

## Спектроскопия трижды тяжёлых тетракварков

В. О. Галкин<sup>1,\*</sup>, Е. М. Савченко<sup>1,2†</sup><sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук  
Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, д. 40<sup>2</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 07.06.2024; подписана в печать 07.08.2024)

На основе релятивистской кварковой модели и дикварк–антидикварковой картины тетракварков рассчитаны массы основных состояний всех составов трижды тяжёлых тетракварков. В рамках квазипотенциального подхода построен релятивистский потенциал взаимодействия дикварка с антидикварком, который учитывает внутреннюю структуру дикварка и антидикварка, а также все зависящие и не зависящие от спина релятивистские поправки. Проведено сравнение рассчитанных масс тетракварков с порогами развалов на пары тяжёлый+тяжёло–лёгкий мезонов и на этой основе сделаны выводы о возможности экспериментального обнаружения таких состояний.

PACS: 12.39.Ki, 14.40.Lb, 14.40.Nd, 14.40.Rt

УДК: 539.126.4

Ключевые слова: кварк, дикварк, тетракварк, релятивистская кварковая модель.

## ВВЕДЕНИЕ

Кварковая модель адронов [1, 2] предсказывает существование адронов с разными комбинациями кварков и антикварков, основные требования к которым заключаются в отсутствии цветового и целочисленности электрического зарядов. Однако до начала этого тысячелетия на ускорителях наблюдалось лишь два типа состояний: трёхкварковые барионы и кварк–антикварковые мезоны. Состояния, обладающие кварковым составом, отличным от наблюдаемых адронов, получили название «экзотических». Всего за последние двадцать лет было обнаружено несколько десятков, как, пока что, лишь кандидатов, так и уже достоверно подтверждённых тетракварков  $qq\bar{q}\bar{q}$  ( $cs\bar{u}\bar{d}$  — LHCb 2020;  $cu\bar{d}\bar{s}$ ,  $cd\bar{u}\bar{s}$  — LHCb 2022;  $cs\bar{u}\bar{d}$  — LHCb 2021;  $cu\bar{t}\bar{s}$  — LHCb 2021;  $cd\bar{t}\bar{s}$  — LHCb 2023;  $cs\bar{t}\bar{s}$  — LHCb 2020, ATLAS 2023, CMS 2024) и пентакварков  $qqqq\bar{q}$  ( $uudc\bar{c}$  — LHCb 2015, 2019;  $udsc\bar{c}$  — LHCb 2022). Подробный обзор и ссылки на экспериментальные работы можно найти в статье [3].

В настоящее время в литературе нет согласия о природе состояний, проявляющих экзотические свойства. В частности, для четырёхкварковых состояний основными сейчас являются следующие существенно различающиеся интерпретации: компактный тетракварк, состоящий из сильносвязанных цветными силами дикварка и антидикварка; молекула, состоящая из двух слабосвязанных мезонов; адрокварконий, состоящий из тяжёлого кваркония, встроенного в лёгкий мезон; кинематический касп и т.д. Установление истинной природы этих экзотических состояний является сложной экспериментальной задачей.

Объектом наших исследований являются трижды тяжёлые тетракварки. Такой выбор существенно сокращает число подходов, применимых для их описания. На данный момент уже имеется ряд теоретических расчётов в рамках самых разных моделей, однако в них нет согласия, какие из предсказываемых состояний являются достаточно долгоживущими для их экспериментального обнаружения.

Экспериментальные поиски экзотических состояний активно ведутся на всех современных ускорителях частиц. Так, например, четырежды тяжёлые тетракварки недавно были обнаружены в процессах парного рождения чармония на Большом Адронном Коллайдере LHC. Коллаборации LHCb [4] ATLAS [5] и CMS [6] наблюдали одно узкое (резонанс  $X(6900)$ ) и несколько широких состояний четырежды очарованного тетракварка  $cc\bar{c}\bar{c}$ , массы которых согласуются с нашими недавними предсказаниями [7–12]. С другой стороны, продолжительные поиски четырежды прелестного тетракварка  $b\bar{b}\bar{b}\bar{b}$  Коллаборациями LHCb [13] и CMS [14, 15] пока не дали никаких результатов. Поиски этих и других возможных составов продолжаются.

Настоящая работа организована следующим образом. В разделе 1 дано описание дикварк–антидикварковой модели тетракварков и обосновано её применение. В разделе 2 описана релятивистская кварковая модель для расчёта спектров масс тетракварков. В разделе 3 приведены результаты вычислений и их анализ, а именно сравнение спектров масс с порогами распадов на пары мезонов. В заключении сделаны выводы и подведены итоги.

