

## Перенос теплового излучения дождевой атмосферы в последовательных кратностях рассеяния

Я. В. Копцов<sup>1,\*</sup>, Я. А. Илюшин<sup>2,†</sup>, Б. Г. Кутуза<sup>2,‡</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра физики атмосферы  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

<sup>2</sup>Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова  
Россия, 125009, Москва, ул. Моховая, д. 11, стр. 7

(Поступила в редакцию 07.06.2024; подписана в печать 06.11.2024)

Настоящая работа направлена на теоретическую оценку интенсивности и поляризации теплового радиоизлучения осадков при их наблюдении микроволновыми радиометрами из космоса. Предлагается применить метод последовательных кратностей рассеяния (ПКР) для моделирования микроволнового излучения атмосферных облаков и дождя. Проводится численное моделирование переноса теплового радиоизлучения в дождевой атмосфере на ряде длин волн. Эффективность метода и полученные решения сравниваются с конечно-разностным методом. Показано, что для решения поставленных задач метод ПКР имеет значительное преимущество.

PACS: 42.68.Ay. УДК: 535.2

Ключевые слова: перенос теплового излучения, облака, метод ПКР.

### ВВЕДЕНИЕ

Мониторинг атмосферных облаков по данным микроволнового радиометрии радионизмерений из космоса является важной задачей дистанционного зондирования Земли. Возможность определять интенсивность дождя по этим данным впервые была продемонстрирована в 1968 г. по результатам эксперимента на борту космического аппарата «Космос-243» [1]. Области осадков над поверхностью моря были обнаружены по характерным значениям яркостных температур на длинах волн 0.8, 1.35 и 3.2 см. В этом случае скорость выпадения осадков можно определить по интенсивности излучения.

Дальнейшее развитие технологии наблюдения за атмосферными осадками из космоса было связано с американским спутником DMSP, снабженным микроволновым радиометром SSM/I [2] с рабочим диапазоном длин волн от 0.35 до 1.6 см. Зоны осадков определялись как области с пониженной яркостной температурой на длине волны 0.35 см из-за увеличения альбедо при многократном рассеянии микроволн на крупных каплях дождя. В дальнейшем дистанционное зондирование атмосферных осадков проводилось космическими аппаратами GPM и TRMM.

Численное моделирование теплового радиоизлучения осадков необходимо как средство анализа данных наблюдений. На практике расчёт полей излучения сводится к решению векторного уравнения переноса излучения в анизотропной среде. Для расчётов переноса микроволнового излучения в облачной атмосфере од-

ним из наиболее целесообразных является метод последовательных кратностей рассеивания (ПКР) [3, 4].

Метод ПКР [5] хорошо известен. К настоящему времени разработан большой объём использующего его программного обеспечения [6–9].

Метод ПКР представляет собой итеративный метод, используемый для решения уравнения переноса излучения и явно учитывающий каждый порядок рассеяния. Как правило, излучения каждой итерации уменьшаются по мере увеличения порядка рассеяния из-за постепенного поглощения энергии излучения средой или ее выхода через границы. Итеративный процесс продолжается до тех пор, пока вклад итерации не станет значительно меньше, чем суммарное излучение предыдущих итераций. Он обеспечивает более интуитивный и физически обоснованный подход, чем многие другие методы решения для уравнения переноса излучения, позволяя проверять отдельные порядки рассеяния и предоставляет ценную физическую информацию. Кроме того, он может быть легко применен к неоднородным средам или средам со сложной геометрией, как было продемонстрировано в исследованиях [10, 11].

Метод ПКР и его основная концепция были применены к целому ряду задач переноса излучения, начиная с одномерного скалярного переноса (например, [12, 13]) к более сложному векторному переносу (например, [14, 15]) и неплоско-параллельным задачам (например, [16, 17]). Хотя не существует принципиальных ограничений для учета источников излучения, многие численные реализации этого метода не включают источники теплового излучения в схему переноса излучения.

В [18] описано и протестировано применение алгоритма последовательных кратностей взаимодействия SOI (successive order interaction), модификации метода ПКР, для моделирования микроволнового излучения

\* koptcov.iv17@physics.msu.ru

† ilyushin@physics.msu.ru

‡ kutuza@cplire.ru

в широком диапазоне атмосферных условий. Модель SOI имеет некоторое сходство с подходом, изложенным в [19], в том, что оба метода используют модифицированный метод удвоения. Однако модель SOI отличается от модели Вороновича и др. использованием итеративного метода при обработке нескольких слоев. Метод SOI основан на двух традиционных методах решения проблемы переноса излучения: методе удвоения [20, 21] и методе ПКР [22, 23].

