50$ существенно меньше, чем в случае аппроксимации двумерным распределением Гаусса. Параметры, указанные на рисунке означают следующее: нормировка, степени бета-распределения, границы отрезка, на котором определено бета-распределение, корень из дисперсии распределения Гаусса и параметр копулы. В этой работе параметр копулы фиксирован. В случае аппроксимации при помощи копулы длиной большой оси может быть корень из централизованного второго момента бета-распределения:

$$\sqrt{\frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}} \quad (3)$$

Также аппроксимация образа асимметричной функцией может быть полезной при поиске более сложного критерия, чем длина большой оси, например, критерия, зависящего от нескольких параметров.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Было установлено, что угловое распределение черенковского света чувствительно к массе первичной частицы, причём при использовании длины большой полуоси пятна в качестве критерия можно разделить первичные частицы по массе с ошибками разделения не большими, чем при использовании отражённого от снега черенковского света.

Рассмотрен ряд критериев, как интегральных так и точечных, разделения первичных частиц по массе. Также установлено, что для получения лучших результатов необходимо использование сетки `superfine` с раз-

мером ячейки 0.25° при сохранении углового распределения черенковского света в процессе моделирования ШАЛ по CORSIKA и использование абсолютного порога при обработке образов.

Выяснено, что для более качественного исследования образа следует использовать аппроксимацию образа асимметричной функцией, сшитой с распределением Гаусса при помощи копулы.

Благодарности

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М. В. Ломоносова [20].

Авторы выражают благодарность Российскому Научному Фонду (грант РНФ № 23-72-00006) за поддержку работы.

Приложение А: ПОВОРОТ ОБРАЗА

Поворот образа производится посредством приведения показателя экспоненты

$$h \cdot e^{-\left(\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_{xx}} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_{yy}} - \frac{2(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\sigma_{xy}}\right)^\alpha} \quad (A1)$$

к каноническому виду. Необходимо обнулить коэффициент при $(x-\mu_x)(y-\mu_y)$. Для этого была сделана замена

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \phi + y \sin \phi \\ y' &= -x \sin \phi + y \cos \phi \end{aligned} \quad (A2)$$

и раскрыты скобки, после чего показатель экспоненты был домножен на $\sigma_{xx}\sigma_{yy}$ и приобрёл вид:

$$\begin{aligned} &x^2(\sigma_{xx} \cos^2 \phi + \sigma_{xx} \sin^2 \phi + 2\sigma_x \sigma_y \sin \phi \cos \phi) + \\ &+ y^2(\sigma_{yy} \sin^2 \phi + \sigma_{yy} \cos^2 \phi - 2\sigma_x \sigma_y \sin \phi \cos \phi) + \\ &+ x(-2\sigma_{yy} \mu_x \cos \phi + 2\sigma_{xx} \mu_y \sin \phi + 2\sigma_x \sigma_y (\mu_y \cos \phi - \mu_x \sin \phi)) + \\ &+ y(-2\sigma_{yy} \mu_x \sin \phi - 2\sigma_{xx} \mu_y \cos \phi + 2\sigma_x \sigma_y (\mu_y \sin \phi + \mu_x \cos \phi)) + \\ &+ xy(2\sigma_{yy} \cos \phi \sin \phi - 2\sigma_{xx} \sin \phi \cos \phi + 2\sigma_x \sigma_y (\sin^2 \phi - \cos^2 \phi)) \end{aligned}$$

После раскрытия скобок коэффициент при xy должен быть равен 0. Получаем:

$$2\sigma_{yy} \cos \phi \cdot \sin \phi - 2\sigma_{xx} \cos \phi \cdot \sin \phi + 2\sigma_x \sigma_y (\sin^2 \phi - \cos^2 \phi) = 0$$

Следовательно:

$$\text{tg } 2\phi = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}, \quad \text{где } \sigma_{xy} = \sigma_x \sigma_y.$$

Для сохранения формы образа и правильного угла поворота ϕ выбран следующим образом:

$$\phi = \begin{cases} \frac{1}{2} \arctg \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}, & \sigma_{xx} \geq \sigma_{yy} \\ \frac{1}{2} \left(\arctg \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} - \pi \right), & \sigma_{xx} < \sigma_{yy} \end{cases}$$

. После совершения замены (A2) формула (A1) приобретает следующий вид:

$$h \cdot \exp \left\{ - \left(\frac{(x - \mu_x)^2}{\sigma_{xx} \cos^2 \phi + 2\sigma_{xy} \cos \phi \cdot \sin \phi + \sigma_{yy} \sin^2 \phi} + \frac{(y - \mu_y)^2}{\sigma_{xx} \sin^2 \phi + 2\sigma_{xy} \cos \phi \cdot \sin \phi + \sigma_{yy} \cos^2 \phi} \right)^\alpha \right\} \quad (A3)$$