## 1. ДИКВАРК–АНТИДИКВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ ТЯЖЁЛОГО ТЕТРАКВАРКА

Тетракварк является связанным состоянием двух кварков и двух антикварков. Существует 6 типов (флейворов) кварков, и их можно разделить

\* galkin@ccas.ru

† savchenko.em16@physics.msu.ru

на две группы в зависимости от значения их токовых масс [16]: лёгкие с массами  $m_q \ll \Lambda_{\text{КХД}}$  (верхний, нижний, странный) и тяжёлые с массами  $m_Q \gg \Lambda_{\text{КХД}}$  (очарованный, прелестный, истинный), где  $\Lambda_{\text{КХД}} \approx 200 \text{ МэВ}$  — энергия конфинмента кварков. В этой работе исследуются трижды тяжёлые тетракварки: в их состав входят три тяжёлых (очарованных и/или прелестных), и один лёгкий (верхний, нижний или странный) кварки и антикварки. Тяжёлый  $t$ -кварк не рассматривается, поскольку он слишком быстро распадается за счёт слабого взаимодействия ( $\tau_t \lesssim 10^{-23} \text{ с}$ ), не успевая сформировать связанное состояние [17].

Для определённости будем считать, что единственный лёгкий флейвор в составе присутствует именно в виде антикварка. Тогда в дикварк–антидикварковой картине трижды тяжёлый тетракварк рассматривается как сильносвязанное состояние тяжёлых дикварка  $d \equiv \{QQ\}$  и тяжёло-лёгкого антидикварка  $\bar{d}' \equiv \{Q'q\}$ . Дикварковая модель широко используется в физике адронов: теоретически предсказываемый спектр возбуждений в барионах в отсутствие такой модели гораздо шире экспериментально наблюдаемого, а кварк–дикварковая модель барионов накладывает необходимые ограничения, приводящие теорию в согласие с экспериментом [18, 19]. Также в использованном подходе предполагается, что дикварк и антидикварк представляют собой не точечные, а пространственно–протяжённые объекты (как именно производится учёт конечного размера дикварка будет описано позже), взаимодействующие как единое целое (то есть взаимодействия между кварками дикварка и антикварками антидикварка не учитываются).

Другой популярной интерпретацией четырёхкварковых состояний является мезон–мезонная молекулярная модель. Но её применение к описанию тяжёлых тетракварков мы считаем менее предпочтительным. Дело в том, что связь в такой молекуле реализуется либо за счёт сил Ван-дер-Ваальса (достаточно слабы), либо посредством обмена мезоном и описывается потенциалом Юкавы:

$$V(r) = -g \frac{e^{-mr}}{r}. \quad (1)$$

Сила этой связи убывает с ростом массы  $m$  мезона–переносчика, который состоит из тех же кварков и антикварков, что входят в связываемые мезоны. В такой тяжёлой молекуле обменный мезон будет либо тяжёлым, либо тяжёло-лёгким, и, соответственно, взаимодействие будет слишком слабым для формирования связанного состояния.

Дикварк, как связанное состояние двух кварков (фермионов), должен удовлетворять обобщённому принципу Паули. Это означает, что полная волновая функция дикварка должна быть антисимметричной. Волновая функция дикварка состоит из четырёх частей:

$$\Psi_{\text{дикварк}} = \psi_{\text{простр.}} \times \psi_{\text{цвет.}} \times \psi_{\text{флейв.}} \times \psi_{\text{спин.}} \quad (2)$$

Введём следующие ограничения и обоснуем им.

- Пространственная часть волновой функции определяется, среди прочего, орбитальным моментом. Будем рассматривать дикварки только в основном состоянии ( $L_{\text{орб.}} = 0 \rightarrow \psi_{\text{простр.}} \equiv \psi_{\text{симм.}}$ ). Основные состояния дикварков обладают наименьшим пространственным размером, поэтому таким образом сконструированные тетракварки будут с меньшей вероятностью разваливаться на пару мезонов за счёт дикварк–антидикваркового перекрытия.
- В цветовой части волновой функции два кварка в комбинации могут дать антисимметричный триплет и симметричный секстет:  $3 \oplus 3 = \bar{3} + 6$ . Будем рассматривать дикварки только в антириплетном цветовом состоянии ( $\psi_{\text{цвет.}} \equiv \psi_{\text{асимм.}}$ ). В таком случае взаимодействие кварков внутри дикварка будет притягивающим, а иначе — в секстетном цветовом состоянии дикварка — взаимодействие будет отталкивающим. Отметим, что, если принять в рассмотрение взаимодействия между кварками дикварка и антикварками антидикварка, это может стабилизировать секстетное цветовое состояние, однако это выходит за рамки данного исследования.

Таким образом, оставшаяся флейворно–спиновая часть волновой функции дикварка должна быть симметричной. Это приводит к тому, что дикварк, состоящий из двух кварков одного аромата ( $\psi_{\text{флейв.}} \equiv \psi_{\text{симм.}}$ ), будет аксиально-векторным ( $\psi_{\text{спин.}} \equiv \psi_{\text{симм.}}$ ). Если же дикварк состоит из кварков разного аромата, никаких ограничений на спин не возникает, и дикварк может быть как аксиально-векторным ( $A$ ), так и скалярным ( $S$ ).

