

**Редкие распады  $D_s$  мезонов в легкие псевдоскалярные мезоны**В. О. Галкин<sup>1\*</sup> И. С. Суханов<sup>1,2†</sup><sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук  
Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, д. 40<sup>2</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 09.06.2024; подписана в печать 15.07.2024)

В рамках релятивистской кварковой модели, основанной на квазипотенциальном подходе и квантовой хромодинамике, подробно исследованы редкие распады  $D_s$ -мезонов в псевдоскалярные мезоны. Формфакторы, параметризующие матричные элементы слабого тока между мезонными состояниями, рассчитаны с последовательным учетом релятивистских эффектов. Их зависимость от квадрата переданного импульса явно определена во всей доступной кинематической области. С помощью эффективных коэффициентов Вилсона учтены эффекты электрослабой физики на малых расстояниях, и вклады промежуточных резонансов на больших расстояниях. С помощью метода спиральных амплитуд получены выражения для дифференциальной ширины распада и рассчитаны относительные вероятности распада. Полученные результаты согласуются с имеющимися верхними экспериментальными ограничениями.

PACS: 12.39.Ki, 13.20.-v, 13.25.Ft УДК: 539.126

Ключевые слова: редкие распады, очарованные мезоны, коэффициенты Вилсона, изменяющий аромат нейтральный ток, релятивистская кварковая модель.

**ВВЕДЕНИЕ**

Изучение распадов, обусловленных изменяющими аромат нейтральными токами, является ключевым инструментом для проверки Стандартной Модели (далее СМ) и поиска физики за её пределами. В последние годы была проделана большая работа по анализу процессов редких распадов с участием  $b$ -кварков. За это время теоретические предсказания и экспериментальные измерения достигли высокого уровня точности. В то же время, редкие распады с участием  $c$ -кварков гораздо хуже исследованы. Экспериментальный и теоретический анализы являются более сложными, так как такие переходы сильно подавлены механизмом Глэшоу-Илиопулоса-Майани (далее ГИМ) [1]. В результате существенно возрастает роль резонансных вкладов, которые превышают эффекты физики электрослабого взаимодействия. Помимо этого, во многих случаях, расширения СМ могут нарушить подавление ГИМ и привести к вкладам, которые могут быть на порядок больше, чем в СМ [2].

В данной работе проведен расчет матричных элементов изменяющего аромат нейтрального слабого тока между начальными  $D_s$ -мезонами и псевдоскалярными легкими мезонами в рамках релятивистской кварковой модели [3], основанной на квазипотенциальном подходе. Найдено, что релятивистские эффекты играют важную роль как для легких, так и для тяжелых адронов. Таким образом, форм-факторы рассчитаны с последовательным учетом релятивистской дина-

мики кварков. Они выражены через интегралы перекрытия волновых функций мезонов, известных из изучения их спектроскопии. Зависимость форм-факторов от квадрата переданного импульса  $q^2$  определена в явном виде во всем кинематическом диапазоне без дополнительных предположений и экстраполяций. Эти форм-факторы и спиральный формализм были использованы для расчета дифференциальных и относительных вероятностей распада (Branching fraction). Проведено сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными ограничениями и предыдущими предсказаниями.

Настоящая работа организована следующим образом. В разделе 1 описана релятивистская кварковая модель и ее применение к расчету инвариантных форм-факторов. В разделе 2 получены выражения для расчетов дифференциальных ширин распада, полных ширин распада и полных вероятностей распада. В разделе ?? приведены результаты вычислений и их анализ, а именно сравнение вычисленных наблюдаемых величин с экспериментальными данными. В заключении подведены итоги.