Модель Cham1 [24] основана на методе ПКР, который также включает поляризацию, применима для системы атмосферы–океан. В ней предполагается плоская поверхность океана, и в этой модели игнорируется циркулярно-поляризованный компонент.

Известно, что недостатком метода ПКР является значительный объем вычислений, необходимых для сходимости решения по интенсивности, особенно для оптически толстой среды.

При высоком альбедо одиночного рассеяния и большом количестве подслоев для оптически толстой среды значительная вычислительная нагрузка из-за медленной сходимости препятствует широкому применению метода ПКР. Для повышения его вычислительной эффективности и точности было предложено несколько подходов для упрощения интегрирования функции источника вдоль траекторий фотонов, таких как полиномиальное [25] и линейно-экспоненциальное [26] соответствия. Несколько численных подходов были разработаны для уменьшения вычислительных затрат, что делает его пригодным для широкого спектра теоретических задач и практического приложения. Было предложено несколько подходов для улучшения сходимости алгоритма, таких как замена вклада кратностей высокого порядка геометрическим рядом, когда отношение последовательных кратностей яркости приближается к постоянному по мере увеличения порядка [27], и уменьшение количества подслоев за счет использования эмпирического, аналитического выражения зависимости яркости от оптической глубины (например, [28]), полуаналитический подход для ускорения интеграции переноса излучения через оптически толстые среды для метода последовательного порядка рассеяния [29]. Этот полуаналитический подход значительно сокращает количество подслоев, необходимых для точного расчета переноса излучения на основе этого метода.

Для оптически тонких сред и для сред с высокой поглощающей способностью (таких как океан) метод ПКР имеет преимущества по сравнению с другими методами. В приложениях для моделирования спектров полос поглощения с высоким разрешением, при низком альбедо облачных капель в микроволновом диапазоне, как показывает расчет [30], поэтому методу требуется всего несколько кратностей рассеяния для достижения сходимости. Следовательно, для моделирования поляризации переноса излучения в дождевой атмосфере метод ПКР может иметь существенные преимущества перед другими методами при моделировании ат-

мосферного переноса излучения и атмосферном зондировании. Он отслеживает фотоны для каждого события рассеяния, так неоднородная структура среды, а также процесс поглощения газа могут быть включены в расчет с точки зрения интегрирования по траектории фотона [31]. Кроме того, метод ПКР эффективен для параметризации переноса излучения для быстрых вычислений при дистанционном зондировании и моделировании глобального климата [32].

Настоящая работа направлена на теоретическую оценку интенсивности и поляризации теплового радиоизлучения осадков при их наблюдении микроволновыми радиометрами из космоса. Для достижения этих целей решается ряд задач, включая оценку радиационных свойств среды (дождя), построение численной модели переноса излучения, решаемую методом ПКР, и практическая реализация расчетов с использованием созданной модели. Показано, что для решения поставленных задач метод ПКР имеет значительное преимущество.

## 1. УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛОСКОСЛОИСТОЙ РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ

Поляризованное излучение в плоскостростой рассеивающей среде подчиняется одномерному уравнению переноса излучения

$$\mu_z \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{I}(z, \boldsymbol{\Omega}) = -\hat{\sigma}_\epsilon \mathbf{I}(z, \boldsymbol{\Omega}) + \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \hat{x}(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') \mathbf{I}(z, \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' + \bar{\sigma}_a(\boldsymbol{\Omega}) B_\lambda(T_2(z)), \quad (1)$$

где  $\boldsymbol{\Omega} = (\mu_x, \mu_y, \mu_z)$  — единичный вектор произвольного направления,  $\mathbf{I}(z, \boldsymbol{\Omega}) = \{I, Q, U, V\}$  — вектор параметров Стокса поляризованного излучения,  $\hat{\sigma}_\epsilon = \hat{\sigma}_\epsilon(\boldsymbol{\Omega})$  — матрица ослабления поляризованного излучения в среде,  $\bar{\sigma}_a$  — вектор истинного поглощения излучения в среде,  $\hat{x}(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}')$  — матрица рассеяния,  $B_\lambda(T)$  — функция Планка. Формулы для вычисления компонент вектора поглощения  $\bar{\sigma}_a$  приведены в [33]. С граничными условиями

$$\mathbf{I}(0, \boldsymbol{\Omega}) = \frac{2k}{\lambda^2} \{2T_1 + 2T_D, Q_1, 0, 0\}, \quad \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{z} > 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{I}(z_0, \boldsymbol{\Omega}) = \{0, 0, 0, 0\}, \quad \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{z} < 0, \quad (3)$$