## 2. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ

Для расчёта спектров масс частиц существует множество самых разных моделей. Их все можно разделить на две большие категории: нерелятивистские и релятивистские. Прежде всего, следует выяснить, есть ли в конкретной задаче необходимость прибегать к учёту релятивистских эффектов. Поскольку оценки скоростей тяжёлых кварков [20] дают значения, достигающие половины скорости света, связанные состояния кварков действительно следует рассматривать в релятивистском приближении. В данном исследовании будем работать в рамках релятивистской кварковой модели, основанной на квазипотенциальном подходе и квантовой хромодинамике. Эта модель хорошо себя зарекомендовала в исследованиях свойств обычных трёхкварковых барионов [19] и кварк–антикварковых мезонов [21].

В рамках этой модели масса связанного состояния определяется с помощью решения релятивистского квазипотенциального уравнения типа Шрёдин-

гера [22–24], описывающего взаимодействие двух частиц:

$$\left( \frac{b^2(M)}{2\mu_R(M)} - \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu_R(M)} \right) \Psi(\mathbf{p}) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) \Psi(\mathbf{q}). \quad (3)$$

Здесь  $\Psi(\mathbf{p})$  и  $M$  — волновая функция и масса связанного состояния,  $\mu_R$  — релятивистская приведённая масса:

$$\mu_R = \frac{M^4 - (m_1^2 - m_2^2)^2}{4M^3}, \quad (4)$$

$m_{1,2}$  — массы конstituентов,  $b^2(M)$  — квадрат относительного импульса в системе центра масс на массовой поверхности:

$$b^2(M) = \frac{[M^2 - (m_1 + m_2)^2][M^2 - (m_1 - m_2)^2]}{4M^2}, \quad (5)$$

$V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M)$  — квазипотенциал взаимодействия.

Левая часть уравнения (3) содержит релятивистскую кинематику в форме сложных зависимостей  $\mu_R$  и  $b^2(M)$  от массы связанного состояния  $M$ . Правая часть уравнения (3) содержит релятивистскую динамику в квазипотенциале  $V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M)$ , строящемся с по-

$$V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) = \underbrace{\frac{\langle d(\mathcal{P}) | J_\mu | d(\mathcal{Q}) \rangle}{2\sqrt{E_d}\sqrt{E_d}} \frac{4}{3} \alpha_s D^{\mu\nu}(\mathbf{k}) \frac{\langle d'(\mathcal{P}') | J_\nu | d'(\mathcal{Q}') \rangle}{2\sqrt{E_{d'}}\sqrt{E_{d'}}}}_{\substack{\text{дикварк-глюонное вз-вие,} \\ \text{доминирует на малых расст.}}} + \underbrace{\Psi_d^*(\mathcal{P}) \Psi_{d'}^*(\mathcal{P}') [J_{d;\mu} J_{d'\mu}^{\text{вект}} V_{\text{конф}}^{\text{вект}}(\mathbf{k}) + V_{\text{конф}}^{\text{скал}}(\mathbf{k})] \Psi_d(\mathcal{Q}) \Psi_{d'}(\mathcal{Q}')}_{\substack{\text{запирание,} \\ \text{доминирует на больших расст.}}}.$$

Вновь, не вдаваясь в технические подробности (которые можно найти в наших предыдущих работах [7–12]), обсудим наиболее важные моменты. Потенциал одноглюонного обмена содержит диагональные матричные элементы  $\langle d(\mathcal{P}) | J_\mu | d(\mathcal{Q}) \rangle$  кварковых токов между дикварками, которые можно параметризовать с помощью формфакторов  $F_{1,2}(\mathbf{k}^2)$  в импульсном пространстве [18, 27] (здесь индексы 1, 2 относятся к дикварку и антидикварку). Эти формфакторы имеют достаточно громоздкие выражения, однако, с высокой точностью, их можно параметризовать [27] с помощью функций вида:

$$F_i(r) = 1 - e^{-\xi_i r - \zeta_i r^2} \quad (6)$$

в конфигурационном пространстве (величины  $\xi_i, \zeta_i$ , подобно массам, являются известными из предыдущих работ параметрами дикварков). Эти функции обладают следующим характерным поведением: на расстояниях  $r > 0.5$  фм они выходят на константу, а на меньших расстояниях — стремительно убывают. Это и реализует учёт конечного размера дикварка: на больших расстояниях его структура неразличима, но, чем бли-

кошь амплитуды рассеяния вне массовой поверхности, спроектированной на состояния с положительной энергией, и содержащем все релятивистские (зависящие и независимые от спина) поправки.