**1. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ**

Как было отмечено во введении, для расчёта свойств мезонов в данной работе используется релятивистская кварковая модель (далее РКМ), основанная на квазипотенциальном подходе. В этой модели, мезон массы  $M$  описывается волновой функцией  $\Psi_M(\mathbf{p})$  связанного кварк-антикварк состояния, удовлетворяющей квазипотенциальному уравнению шрёдингерского вида:

\* galkin@ccas.ru

† sukhanov.is17@physics.msu.ru

$$\left( \frac{b^2(M)}{2\mu_R} - \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu_R} \right) \Psi_M(\mathbf{p}) = \int \frac{d^3q}{2\pi^3} V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) \Psi_M(\mathbf{q}), \quad (1)$$

где  $\mathbf{p}$  — относительный импульс кварков. Квадрат относительного импульса в системе центра масс на массовой поверхности равен:

$$b^2(M) = \frac{[M^2 - (m_1 + m_2)^2][M^2 - (m_1 - m_2)^2]}{4M^2}, \quad (2)$$

а релятивистская приведенная масса определяется соотношением:

$$\mu_R = \frac{M^4 - (m_1^2 - m_2^2)^2}{4M^3}, \quad (3)$$

где  $m_{1,2}$  — массы кварков.

Ядром уравнения (1) является мотивированный КХД кварк-антикварковый потенциал  $V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M)$ , который строится с помощью амплитуды рассеяния вне массовой поверхности, спроецированной на состояния с положительной энергией. Предполагается, что оно состоит из потенциала одноглюонного обмена, доминирующего на малых расстояниях, и смеси скалярного и векторного линейных запирающих взаимодействий, доминирующих на больших расстояниях. Кроме того, предполагается, что вершина дальнегодействующего запирающего векторного взаимодействия содержит дополнительный паулиевский член. Заметим, что подобная лоренцевская структура для ковариантного ядра взаимодействия была предположена в работе [4].

Таким образом, квазипотенциал задается следующим образом:

$$V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) = \bar{u}_1(p)\bar{u}_2(-p)\mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M)u_1(q)u_2(-q), \quad (4)$$

при этом:

$$\mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) = \frac{4}{3}\alpha_s D_{\mu\nu}(\mathbf{k})\gamma_1^\mu\gamma_2^\nu + V_{conf}^V(\mathbf{k})\Gamma_1^\mu(\mathbf{k})\Gamma_{2;\nu}(\mathbf{k}) + V_{conf}^S(\mathbf{k}), \quad (5)$$

где  $\mathbf{k} = \mathbf{p} - \mathbf{q}$ ,  $\alpha_s$  — постоянная связи КХД,  $D_{\mu\nu}$  — пропагатор глюонов в кулоновской калибровке,  $\gamma_\mu$  и  $u(p)$  — матрицы Дирака и спиноры, соответственно. Вершина дальнегодействующего векторного взаимодействия имеет вид:

$$\Gamma_\mu(\mathbf{k}) = \gamma_\mu + \frac{i\kappa}{2m}\sigma_{\mu\nu}k^\nu, \quad (6)$$

где  $\kappa$  — дальнегодействующий аномальный хромагнитный момент кварка. Важно отметить, что построенный квазипотенциал содержит как спин-независимые, так и спин-зависимые релятивистские вклады. Все параметры модели были зафиксированы в работе [4] из рассмотрения адронной спектроскопии и адронных распадов. Выпишем полученные значения всех параметров модели.

Значение конституэнтных масс кварков равны:  $m_b = 4.88$  ГэВ,  $m_c = 1.55$  ГэВ,  $m_s = 0.5$  ГэВ,  $m_{u,d} = 0.33$  ГэВ; параметры линейного потенциала равны  $A = 0.18$  ГэВ<sup>2</sup> и  $B = -0.30$  ГэВ. Значение параметра смешивания скалярного и векторного запирающих потенциалов  $\varepsilon = -1$  было определено при рассмотрении полуплептоновых распадов  $B \rightarrow D$  [5], и радиационных распадов чармония [4]. Наконец, универсальная паулевская константа взаимодействия  $\kappa = -1$  была зафиксирована на основании анализа тонкого расщепления  $^3P_J$ -состоянии тяжелых кваркониев [4].

Постоянную связи КХД возьмём с инфракрасным замерзанием [6, 7]:

$$\alpha_s(\mu) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \frac{\mu^2 + M_0^2}{\Lambda^2}}, \quad (7)$$

где  $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$ ,  $n_f$  — число ароматов,  $\Lambda = 413$  МэВ,  $M_0 = 2.24\sqrt{A} = 0.95$  ГэВ и масштаб  $\mu = \frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}$ . Такой выбор  $\alpha_s$  необходим для получения масс лёгких [6] и тяжёло-лёгких [7] мезонов в согласии с экспериментальными данными. Полученные в работах [6, 7] волновые функции  $D_s$  и  $K$  мезонов используются для расчётов матричных элементов распадов.