где  $\mathbf{z}$  — единичный вектор положительного направления оси  $z$ ,  $T_1$  — собственная радиояростная температура подстилающей поверхности,  $T_D$  — радиояростная температура диффузного отражения поверхности,  $T_2(z)$  — термодинамическая температура атмосферы.

В настоящей работе везде принято приближение Рэлея–Джинса [34]. В микроволновом диапазоне при  $h\nu \ll kT$ , функцию Планка можно аппроксимировать следующим выражением, известным как формула

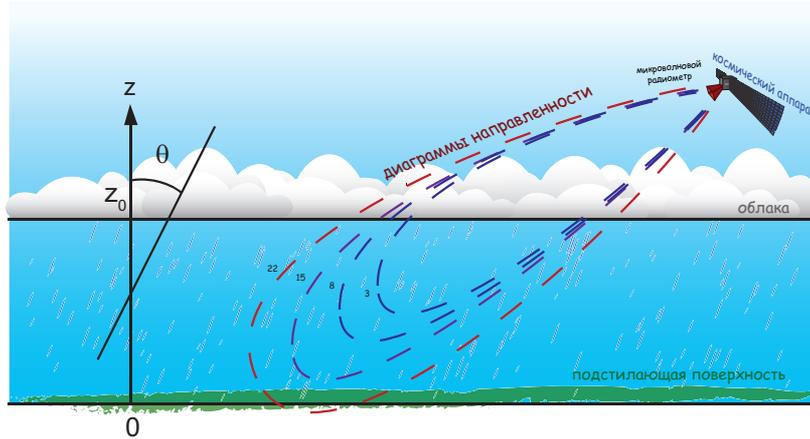


Рис. 1. Схема космического радиозондирования из космоса дождевой плоскострочной атмосферы. Схематически показаны диаграммы направленности различных спектральных каналов радиометра

Рэля-Джинса

$$B_\nu(T) \approx \frac{2\nu^2 kT}{c^2} = \frac{2kT}{\lambda^2} \quad (4)$$

где  $\nu$  — частота волны,  $\lambda$  — длина волны. Главной особенностью приближения Рэля-Джинса является линейная зависимость функции планка от температуры. Это позволяет масштабировать интенсивность в уравнении переноса излучения в градусах Кельвина. Таким образом, интенсивность выражается яркостной температурой определяемой выражением

$$T_b = \frac{\lambda^2}{2k} I \quad (5)$$

В расчете учтена частичная поляризация теплового излучения подстилающей поверхности. Следуя [35], в расчетах принята незначительная вертикальная поляризация этого излучения, характерная для земных грунтов.

Согласно методу дискретных ординат, интеграл рассеяния в (1) приближенно заменяется конечной суммой [36]

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{I}_i = -\mu_i^{-1} \hat{\sigma}_\epsilon \mathbf{I}_i + 2\pi \mu_i^{-1} \times \sum_j x(\Omega_i, \Omega_j) a_j \mathbf{I}_j + \mu_i^{-1} \bar{\sigma}_a(\mu_i) B_\lambda(T(z)), \quad (6)$$

где  $a_i$  и  $\mu_i$  — веса и направляющие косинусы по оси  $z$  (дискретные ординаты) используемой квадратурной формулы,  $\bar{\sigma}_a(\mu_i) B_\lambda(T(z))$  — функция источников теплового излучения,  $\mathbf{I}_i$  — потоки излучения в дискретных направлениях. Дискретизованное таким образом уравнение (6) решается вместе с граничными условиями

$$\mathbf{I}_i(0, \mu_i) = \frac{2k}{\lambda^2} \{2T_1 + 2T_D, Q_1, 0, 0\}, \quad \mu_i > 0, \quad (7)$$

$$\mathbf{I}_i(z_0, \mu_i) = \{0, 0, 0, 0\}, \quad \mu_i < 0, \quad (8)$$

где  $T_1$  — собственная радиояркая температура подстилающей поверхности,  $T_D$  — радиояркая температура диффузного (ламбертовского) отражения, определяемая равенством

$$T_D \int_0^1 \mu d\mu = -R \int_{-1}^0 T(\mu) \mu d\mu \quad (9)$$

при  $z = 0$ . В дискретных ординатах формула (9) принимает вид

$$T_D \sum_{\mu_i > 0} \mu_i a_i = -R \sum_{\mu_i < 0} T_i \mu_i a_i, \quad (10)$$

где  $R$  — коэффициент диффузного отражения подстилающей поверхности.