Итак, мы сводим исходную четырёхчастичную задачу к двум последовательным двухчастичным:

- строится квазипотенциал кварк–кваркового взаимодействия и уравнение (3) решается с кварками в качестве конstituентов;
- строится квазипотенциал дикварк–антидикваркового взаимодействия и уравнение (3) решается с дикварками (их массы и волновые функции получены на предыдущем шаге) в качестве конstituентов.

Опустим обсуждение квазипотенциала кварк–кваркового взаимодействия (подробности можно найти в одной из наших предыдущих работ [10]) и будем считать все параметры дикварков уже известными величинами [8].

Квазипотенциал дикварк–антидикваркового взаимодействия состоит из суммы дикварк–глюонного взаимодействия, доминирующего на коротких расстояниях, и векторного и скалярного запираний, доминирующих на больших расстояниях [25, 26]:

же мы оказываемся, тем “яснее его очертания”. После ряда преобразований в итоговом квазипотенциале из этих функций возникает модифицированное кулоновское взаимодействие  $V_{\text{Кул.}}(r)$ :

$$V_{\text{Кул.}}(r) \equiv -\frac{4}{3} \alpha_s \frac{F_1(r) F_2(r)}{r}, \quad (7)$$

которое математически и учитывает конечный размер дикварков.

Выражения для запирающих потенциалов имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} V_{\text{конф.}}^{\text{вект.}}(r) &= (1 - \varepsilon) V_{\text{конф.}}(r), \\ V_{\text{конф.}}^{\text{скал.}}(r) &= \varepsilon V_{\text{конф.}}(r), \\ V_{\text{конф.}}(r) &= V_{\text{конф.}}^{\text{вект.}}(r) + V_{\text{конф.}}^{\text{скал.}}(r) = Ar + B, \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $\varepsilon$  — коэффициент смешивания векторной и скалярной компонент запирающего взаимодействия [20].

Окончательное выражение для квазипотенциала дикварк–антидикваркового взаимодействия представляет следующий вид [8, 10, 26]:

$$\begin{aligned}
 V(r) = & \left[ V_{\text{Кул.}}(r) + V_{\text{конф.}}(r) + \frac{1}{E_1 E_2} \left\{ \mathbf{p} \left[ V_{\text{Кул.}}(r) + V_{\text{конф.}}^{\text{вект.}}(r) \right] \mathbf{p} - \frac{1}{4} \Delta V_{\text{конф.}}^{\text{вект.}}(r) + V'_{\text{Кул.}}(r) \frac{\mathbf{L}^2}{2r} \right\} \right]_a + \\
 & + \left[ \left\{ \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{E_1(E_1 + M_1)} + \frac{1}{E_2(E_2 + M_2)} \right] \frac{V'_{\text{Кул.}}(r)}{r} - \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{M_1(E_1 + M_1)} + \frac{1}{M_2(E_2 + M_2)} \right] \frac{V'_{\text{конф.}}(r)}{r} + \right. \right. \\
 & + \frac{\mu_d}{4} \left[ \frac{1}{M_1^2} + \frac{1}{M_2^2} \right] \frac{V_{\text{конф.}}^{\text{вект.}}(r)}{r} + \frac{1}{E_1 E_2} \left[ V'_{\text{Кул.}}(r) + \frac{\mu_d}{4} \left( \frac{E_1}{M_1} + \frac{E_2}{M_2} \right) V_{\text{конф.}}^{\text{вект.}}(r) \right] \frac{1}{r} \left. \right\} \mathbf{L}(\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2) + \\
 & + \left\{ \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{E_1(E_1 + M_1)} - \frac{1}{E_2(E_2 + M_2)} \right] \frac{V'_{\text{Кул.}}(r)}{r} - \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{M_1(E_1 + M_1)} - \frac{1}{M_2(E_2 + M_2)} \right] \frac{V'_{\text{конф.}}(r)}{r} + \right. \\
 & + \frac{\mu_d}{4} \left[ \frac{1}{M_1^2} - \frac{1}{M_2^2} \right] \frac{V_{\text{конф.}}^{\text{вект.}}(r)}{r} + \frac{1}{E_1 E_2} \frac{\mu_d}{4} \left( \frac{E_1}{M_1} - \frac{E_2}{M_2} \right) \frac{V_{\text{конф.}}^{\text{вект.}}(r)}{r} \left. \right\} \mathbf{L}(\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2) \right]_b + \\
 & + \left[ \frac{1}{3E_1 E_2} \left\{ \frac{1}{r} V'_{\text{Кул.}}(r) - V''_{\text{Кул.}}(r) + \frac{\mu_d^2}{4} \frac{E_1 E_2}{M_1 M_2} \left( \frac{1}{r} V_{\text{конф.}}^{\text{вект.}}(r) - V''_{\text{конф.}}(r) \right) \right\} \left[ \frac{3}{r^2} (\mathbf{S}_1 \mathbf{r})(\mathbf{S}_2 \mathbf{r}) - \mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2 \right] \right]_c + \\
 & + \left[ \frac{2}{3E_1 E_2} \left\{ \Delta V_{\text{Кул.}}(r) + \frac{\mu_d^2}{4} \frac{E_1 E_2}{M_1 M_2} \Delta V_{\text{конф.}}^{\text{вект.}}(r) \right\} \mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2 \right]_d, \tag{9}
 \end{aligned}$$