Для рассмотрения редких распадов  $D_s$ -мезонов необходимо вычислить адронный матричный элемент локального тока, определяющего слабый переход  $c \rightarrow u$ . В квазипотенциальном подходе матричный элемент этого слабого тока  $J_\mu^W$  между начальным  $D_s$  мезоном с четырёх-импульсом  $p_{D_s}$  и конечным мезоном  $K$  с четырёх-импульсом  $p_K$  определяется выражением [8]:

$$\langle K(p_K) | J_\mu^W | D_s(p_{D_s}) \rangle = \int \frac{d^3p d^3q}{(2\pi)^6} \bar{\Psi}_{K\mathbf{p}_K}(\mathbf{p}) \Gamma_\mu(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \Psi_{D_s\mathbf{p}_{D_s}}(\mathbf{q}), \quad (8)$$

где  $\Psi_{M\mathbf{p}_M}$  — начальная и конечная мезонные волновые функции, спроецированные на состояния с положительной энергией и бустированные в движущуюся систему отсчета с трех-импульсом  $\mathbf{p}_M$ . Вершинная функция равна:

$$\Gamma = \Gamma^{(1)} + \Gamma^{(2)}, \quad (9)$$

где  $\Gamma^{(1)}$  является вершинной функцией первого порядка, соответствующей импульсному приближению [8]:

$$\Gamma_\mu^{(1)}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \bar{u}_u(p_u)\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u_c(q_c)(2\pi)^3\delta(\mathbf{p}_s - \mathbf{q}_s), \quad (10)$$

в которой  $\delta$  функция отвечает за сохранение импульса на антикварковой линии спектатора  $q$ . Вершинная функция  $\Gamma^{(2)}$  учитывает взаимодействие активных кварков ( $c, u$ ) со спектаторным антикварком ( $q$ ) и включает часть пропагатора активного кварка с отрицательной энергией. Она является следствием проекции на состояния с положительной энергией и имеет вид [8]:

$$\Gamma_{\mu}^{(2)}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \bar{u}_u(p_u)\bar{u}_s(p_s) \left\{ \mathcal{V}(\mathbf{p}_s - \mathbf{q}_s) \frac{\Lambda_u^{(-)}(k')}{\epsilon_u(k') + \epsilon_u(q_u)} \gamma_1^0 \gamma_{1\mu} (1 - \gamma_1^5) + \gamma_{1\mu} (1 - \gamma_1^5) \frac{\Lambda_c^{(-)}(k)}{\epsilon_c(k) + \epsilon_c(p_u)} \gamma_1^0 \mathcal{V}(\mathbf{p}_s - \mathbf{q}_s) \right\} u_c(q_c) u_s(q_s), \quad (11)$$

где  $\mathbf{k} = \mathbf{p}_u - \Delta$ ;  $\mathbf{k}' = \mathbf{q}_c + \Delta$ ;  $\Delta = \mathbf{p}_K - \mathbf{p}_{D_s}$ ;  $\epsilon(p) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ ; и оператор проектирования на состояния с отрицательной энергией:

$$\Lambda^{(-)}(p) = \frac{\epsilon(p) - (m\gamma^0 + \gamma^0(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{p}))}{2\epsilon(p)}.$$

Расчеты распадов адронов обычно ведутся в системе покоя распадающегося адрона, в данном случае это  $D_s$  мезон, и поэтому его импульс  $\mathbf{p}_{D_s} = 0$ . Тогда конечный мезон  $K$  движется с импульсом отдачи  $\Delta = \mathbf{p}_K$  и его волновая функция должна быть бустирована в движущуюся систему отсчета. Волновая функция движущегося мезона  $\Psi_{K\Delta}$  связана с волновой функцией в системе покоя  $\Psi_{K0}$  преобразованием:

$$\Psi_{K\Delta}(\mathbf{p}) = D_u^{1/2}(R_{L\Delta}^W) D_s^{1/2}(R_{L\Delta}^W) \Psi_{K0}, \quad (12)$$

$$\langle K(p_K) | \bar{u}\gamma^{\mu}c | D_s(p_{D_s}) \rangle = f_+(q^2) \left[ p_{D_s}^{\mu} + p_K^{\mu} - \frac{M_{D_s}^2 - M_K^2}{q^2} q^{\mu} \right] + f_0(q^2) \frac{M_{D_s}^2 - M_K^2}{q^2} q^{\mu}, \quad (14)$$

$$\langle K(p_K) | \bar{u}\gamma^{\mu}\gamma_5c | D_s(p_{D_s}) \rangle = 0, \quad (15)$$

$$\langle K(p_K) | \bar{u}\sigma^{\mu\nu}q_{\nu}c | D_s(p_{D_s}) \rangle = \frac{if_T(q^2)}{M_{D_s} + M_K} \left[ q^2(p_{D_s}^{\mu} + p_K^{\mu}) - (M_{D_s}^2 - M_K^2)q^{\mu} \right], \quad (16)$$

где  $q = p_{D_s} - p_K$ ,  $M_K$  — масса скалярного мезона.

Явный вид формфакторов в рамках релятивистской кварковой модели представлен в статье [8]. В данной работе мы будем пользоваться их полиномиальной аппроксимацией вида:

$$f_{+,T}(q^2) = \frac{f_{+,T}(0)}{[(1 - q^2/M^2)(1 - aq^2/M^2 + bq^4/M^4)]},$$

$$f_0(q^2) = f_0(0)/(1 - aq^2/M^2 + bq^4/M^4) \quad (17)$$

где  $M=2.010$  ГэВ — масса  $D^*$ -мезона. Значения формфакторов при  $q^2 = 0$  и  $q^2 = q_{max}^2$ , а так же параметров  $a$  и  $b$  приведены в табл. 1. Погрешность численного расчёта формфакторов в рамках модели не превышает нескольких процентов.

Характерный вид формфакторов представлен на рис. 1.

Перейдем к рассмотрению эффективного Гамильтониана.

где  $R^W$  — вигнеровское вращение,  $L_{\Delta}$  — канонический лоренцев буст из системы покоя мезона в движущуюся систему отсчета. Матрица вращения  $D^{1/2}(R)$  в спинорном представлении имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} D_{u,s}^{1/2}(R_{L\Delta}^W) = S^{-1}(\mathbf{p}_{u,s})S(\Delta)S(\mathbf{p}), \quad (13)$$

где

$$S(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{\epsilon(p) + m}{2m}} \left( 1 + \frac{\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p}}{\epsilon(p) + m} \right)$$

Матричные элементы нейтрального слабого тока изменяющего аромат  $J_{\mu}^W$  для распадов  $D_s$ -мезонов в псевдоскалярные мезоны могут быть параметризованы тремя инвариантными формфакторами [8] :

Таблица 1. Формфакторы слабых распадов  $D_s$ -мезонов

Формфактор	$f(0)$	$f(q_{max}^2)$	a	b
$f_+$	0.674	2.454	1.255	0.935
$f_T$	0.379	1.505	0.594	2.368
$f_0$	0.674	1.175	1.055	0.490

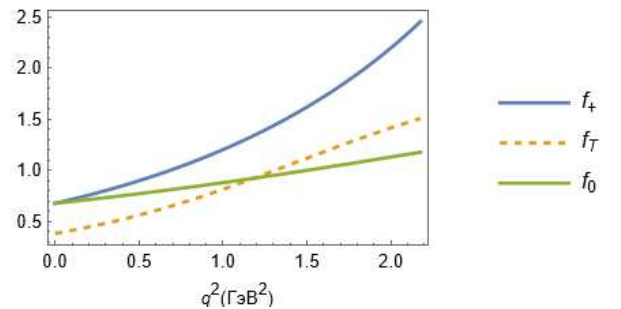


Рис. 1. Формфакторы распада  $D_s \rightarrow Kl^+l^-$

## 2. КОЭФФИЦИЕНТЫ ВИЛЬСОНА

Обычный подход к описанию редких  $D_s$ -распадов основан на низкоэнергетическом эффективном гамильтониане, полученном путем исключения тяжелых степеней свободы (топ-кварк и  $W$ -бозон) СМ. Операторное разложение разделяет вклады на малых расстояниях, которые содержатся в коэффициентах Вильсона и могут быть рассчитаны пертурбативно, от вкладов на больших расстояниях, содержащихся в матричных элементах локальных операторов. Расчет таких матричных элементов требует применения непертурбативных методов. Эффективный гамильтониан для переходов  $c \rightarrow ul^+l^-$  имеет вид [10]:

$$H_{eff} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}}(\lambda_s H_{eff}^{(s)} + \lambda_d H_{eff}^{(d)}), \quad (18)$$

где  $G_F$ -константа Ферми, и

$$H_{eff}^{(s)} = C_1 \mathcal{O}_1^s + C_2 \mathcal{O}_2^s + \sum_{i=3}^9 C_i \mathcal{O}_i, \quad (19)$$

$$H_{eff}^{(d)} = C_1(\mathcal{O}_1^s - \mathcal{O}_1^d) + C_2(\mathcal{O}_2^s - \mathcal{O}_2^d), \quad (20)$$

где

$$\lambda_q = V_{cq}^* V_{uq}, \quad (21)$$

где  $V_{ij}$  — элементы матрицы ККМ. Операторы  $\mathcal{O}_i$  — образуют базис в рамках СМ. Токовые операторы имеют вид:

$$\mathcal{O}_1 = (\bar{u}_L \gamma_\mu T^\alpha q_L)(\bar{q}_L \gamma^\mu T^\alpha c_L), \quad (22)$$

$$\mathcal{O}_2 = (\bar{u}_L \gamma_\mu q_L)(\bar{q}_L \gamma^\mu c_L),$$

где  $q = d, s$ . Пингвинные операторы сильного взаимодействия записываются как:

$$\mathcal{O}_3 = (\bar{u}_L \gamma_\mu c_L) \sum_{q=u,d,s,c} (\bar{q} \gamma^\mu q), \quad (23)$$

$$\mathcal{O}_5 = (\bar{u}_L \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho c_L) \sum_{q=u,d,s,c} (\bar{q} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho q),$$

$$C_9^{eff}(q^2) = (V_{cd}^* V_{ud} + V_{cs}^* V_{us}) \left[ C_9 + h(m_c, q^2) (7C_3 + \frac{4}{3}C_4 + 76C_5 + \frac{64}{3}C_6) - \right. \quad (28)$$

$$\left. -h(m_s, q^2) (3C_3 + 30C_5) + \frac{4}{3}h(0, q^2) (3C_3 + C_4 + \frac{69}{2}C_5 + 16C_6) + \frac{8}{3}(C_3 + 10C_5) \right] - \quad (29)$$

$$-(V_{cd}^* V_{ud} h(0, q^2) + V_{cs}^* V_{us} h(m_s, q^2)) \left( \frac{2}{3}C_1 + \frac{1}{2}C_2 \right), \quad (30)$$

где

$$h(m_q, q^2) = -\frac{8}{9} \ln \frac{m_q}{m_c} + \frac{8}{27} + \frac{4}{9}x - \frac{2}{9}(2+x)|1-x|^{1/2} \begin{cases} \ln \left| \frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}-1} \right| - i\pi, & x \equiv \frac{4m_q^2}{q^2} < 1 \\ 2 \arctan \frac{1}{\sqrt{x-1}}, & x > 1, \end{cases} \quad (31)$$

$$h(0, q^2) = \frac{8}{27} - \frac{4}{9} \ln \frac{q^2}{m_c^2} + \frac{4}{9}i\pi. \quad (32)$$

$$\mathcal{O}_4 = (\bar{u}_L \gamma_\mu T^\alpha c_L) \sum_{q=u,d,s,c} (\bar{q} \gamma^\mu T^\alpha q), \quad (24)$$

$$\mathcal{O}_5 = (\bar{u}_L \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho T^\alpha c_L) \sum_{q=u,d,s,c} (\bar{q} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho T^\alpha q),$$