## 2. РАСЧЕТ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ КРАТНОСТЕЙ РАССЕЯНИЯ

Формально введём в уравнение переноса излучения (1) альbedo однократного рассеяния  $\Lambda$

$$\mu_z \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{I}(z, \Omega) = -\hat{\sigma}_\epsilon \mathbf{I}(z, \Omega) + \frac{\Lambda}{4\pi} \int_{4\pi} \hat{x}(\Omega, \Omega') \mathbf{I}(z, \Omega') d\Omega' + \bar{\sigma}_a(\Omega) B_\lambda(T_2(z)). \quad (11)$$

Будем искать решение уравнения (11) в виде степенного ряда по  $\Lambda$

$$\mathbf{I}(z, \Omega) = \mathbf{I}^{(0)}(z, \Omega) + \Lambda \mathbf{I}^{(1)}(z, \Omega) + \Lambda^2 \mathbf{I}^{(2)}(z, \Omega) + \dots \quad (12)$$

Подставляя решение данного вида в уравнение (11), получим бесконечную систему зацепленных уравнений

вида

$$\mu_z \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{I}^{(0)}(z, \Omega) = -\hat{\sigma}_\varepsilon \mathbf{I}^{(0)}(z, \Omega) + \bar{\sigma}_a(\Omega) B_\lambda(T_2(z)). \quad (13a)$$

$$\mu_z \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{I}^{(1)}(z, \Omega) = -\hat{\sigma}_\varepsilon \mathbf{I}^{(1)}(z, \Omega) + \frac{\Lambda}{4\pi} \int_{4\pi} \hat{x}(\Omega, \Omega') \mathbf{I}^{(0)}(z, \Omega') d\Omega'. \quad (13b)$$

$$\mu_z \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{I}^{(2)}(z, \Omega) = -\hat{\sigma}_\varepsilon \mathbf{I}^{(2)}(z, \Omega) + \frac{\Lambda}{4\pi} \int_{4\pi} \hat{x}(\Omega, \Omega') \mathbf{I}^{(1)}(z, \Omega') d\Omega', \quad (13c)$$

$$\dots \quad (13d)$$

При  $\Lambda = 1$  система уравнений (13) эквивалентна исходному уравнению переноса излучения (1) [37].

Неоднородное граничное условие (7) также может быть разделено по кратностям рассеяния следующим образом

$$\mathbf{I}^{(0)}(0, \Omega) = \frac{2k}{\lambda^2} \{2T_1, Q_1, 0, 0\}, \quad \Omega \cdot \mathbf{z} > 0, \quad (14a)$$

$$\mathbf{I}^{(1)}(0, \Omega) = \frac{2k}{\lambda^2} \{2T_D^{(0)}, 0, 0, 0\}, \quad \Omega \cdot \mathbf{z} > 0, \quad (14b)$$

$$\mathbf{I}^{(2)}(0, \Omega) = \frac{2k}{\lambda^2} \{2T_D^{(1)}, 0, 0, 0\}, \quad \Omega \cdot \mathbf{z} > 0, \quad (14c)$$

$$\dots, \quad (14d)$$

где  $T_D^{(n)}$  — радиояркость температура диффузного Ламбертовского отражения соответствующей кратности излучения согласно формуле (9).