где явно выделены не зависящие (a) и зависящие от спина (спин-орбитальные (b), тензорные (c) и спин-спиновые (d)) взаимодействия. Здесь  $M_i$ ,  $E_i = \sqrt{M_i^2 + \mathbf{p}_i^2}$  и  $\mathbf{S}_i$  — массы, энергии и спины отдельных дикварков,  $\mu_d = 0$  — полный хромомангнитный момент дикварка [18],  $\mathbf{L}$  — орбитальный момент тетракварка.

Методика решения задачи на поиск массы тетракварка следующая: уравнение (3) с квазипотенциалом (9) численно решается при фиксированных  $\mu_R$  как уравнение Шрёдингера [28], после чего методом последовательных приближений [24] находятся массы тетракварков.

Все свободные параметры модели, такие как параметры запирающего потенциала  $A, B$ , коэффициент смешивания запирающего потенциала  $\varepsilon$ , константа, характеризующая аномальный хромомангнитный момент кварков  $\kappa$ , параметры формфакторов  $\xi, \zeta$ , массы кварков и дикварков взяты из предыдущих работ по исследованию свойств мезонов и барионов и приведены в табл. 1–2.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И АНАЛИЗ

В табл. 3–5 приведены вычисленные массы основных состояний трижды тяжёлых тетракварков, условно поделённые на три категории: с одним открытым тяжёлым ароматом  $QQ\bar{Q}\bar{q}$ , с парой открытого и скрытого тяжёлых ароматов  $QQ'\bar{Q}\bar{q}$  и с двумя открытыми тяжёлыми ароматами  $QQ\bar{Q}'\bar{q}$  ( $Q = c, b \neq Q', q = u, d, s$ ).

Проанализируем результаты. Для этого сравним вычисленные массы тетракварков с порогами распадов на пары мезонов, состоящих из тех же кварков и антикварков, что и исходный тетракварк. Если масса тетракварка оказывается ниже соответствующего порога,

тогда сильные распады, протекающие через перегруппировку кварков и антикварков, кинематически запрещены. Такой тетракварк сможет распасться только за счёт подавленных каналов сильного (если есть одинаковые тяжёлые кварк и антикварк, за счёт их аннигиляции), слабого или электромагнитного взаимодействий, и, следовательно, он должен иметь узкую ширину и быть экспериментально отчётливо наблюдаемым. Если тетракварк имеют массу, незначительно (на несколько МэВ) превышающую эти пороговые значения, то его также можно наблюдать как узкий резонанс. Наконец, если масса тетракварка значительно превышает такие пороги, он будет быстро разваливаться на пару мезонов, и, соответственно, его будет тяжело выделить в эксперименте.

Необходимо отметить, что представленные расчёты имеют теоретические неопределённости, связанные с использованием кварковой модели и дикварк-антидикварковой картины тетракварков. Погрешности в рамках модели могут быть легко оценены, и не превышают нескольких МэВ. Дикварк-антидикварковая картина вносит значительно большие неопределённости, которые не могут быть строго рассчитаны в рамках используемой модели. Поэтому полная погрешность проведённых расчётов может быть определена только на основе предыдущих расчётов в рамках используемых приближений. Её грубая оценка составляет порядка 20–50 МэВ. Эту неопределённость нужно учитывать при анализе полученных предсказаний. В результате состояния с массами вблизи порогов сильных развалов (с  $\Delta < 50$  МэВ) могут оказаться как под, так и над соответствующими порогами. Наибольший интерес для экспериментального обнаружения представляют состояния с  $\Delta \leq 100$  МэВ, так как их процессы развала на пару мезонов будут кинематически подавлены за счёт небольшого фазового объёма.

В табл. 6 приведены те состояния трижды тяжёлых

Таблица 1. Параметры модели [29–32]

$m_u = m_d$	$m_s$	$m_c$	$m_b$	$A$	$B$	$\varepsilon$	$\kappa$
0.33 ГэВ	0.5 ГэВ	1.55 ГэВ	4.88 ГэВ	0.18 ГэВ <sup>2</sup>	-0.3 ГэВ	-1	-1

Таблица 2. Массы и параметры формфакторов тяжёло-лёгких и тяжёлых дикварков [25–27]