Электро- и хромо-магнитные пингвинные-операторы имеют вид:

$$\mathcal{O}_7 = -\frac{g_{em} m_c}{16\pi^2} (\bar{u}_L \sigma^{\mu\nu} c_R) F_{\mu\nu}, \quad (25)$$

$$\mathcal{O}_8 = -\frac{g_s m_c}{16\pi^2} (\bar{u}_L \sigma^{\mu\nu} T^\alpha c_R) G_{\mu\nu}^\alpha,$$

и, наконец, полуплептонные операторы выбираются как:

$$\mathcal{O}_9 = \frac{\alpha_{em}}{4\pi} (\bar{u}_L \gamma_\mu c_L)(\bar{l} \gamma^\mu l), \quad (26)$$

$$\mathcal{O}_{10} = \frac{\alpha_{em}}{4\pi} (\bar{u}_L \gamma_\mu \gamma_5 c_L)(\bar{l} \gamma^\mu l).$$

В рамках данной работы, коэффициенты Вилсона используются с точностью до поправок  $O(\alpha_s^3)$  и имеют вид:

$$C_i(\mu) = C_i^{(0)}(\mu) + \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} C_i^{(1)}(\mu) + \left( \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} \right)^2 C_i^{(2)}(\mu) + O(\alpha_s^3(\mu)). \quad (27)$$

Эти поправки к различным коэффициентам Вилсона на малых расстояниях были рассчитаны в [9]. Заметим, что, в отличие от распадов  $B$ -мезонов, коэффициент Вильсона  $C_{10}$  обращается в нуль для переходов  $c \rightarrow u$  из-за идеального подавления ГИМ в пределе  $m_b^2/m_W^2 \rightarrow 0$ . Этот факт делает переходы  $c \rightarrow u$  крайне интересными для поисков новой физики.

Для удобства дальнейших вычислений запишем матричные элементы операторов  $\mathcal{O}_{1-6,8}$  через эффективные коэффициенты Вилсона  $C_{7,9}^{eff}(\mu)$  и  $C_{10}^{eff} = 0$ . Точные значения коэффициентов  $C_i$  и  $C_7^{eff}(\mu)$  приведены в работе [9]. Коэффициент Вилсона  $C_9^{eff}$  в однопетлевом порядке имеет вид:

Помимо петлевых эффектов на малых расстояниях, существенный вклад на больших расстояниях будут давать промежуточные резонансы. Эффекты резонан-

сов учитываются с помощью дополнительных эффективных коэффициентов Вилсона с использованием параметризации Брейта-Вигнера:

$$C_9^R(q^2) = a_\rho e^{i\delta_\rho} \left( \frac{1}{q^2 - M_\rho^2 + iM_\rho\Gamma_\rho} - \frac{1}{3} \frac{1}{q^2 - M_\omega^2 + iM_\omega\Gamma_\omega} \right) + \frac{a_\phi e^{i\delta_\phi}}{q^2 - M_\phi^2 + iM_\phi\Gamma_\phi}, \quad (33)$$

где  $M_M$  и  $\Gamma_M$  — масса и ширина распада промежуточных мезонов  $M = \rho, \omega, \phi$ . Изоспиновая связь между вкладом резонансов  $\rho$  и  $\omega$  была явно учтена. Параметры  $\delta_M$  можно будет определить только после получения точных экспериментальных данных. Поэтому будем рассматривать их как свободные параметры. Константу связи  $a_M$  оценим, предполагая, что:

$$\begin{aligned} Br(D_s \rightarrow KM(M \rightarrow l^+l^-)) &\approx \\ &\approx Br(D_s \rightarrow KM)Br(M \rightarrow l^+l^-), \end{aligned} \quad (34)$$

где  $Br(D_s \rightarrow KM)$  и  $Br(M \rightarrow l^+l^-)$  берутся из экспериментальных данных. В рамках РКМ эти константы равны:

Таблица 2.