Каждое из уравнений системы (11) заменяется приближенным уравнением в дискретных ординатах полностью аналогично уравнению (6). При этом уравнения для дискретизованных интенсивностей  $\mathbf{I}_i^{(n)}$  полностью разделены и для каждой из них независимо решается задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с начальным условием на нижней или верхней границе при  $\mu_i > 0$  или  $\mu_i < 0$ , соответственно. При  $\mu_i = 0$  уравнения системы (11) становятся алгебраическими, решение которых нетрудно найти в виде

$$\mathbf{I}_i^{(n)} = \hat{\sigma}_\varepsilon^{-1} \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \hat{x}(\Omega, \Omega') \mathbf{I}^{(n-1)}(z, \Omega') d\Omega'. \quad (15)$$

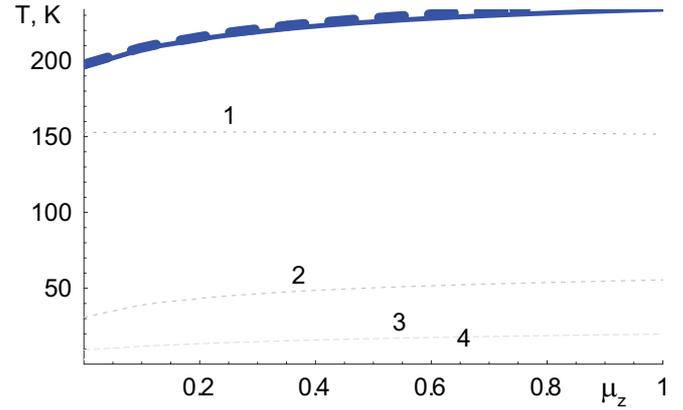


Рис. 2. Угловое распределение радиояркости температуры уходящего радиотеплового излучения с разделением по кратностям. Штриховая кривая — эталонное решение разностной схемой [38] Сплошная кривая — суммарное распределение (сумма всех кратностей) Пунктирные кривые — кратности рассеяния от 1 до 4,  $\lambda = 3$  мм

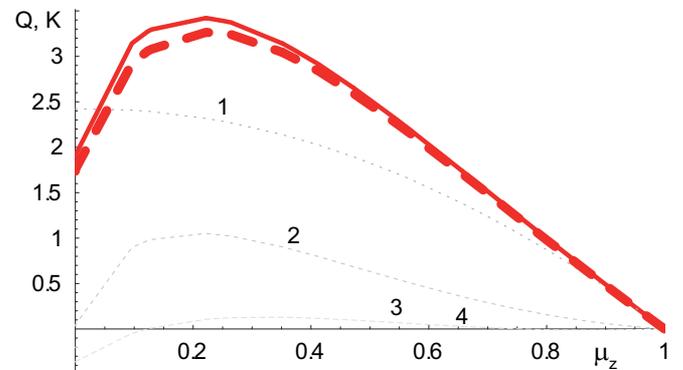


Рис. 3. Угловое распределение второго параметра Стокса  $Q$  уходящего радиотеплового излучения с разделением по кратностям. Штриховая кривая — эталонное решение разностной схемой [38] Сплошная кривая — суммарное распределение (сумма всех кратностей) Пунктирные кривые — кратности рассеяния от 1 до 4,  $\lambda = 3$  мм

## 2.1. Численное моделирование

Типичное угловое распределение излучения в верхней полусфере с разделением по кратностям показано на рис. 2 и 3 (первый и второй параметры Стокса, соответственно). Интенсивность дождя 100 мм/ч, толщина слоя 3 км, параметры Стокса теплового радиоизлучения подстилающей поверхности соответственно  $T_1 = 300$  К и  $Q_1 = 10$  К  $\times$  (1 -  $\mu_z$ ), длина волны 3 мм. Коэффициент диффузного отражения от подложки принят равным нулю. Поглощение в окружающем воздухе приближенно принято согласно [38] в соответствии с таблицей 1.

На рис. 4 показаны относительные вклады кратко-

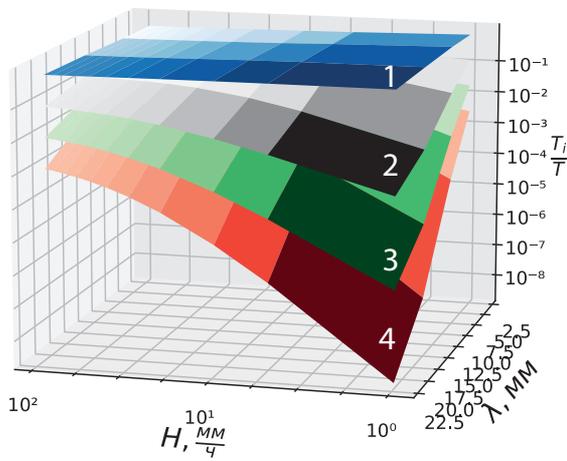


Рис. 4. Относительный вклад последовательных кратностей рассеянного излучения в интегральный отходящий поток (16) в верхнюю полусферу. Синий - первая кратность, черный - вторая, зелёный - третья, красный - четвертая. Интенсивность дождя и относительный вклад последовательных кратностей представлены в логарифмическом масштабе. Длины волн выбраны в окнах прозрачности атмосферы,  $\lambda = 3, 8, 15, 22$  мм [43]