Состав дикварка	Тип дикварка	Q = c			Q = b		
		M, МэВ	$\xi$ , ГэВ	$\zeta$ , ГэВ <sup>2</sup>	M, МэВ	$\xi$ , ГэВ	$\zeta$ , ГэВ <sup>2</sup>
[Q, u]	S	1973	2.55	0.63	5359	6.10	0.55
{Q, u}	A	2036	2.51	0.45	5381	6.05	0.35
[Q, s]	S	2091	2.15	1.05	5462	5.70	0.35
{Q, s}	A	2158	2.12	0.99	5482	5.65	0.27
[Q, c]	S				6519	1.50	0.59
{Q, c}	A	3226	1.30	0.42	6526	1.50	0.59
{Q, b}	A	6526	1.50	0.59	9778	1.30	1.60

Таблица 3. Массы (МэВ) основных состояний трижды тяжёлых тетракварков с одним открытым тяжёлым ароматом (cc $\bar{c}\bar{u}$ , cc $\bar{c}\bar{s}$ , bb $\bar{b}\bar{u}$ , bb $\bar{b}\bar{s}$ )

dd'	nL	n <sub>r</sub>	L	S	J <sup>P</sup>	M <sub>cc<math>\bar{c}\bar{u}</math></sub>	M <sub>cc<math>\bar{c}\bar{s}</math></sub>	M <sub>bb<math>\bar{b}\bar{u}</math></sub>	M <sub>bb<math>\bar{b}\bar{s}</math></sub>
A $\bar{A}$	1S	0	0	0	0 <sup>+</sup>	5080	5205	14895	14998
				1	1 <sup>+</sup>	5104	5227	14901	15003
				2	2 <sup>+</sup>	5147	5267	14913	15014
A $\bar{S}$				1	1 <sup>+</sup>	5060	5180	14885	14989

Таблица 4. Массы (МэВ) основных состояний трижды тяжёлых тетракварков с парой открытого и скрытого тяжёлых ароматов (cb $\bar{c}\bar{u}$ , cb $\bar{c}\bar{s}$ , bc $\bar{b}\bar{u}$ , bc $\bar{b}\bar{s}$ )

dd'	nL	n <sub>r</sub>	L	S	J <sup>P</sup>	M <sub>cb<math>\bar{c}\bar{u}</math></sub>	M <sub>cb<math>\bar{c}\bar{s}</math></sub>	M <sub>bc<math>\bar{b}\bar{u}</math></sub>	M <sub>bc<math>\bar{b}\bar{s}</math></sub>
A $\bar{A}$	1S	0	0	0	0 <sup>+</sup>	8383	8503	11668	11770
				1	1 <sup>+</sup>	8396	8515	11675	11777
				2	2 <sup>+</sup>	8420	8538	11689	11791
A $\bar{S}$				1	1 <sup>+</sup>	8344	8460	11660	11764
S $\bar{A}$						8401	8520	11675	11777
S $\bar{S}$				0	0 <sup>+</sup>	8337	8453	11653	11757

Таблица 5. Массы (МэВ) основных состояний трижды тяжёлых тетракварков с двумя открытыми тяжёлыми ароматами (cc $\bar{c}\bar{u}$ , cc $\bar{c}\bar{s}$ , bb $\bar{b}\bar{u}$ , bb $\bar{b}\bar{s}$ )

dd'	nL	n <sub>r</sub>	L	S	J <sup>P</sup>	M <sub>cc<math>\bar{c}\bar{u}</math></sub>	M <sub>cc<math>\bar{c}\bar{s}</math></sub>	M <sub>bb<math>\bar{b}\bar{u}</math></sub>	M <sub>bb<math>\bar{b}\bar{s}</math></sub>
A $\bar{A}$	1S	0	0	0	0 <sup>+</sup>	8398	8501	11636	11755
				1	1 <sup>+</sup>	8410	8513	11646	11764
				2	2 <sup>+</sup>	8433	8535	11664	11781
A $\bar{S}$				1	1 <sup>+</sup>	8399	8504	11591	11707

Таблица 6. Массы основных состояний трижды тяжёлых тетракварков ( $cc\bar{c}\bar{u}$ ,  $cc\bar{c}\bar{s}$ ,  $cb\bar{c}\bar{u}$ ,  $cb\bar{c}\bar{s}$ ,  $cc\bar{b}\bar{u}$ ,  $cc\bar{b}\bar{s}$ ,  $bb\bar{c}\bar{u}$ ,  $bb\bar{c}\bar{s}$ ), лежащие прямо над или под порогами распадов на пары мезонов