В формуле A3 выражение

$$\frac{(x - \mu_x)^2}{\sigma_{xx} \cos^2 \phi + 2\sigma_{xy} \cos \phi \cdot \sin \phi + \sigma_{yy} \sin^2 \phi} + \frac{(y - \mu_y)^2}{\sigma_{xx} \sin^2 \phi + 2\sigma_{xy} \cos \phi \cdot \sin \phi + \sigma_{yy} \cos^2 \phi} \quad (A4)$$

описывает форму пятна на снегу: эллипс с осями

$$\sqrt{\sigma_{xx} \cos^2 \phi + 2\sigma_{xy} \cos \phi \cdot \sin \phi + \sigma_{yy} \sin^2 \phi}$$

и

$$\sqrt{\sigma_{xx} \sin^2 \phi + 2\sigma_{xy} \cos \phi \cdot \sin \phi + \sigma_{yy} \cos^2 \phi}$$

- [1] Kachelriess M. // Transition from Galactic to Extragalactic Cosmic Rays // EPJ Web of Conferences 210, 04003 (2019).
- [2] Thoudam S., Rachen J.P., Vliet A. et. al. // *A&A*. **A33**, 595 (2016).
- [3] Чудаков А.Е. // Возможный метод регистрации ШАЛ по черенковскому излучению, отраженному от заснеженной поверхности Земли // Экспериментальные методы исследования космических лучей сверхвысоких энергий: Материалы Всесоюз. симп., 19-23 июня 1972 г. Якутск. фил. Сиб. отд. АН СССР, 1974. С.69.
- [4] Tsunenada Y., Kakimoto F., Furuhashi F. et. al. (BASJE Collaboration) // Proc. 30th ICRC. 2008. Merida. 4. P. 127.
- [5] Antonov R.A., Beschapov S.P., Bonvech E.A. et. al. // Journal of Physics: Conference Series, 409(1) 012088 (2013).
- [6] Чернов Д.В., Азра К.Ж., Бонвеч Е.А. и др. // Ядерная Физика. 85, № 6. 435 (2022).
- [7] Acerbi F., Gundacker S. // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. 926. 16 (2016).
- [8] Иванов В.А., Галкин В.И. // Учёные записки физическо-го факультета № 6. 2360802 (2023).
- [9] Antonov R.A., Bonvech E.A., Chernov D.V., et. al. // *Astroparticle Physics*. **122**, 102460 (2020).
- [10] Heck D., Knapp J., Capdevielle J.N. et al. // FZKA-6019 (1998).
- [11] Hillas A. // Cherenkov light images of EAS produced by primary gamma. // Proc.19th I.C.R.C. (La Jolla), **3**, 445 (1985).
- [12] Bakhromzod R., Galkin V.I. // Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, A 1018 165842 (2021).
- [13] Galkin V.I., Borisov A.S., Bakhromzod R. et. al. // Moscow Univ. Phys. Bull. **73** (2) (2018).
- [14] Agostinelli S. et. al. // Nucl. Instrum. Meth. **A506** 250 (2003).
- [15] Puhlhofer G., Bolz O., Gotting N. et. al. // *Astropart. Phys.* **20**, N 3. (2003).
- [16] Hinton J.A. // *New Astron. Rev.* 48 (2004).
- [17] Ferenc D. for the MAGIC Collaboration // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. 553 (2005).
- [18] Латыпова В.С., Галкин В.И. // // Учёные записки физического факультета. № 4. 2341604 (2023).
- [19] Фантаццини Д. // Прикладная эконометрика №2(22) 98 (2011).
- [20] Voevodin V., Antonov A., Nikitenko D. et. al. // Supercomputing Frontiers and Innovations. **6** (2). 4 (2019).

Search for a criterion for the mass estimation of the primary cosmic ray nuclei by the extensive air shower direct Cherenkov light for the SPHERE-3 telescope

O. V. Cherkesova^{1,a}, V. I. Galkin^{2,b}

¹Department of Cosmic Research, Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia

²Department of Space Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia

E-mail: ^aolga.v.cherkesova@yandex.ru, ^bv_i_galkin@mail.ru

SPHERE-3 detector, which is under design now, will incorporate not only a reflected Cherenkov light telescope but an imaging direct light telescope. In the present paper the length of the direct Cherenkov image is used as a paramet

sensitive to the primary particle mass. A number of criteria for event separation by the primary masses is considered differing by the detector location with respect to the shower axis and their dependence on the types and values of the thresholds on the photon density and the pitch of the grid used for the description of the Cherenkov light angular distribution.

PACS: 96.50.sb, 96.50.sd.

Keywords: extensive air showers, Cherenkov light, Monte Carlo simulation, mass estimate.

Received 06 June 2023.

Сведения об авторах

1. Черкесова Ольга Викторовна — студентка; тел. (495) 939-36-06, e-mail: olga.v.cherkesova@yandex.ru.
2. Галкин Владимир Игоревич — доктор физ.-мат. наук, доцент, профессор; тел. (495) 939-36-06, e-mail: v_i_galkin@mail.ru.