Таблица 1. Коэффициенты поглощения в окружающем воздухе

|                                     |     |    |      |    |
|-------------------------------------|-----|----|------|----|
| $\lambda$ , мм                      | 3   | 8  | 15.4 | 22 |
| $\kappa$ , $10^{-6} \text{ м}^{-1}$ | 330 | 66 | 33   | 13 |

стей рассеяния в интегральный поток излучения

$$\Phi = \int_0^1 T(\mu)\mu d\mu \tag{16}$$

на длине волны 3, 8, 15.4 и 22 мм в зависимости от интенсивности дождя в диапазоне значений 1–100 мм/ч.

### 2.2. Обсуждение результатов

Пусть вся толщина дождевого слоя  $z_0$  разбита на конечные промежутки сеткой из  $N$  узлов, а в каждом узле сетки для представления углового распределения излучения применена квадратурная формула с  $M$  узлами на сфере направлений. Тогда для решения уравнений (13) можно применить любой приближенный численный метод решения обыкновенных дифференциальных уравнений, например типа методов Рунге–Кутты [39].

Кроме того, уравнение переноса (6) можно решать на сетке по  $z$  конечно-разностным методом [40] до выхода решения на стационарное.

В обоих случаях на каждой итерации в  $N$  узлах по толщине слоя вычисляется  $N$  интегралов рассеяния и  $M \times N$  потоков излучения ( $M$  потоков в каждом из  $N$  узлов по  $z_0$ ).

При этом, как показано в [41, 42], зависящие от времени части общего решения УПИ убывают со временем приблизительно как  $\exp(-\sigma_a c t)$ , где  $c$  — скорость света. Следовательно, на каждом шаге разностной схемы со встречными разностями нестационарная часть решения убывает в  $\exp(-\sigma_a c \Delta t) \approx 1 - (\sigma_a c \Delta t)$ , где  $\Delta t$  — шаг разностной схемы по времени. Этот шаг в свою очередь ограничен условием Куранта  $c \Delta t \leq \Delta z$ , где  $\Delta z = z_0 / (N - 1)$  — шаг сетки по толщине слоя.

В случае ПКР для грубых оценок можно принять, что интенсивность излучения каждой кратности рассеяния в результате частичного поглощения при рассеянии убывает приблизительно в  $1 - \sigma_a / \sigma_{ext}$  раз, где  $\sigma_a$  и  $\sigma_{ext}$  — сечения истинного поглощения и полного ослабления, соответственно. В дождевых осадках, как было неоднократно показано расчетами, поглощение составляет значительную часть рассеяния, т.е. величина отношения  $\sigma_a / \sigma_{ext}$  вообще говоря, не мала по сравнению с единицей.

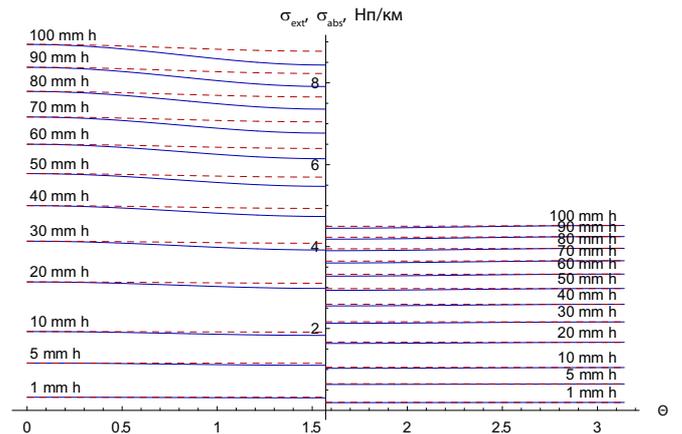


Рис. 5. Радиационные характеристики дождевых осадков различной интенсивности на длине волны 3 мм в зависимости от направления распространения. Левая часть графика  $\theta < \pi/2$  — экстинкция, правая часть графика  $\theta > \pi/2$  — истинное поглощение. Сплошные кривые — вертикальная поляризация, пунктирные кривые — горизонтальная поляризация

В качестве иллюстрации, на рис. 5 показаны зависимости  $\sigma_a$  и  $\sigma_{ext}$  от направления падения излучения вертикальной и горизонтальной поляризации на длине волны 3 мм. Для более длинных волн миллиметрового и сантиметрового диапазона вклад истинного поглощения в общее ослабление оказывается ещё большим.