$QQ'\bar{Q}'\bar{q}$	$d\bar{d}$	$nL$	$S$	$J^P$	$M$	$M_{\text{порог}}$	$\Delta$	пара мезонов
$cc\bar{c}\bar{u}$	$A\bar{A}$	1S	2	$2^+$	5147	5104	43	$D^*(2007)^0 J/\psi(1S)$
$cc\bar{c}\bar{s}$	$A\bar{A}$		2	$2^+$	5267	5209	58	$D_s^{*,+} J/\psi(1S)$
$cb\bar{c}\bar{u}$	$A\bar{A}$		2	$2^+$	8420	8340	80	$D^*(2007)^0 B_c^-(1^3S_1)$
$cb\bar{c}\bar{s}$	$A\bar{A}$		2	$2^+$	8538	8445	93	$D_s^{*,+} B_c^-(1^3S_1)$
$cc\bar{b}\bar{u}$	$A\bar{A}$		2	$2^+$	8433	8340	93	$D^*(2007)^0 B_c^+(1^3S_1)$
$cc\bar{b}\bar{s}$	$A\bar{A}$		2	$2^+$	8535	8445	90	$D_s^{*,+} B_c^+(1^3S_1)$
$bb\bar{c}\bar{u}$	$A\bar{A}$		0	$0^+$	11636	11554	82	$B^- B_c^-(1^1S_0)$
			1	$1^+$	11646	11599	47	$B^{*,-} B_c^-(1^1S_0)$
			2	$2^+$	11664	11658	6	$B^{*,-} B_c^-(1^3S_1)$
$bb\bar{c}\bar{s}$	$A\bar{S}$		1	$1^+$	<b>11591</b>	11599	<b>-8</b>	$B^{*,-} B_c^-(1^1S_0)$
			1	$1^+$	11764	11690	74	$\bar{B}_s^{*,0} B_c^-(1^1S_0)$
			2	$2^+$	11781	11748	33	$\bar{B}_s^{*,0} B_c^-(1^3S_1)$
$bb\bar{c}\bar{s}$	$A\bar{S}$		1	$1^+$	11707	11690	17	$\bar{B}_s^{*,0} B_c^-(1^1S_0)$

тетракварков, которые находятся под или прямо над порогами сильных развалов на пары мезонов. Видно, что одно состояние, а именно аксиально-скалярный тетракварк  $bb\bar{c}\bar{u}$ , лежит ниже соответствующего порога, и, соответственно, оно является потенциально наблюдаемым в других каналах распадов.

Мы также можем сравнить полученные результаты с предсказаниями других научных групп [33–39] в рамках других моделей и подходов. Оказывается, что наши результаты достаточно хорошо согласуются со всеми результатами в рамках расширенной хромомангнитной модели [36]. В то же время, в других работах часть предсказаний согласуется с нашими результатами, а другие систематически выше на 200-700 МэВ, и, в основном, чем тяжелее тетракварк, тем сильнее расхождение.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках релятивистской кварковой модели и дикварк-антидикварковой картины тетракварков проведён расчёт спектров масс основных состояний всех возможных составов трижды тяжёлых тетракварков. Важной особенностью проведённых вычислений является последовательный учёт релятивистских эффектов и конечного размера дикварка, который

приводит к ослаблению потенциала одноглюонного обмена за счёт формфакторов дикварк-глюонного взаимодействия.

Проведён анализ рассчитанных спектров масс тетракварков путём сравнения их с порогами сильных распадов на пары тяжёлый+тяжёло-лёгкий мезонов, состоящих из исходных кварков и антикварков тетракварка. Установлены кандидаты, которые могут иметь наименьшие ширины и в результате наблюдаться как узкие состояния в различных каналах распадов.

Экспериментальные поиски экзотических состояний в целом и тетракварков в частности продолжают, поэтому можно ожидать, что в ближайшее время появятся новые экспериментальные кандидаты в разных массовых секторах.

### Благодарности

Авторы выражают благодарность А.В. Бережному и Д. Эберту за полезные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС», грант № 22-2-10-3-1.

[1] Gell-Mann M. // Phys. Lett. **8**, N3. 214. (1964).  
 [2] Zweig G. // Developments in the Quark Theory of Hadrons. vol. 1. 22 (1964).  
 [3] Chen H.X. et al. // Rep. Prog. Phys. **86**, N2. 026201 (2022).

[4] Aaij R. et al. // Sci. Bull. **65**, N23. 1983 (2020).  
 [5] Aad G. et al. // Phys. Rev. Lett. **131**, N15. 151902 (2023).  
 [6] Hayrapetyan A. et al. // Phys. Rev. Lett. **132**, N11. 111901 (2024).