Тем самым, метод ПКР оказывается экономичнее конечно-разностного решения ВУПИ на установление, в особенности при малых шагах  $\Delta t$  и  $\Delta z$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе реализован расчет переноса теплового радиационного излучения дождевой атмосферы в миллиметровом диапазоне длин волн методом ПКР. Достигнута точность решения, удовлетворительная для приложений дистанционного зондирования. Показано, что для дождевой атмосферы данный подход является наиболее экономичным.

Проведены расчеты для длин волн 3, 8, 15.4 и 22 мм. Проведены сравнительные оценки относительных вкладов различных кратностей излучения в интегральный восходящий тепловой радиационный поток (4).

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова [44].

- [1] *Basharinov A.E., Gurovich A.S., Egorov T.S.* // Radio Emission of the Earth as a Planet. Moscow: Nauka, 1974 [in Russian].
- [2] *Spencer R.W., Goodman H.M., Hood R.E.* // J. Ocean. Technol. **6**, 254 (1989).
- [3] *Greenwald T., Bennartz R., O'Dell C., Heidinger A.* // J. Appl. Meteorol. **44**, (6). (2005).
- [4] *Herreras-Giralda M., Litvinov P., Dubovik O. et al.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. **291**. 108327 (2022).
- [5] *Lenoble J., Herman M., Deuz J.L., Lafrance B. et al.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. **107**. 479 (2007).
- [6] *Lenoble J.* // Atmospheric radiative transfer. A. Deepak Publishing, 1993.
- [7] *Kotchenova S.Y., Vermote E.F., Matarrese R., Klemm F.J.* // Appl. Opt. **45**, 6762 (2006). <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=ao-45-26-6762>
- [8] *Kotchenova S.Y., Vermote E.F.* // Appl. Opt. **46**. 4455 (2007). <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=ao-46-20-4455>
- [9] *Suzuki T., Nakajima T., Tanaka M.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. **107**. 458 (2007).
- [10] *Lenoble J.* // Radiative transfer in scattering and absorbing atmospheres: Standard computational procedures. A. Deepak Publishing, 1985.
- [11] *Stamnes K., Thomas G.E., Stamnes J.J.* // Radiative transfer in the atmosphere and ocean. 2nd ed. Cambridge University Press, 2017. <https://books.google.nl/books?id=GN0qDwAAQBAJ>
- [12] *Mei L., Rozanov V., Burrows J.P.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. **256**. 107270 (2020).
- [13] *Kocifaj M., Saneck R.P., Kohut I.* // Scalar multiple scattering model for remote sensing applications. IEEE. (2003). 0-7803-7993-4/03/
- [14] *Zhai P-W., Hu Y., Trepte C.R., Lucker P.L.* // Opt Express. **17**, N 4. 2057 (2009). <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-17-4-2057>
- [15] *Korkin S., Lyapustin A., Sinyuk A et al.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. **200**. 295 (2017).
- [16] *Faucher T., Davis A.B., Cornet C. et al.* // J. Geophys. Res.: Atmos. **122**, N 1. 344 (2016).
- [17] *Zhai P-W., Hu Y.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. **282**. 108 (2022).
- [18] *Heidinger A.K.* // Journal of applied meteorology and climatology. **45**. (2005).
- [19] *Voronovich A.G., Gasiewski A.J., Weber B.L.* // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. **42**. 1749 (2004).
- [20] *Hansen J.E.* // Astrophys. J., **155**. 565 (1969).
- [21] *van de Hulst H.C., Grossman K.* // Multiple light scattering in planetary atmospheres. The Atmospheres of Venus and Mars. J.C. Brand and M.B. McElroy, Eds. Gordon and Breach, pp. 35-55. 1968.
- [22] *Wang B.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. **315**. 108900 (2024).
- [23] *Wendisch M., von Hoyningen-Huene W.* // Beitr. Phys. Atmos. **64**. 83 (1991).
- [24] *Chami M., Santer R., Dilligeard E.* // R Appl. Opt. **40**. 2398 (2001). <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=ao-40-15-2398>
- [25] *Herman B.M., Asous W., Browning S.R.* // J. Atmos. Sci. **37**. 1828 (1980).
- [26] *Min Q., Duan M.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. **87**, N 3-4. 243 (2004). <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TVR-4BKGB97-F/2/4f03cc598bf386d30eablaed1a537152>
- [27] *Irvine W.M.* // Icarus **25**, N 2. 175 (1975).
- [28] *Evans K.F.* // J. Atmos. Sci. **64**. 3858 (2007).
- [29] *Hou W., Yin Q., Li Z., Liu Y.* // A semi-analytic method to speed up the convergence of successive order of scattering model. In: 2012 IEEE international geoscience and remote sensing symposium. (2012). p. 4260.
- [30] *O'Del C.W., Heidinger A.K., Greenwald T. et al.* // J. Appl. Meteor. Climatol. **45**. 1403 (2006).
- [31] *Liou K.N., Rao N.X.* // J. Atmos. Sci. **53**. 3046 (1996).
- [32] *Duan M., Min Q.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. **95**, N 1. 21 (2005).
- [33] *Czekala H., Simmer C.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. **60**. 365 (1998).
- [34] *Janssen M.A.* // Atmospheric remote sensing by microwave radiometry. A Wiley-Interscience publication, 1937. ISBN 0-471-62891-3
- [35] *Ulaby F.T., Moore R.K., Fung A.K.* // Microwave Remote Sensing, Active and Passive, V.1. Addison-Wesley, Reading, MA, 1981.
- [36] *Chandrasekhar S.* Radiative Transfer. Dover, New York, 1960.
- [37] *Kutuza B.G., Zagorin G.K., Hornbostel A., Schroth A.* // Radio Science. **33**. 677 (1998).
- [38] *Илюшин Я.А., Кутуза Б.Г.* // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. **52**, 3 1. 83(2016).
- [39] *Хэмминг П.В.* // Численные методы. М.: Наука, 1968.
- [40] *Рихтмайер Р., Мортон К.* // Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972. 418 с.
- [41] *Arridge S.R.* // Inverse Problems **15** R41 (1999).
- [42] *textit{Ilyushin, Y.A.* // Planetary and Space Science **55**, N 1-2. 100 (2007).
- [43] Rec. ITU-R P.676-3 1 RECOMMENDATION ITU-R

P.676-3 ATTENUATION BY ATMOSPHERIC GASES  
(Question ITU-R 201/3) (1990-1992-1995-1997)

*Supercomputing Frontiers and Innovations*. **6**, N 2. 4  
(2019).

[44] *Voevodin V.I., Antonov A., Nikitenko D. et al. // J.*

## Thermal radiation Transfer through the rain atmosphere in successive order scattering

**Y. V. Koptcov<sup>1,a</sup>, Y. A. Ilyushin<sup>2,b</sup>, B.G Kuzuza<sup>3,c</sup>**

<sup>1</sup>*Department of Atmospheric Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University  
Moscow 119991, Russia*

<sup>2</sup>*Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics  
Moscow 125009, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>koptcov.iv17@physics.msu.ru, <sup>b</sup>ilyushin@physics.msu.ru, <sup>c</sup>kuzuza@cplire.ru*

In the present work, the authors carried out a theoretical assessment of the thermal radio emission and precipitation intensity and polarization when observed by microwave radiometers from space. We propose to apply the method of successive order of scattering to simulate the microwave radiation of atmospheric clouds and rain. The authors carry out numerical modeling of the transfer of thermal radio emission in the rain atmosphere at a number of wavelengths. We have shown the effectiveness of the method and the solutions obtained in comparison with the finite difference method. It is shown that successive orders of scattering has a significant advantage for solving the tasks set.

PACS: 42.68.Ay.

*Keywords:* thermal radiation transfer, clouds, Successive orders of scattering, SOS.

*Received 07 June 2024.*

### Сведения об авторах

1. Копцов Ярослав Владимирович — аспирант; e-mail: koptcov.iv17@physics.msu.ru.
2. Илюшин Ярослав Александрович — доктор физ.-мат. наук, доцент; e-mail: ilyushin@physics.msu.ru.
3. Кутуза Борис Георгиевич — доктор физ.-мат. наук, проф., зав.лабораторией; e-mail: kuzuza@cplire.ru.