- [7] *Faustov R.N., Galkin V.O., Savchenko E.M.* // Phys. Rev. D. **102**, N 11. 114030 (2020).
- [8] *Faustov R.N., Galkin V.O., Savchenko E.M.* // Universe. **7**, N 4. 94 (2021).
- [9] *Галкин В.О., Савченко Е.М., Фаустов Р.Н.* // Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. № 4. 2241512 (2022).
- [10] *Faustov R.N., Galkin V.O., Savchenko E.M.* // Symmetry. **14**, N 12. 2504. (2022).
- [11] *Галкин В.О., Савченко Е.М.* // Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. № 4. 2341504 (2023).
- [12] *Faustov R.N., Galkin V.O., Savchenko E.M.* // Eur. Phys. J. A. **60**, N 5. 96 (2024)
- [13] *Aaij R. et al.* // J. High Energy Phys. **2018**, N 10. 1 (2018).
- [14] *Khachatryan V. et al.* // J. High Energy Phys. **2017**, N 5. 1 (2017).
- [15] *Sirunyan A.M. et al.* // Phys. Lett. B. **808**. 135578. (2020).
- [16] *Particle Data Group et al.* // Prog. Theor. Exp. Phys. **2022**, N 8. 083C01 (2022).
- [17] *Bigi I., Dokshitzer Y., Khoze V., Kühn J., Zerwas P.* // Phys. Lett. B. **181**, N 1-2. 157 (1986).
- [18] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Rev. D. **72**, N 3. 034026 (2005).
- [19] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Rev. D. **84**, N 1. 014025 (2011).
- [20] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Rev. D. **67**, N 1. 014027 (2003).
- [21] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Eur. Phys. J. C. **71**, N 12. (2011).
- [22] *Logunov A.A., Tavkhelidze A.N.* // Nuovo Cim. **29**, N 2. 380 (1963).
- [23] *Мартыненко А.П., Фаустов Р.Н.* // ТМФ. **64**, № 2. 179 (1985). ; Theor. Math. Phys. **64**, N 2. 765 (1985).
- [24] *Галкин В.О., Фаустов Р.Н.* // ТМФ. **85**, № 1. 15 (1990); Theor. Math. Phys. **85**, N 1. 1119 (1990).
- [25] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Lett. B. **634**, N 2-3. 214 (2006).
- [26] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O., Lucha W.* // Phys. Rev. D. **76**, N 11. 114015 (2007).
- [27] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O., Martynenko A.P.* // Phys. Rev. D. **66**, N 1. 014008 (2002).
- [28] *Lucha W., Schöberl F.F.* // Int. J. Mod. Phys. C. **10**, N 04 607 (1999).
- [29] *Galkin V.O., Faustov R.N.* // Sov. J. Nucl. Phys. **44**, N 6. 1575 (1986).
- [30] *Galkin V.O., Mishurov A.Yu., Faustov R.N.* // Sov. J. Nucl. Phys. **51**, N 4. 705 (1990).
- [31] *Galkin V.O., Mishurov A.Yu., Faustov R.N.* // Sov. J. Nucl. Phys. **55**, N 8. 1207 (1992).
- [32] *Faustov R.N., Galkin V.O.* // Z. Phys. C: Part. Fields. **66**, N 1-2. 119 (1995).
- [33] *Chen K., Liu X., Liu Y.R., Wu J., Zhu S.L.* // Eur. Phys. J. A. **53**, N 1. 5 (2017).
- [34] *Jiang J.F., Chen W., Zhu S.L.* // Phys. Rev. D. **96**, N 9. 094022 (2017).
- [35] *Lü Q.F., Chen D.Y., Dong Y.B., Santopinto E.* // Phys. Rev. D. **104**, N 5. 054026 (2021).
- [36] *Weng X.Z., Deng W.Z., Zhu S.L.* // Phys. Rev. D. **105**, N 3. 034026 (2022).
- [37] *Liu X., Tan Y., Chen D., Huang H., Ping J.* // Phys. Rev. D. **107**, N 5. 054019 (2023).
- [38] *Mutuk H.* // Eur. Phys. J. C. **83**, N 5. 358 (2023).
- [39] *Zhu Z.H., Zhang W.X., Jia D.* // Eur. Phys. J. C. **84**, N 4. 344 (2024).

## Triply heavy tetraquark spectroscopy

V. O. Galkin<sup>1,a</sup>, E. M. Savchenko<sup>1,2,b</sup>

<sup>1</sup>*Federal Research Center «Computer Science and Control», Russian Academy of Sciences  
Moscow, 119333 Russia*

<sup>2</sup>*Department of Quantum theory and High Energy Physics Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University  
Moscow 119991, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>galkin@ccas.ru, <sup>b</sup>savchenko.em16@physics.msu.ru*

The masses of the ground states of all possible compositions of triply heavy tetraquarks are calculated on the basis of the relativistic quark model and the diquark–antidiquark picture of tetraquarks. Within the framework of the quasipotential approach, the relativistic potential of the diquark–antidiquark interaction is constructed, which takes into account the internal structure of the diquark and antidiquark, as well as all spin–dependent and spin–independent relativistic corrections. The calculated masses of tetraquarks are compared with the heavy+heavy–light meson pair decay thresholds and conclusions are drawn about the possibility of experimental observation of such states.

PACS: 12.39.Ki, 14.40.Lb, 14.40.Nd, 14.40.Rt.

*Keywords:* quark, diquark, tetraquark, relativistic quark model.

*Received 07 June 2024.*

### Сведения об авторах

1. Галкин Владимир Олегович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (499) 135-01-48, e-mail: galkin@ccas.ru.
2. Савченко Елена Михайловна: тел.: (495) 939-16-47, e-mail: savchenko.em16@physics.msu.ru.