Распад	$a_\rho$	$a_\phi$
$D_s \rightarrow Ke^+e^-$	$0.49 \pm 0.05$	$0.05 \pm 0.01$
$D_s \rightarrow K\mu^+\mu^-$	$0.48 \pm 0.05$	$0.05 \pm 0.01$

Тогда матричный элемент для перехода  $c \rightarrow ul^+l^-$  можно записать как:

$$\mathcal{M}(D_s \rightarrow Kl^+l^-) = \frac{G_F\alpha}{2\sqrt{2}\pi} \left[ T_\mu^{(1)}(\bar{l}\gamma^\mu l) + T_\mu^{(2)}(\bar{l}\gamma^\mu\gamma_5 l) \right], \quad (35)$$

где

$$\begin{aligned} T_\mu^{(1)} &= C_9^{eff}(q^2) \langle K | \bar{u}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)c | D_s \rangle - \\ &- \frac{2m_c}{q^2} C_7^{eff}(q^2) \langle K | \bar{u}i\sigma^{\mu\nu}q_\nu(1 + \gamma_5)c | D_s \rangle, \end{aligned} \quad (36)$$

$$T_\mu^{(2)} = V_{cd}^*V_{ud}C_{10} \langle K | \bar{u}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)c | D_s \rangle. \quad (37)$$

Для упрощения дальнейших расчетов удобно ввести спиральные амплитуды:

$$H_m^{(i)} = \epsilon^{\dagger\mu} T_\mu^{(i)}, \quad (38)$$

которые для распада  $D_s \rightarrow Kl^+l^-$  имеют следующий вид [11]:

$$\begin{aligned} H_\pm^{(i)} &= 0, \\ H_0^{(1)} &= \frac{\lambda^{1/2}}{\sqrt{q^2}} \left[ C_9^{eff} f_+(q^2) + C_7^{eff} \frac{2m_c}{M_{D_s} + M_K} f_T(q^2) \right], \\ H_0^{(2)} &= \frac{\lambda^{1/2}}{\sqrt{q^2}} V_{cd}^*V_{ud}C_{10} f_+(q^2), \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} H_t^{(1)} &= \frac{M_{D_s}^2 - M_K^2}{\sqrt{q^2}} C_9^{eff} f_0(q^2), \\ H_t^{(2)} &= \frac{M_{D_s}^2 - M_K^2}{\sqrt{q^2}} V_{cd}^*V_{ud}C_{10} f_0(q^2). \end{aligned} \quad (40)$$

Тогда дифференциальная ширина распада будет определяться следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma(D_s \rightarrow Kl^+l^-)}{dq^2} &= \frac{G_F^2\alpha^2}{1536\pi^5 M_{D_s}^3} q^2 \lambda(M_{D_s}^2, M_K^2, q^2)^{1/2} \times \\ &\times \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{q^2}} H^{(1)} H^{\dagger(1)} \left( 1 + \frac{2m_l^2}{q^2} \right), \end{aligned} \quad (41)$$

где  $H^{(1)} H^{\dagger(1)} \equiv H_0^{(1)} H_0^{\dagger(1)} + H_+^{(1)} H_+^{\dagger(1)} + H_-^{(1)} H_-^{\dagger(1)}$ .

Как было показано в работах [12],[13], помимо вкладов векторных резонансов с квантовыми числами фотона, возможны так же вклады псевдоскалярных резонансов, связанных с лептонами через 2-фотонный обмен. Такие вклады сильно подавлены, но из-за малой ширины псевдоскалярных  $\eta$ - и  $\eta'$ -мезонов могут давать узкие пики в дифференциальную ширину. Эти эффекты можно учесть введя дополнительный эффективный коэффициент Вилсона:

$$C_R^P(q^2) = \frac{a_\eta e^{i\delta_\eta}}{q^2 - M_\eta^2 + iM_\eta\Gamma_\eta} + \frac{a_{\eta'}}{q^2 - M_{\eta'}^2 + iM_{\eta'}\Gamma_{\eta'}}, \quad (42)$$

Значения констант связи  $a_\eta$  и  $a_{\eta'}$  для распада  $D_s \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$  были рассчитаны в [12]. Отдельно отметим, что для распадов в электронную пару вклад этих резонансов будет пренебрежимо мал из-за малой массы электрона. Поправка к дифференциальной ширине распада будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_{2\gamma}}{dq^2} &= \frac{G_F^2\alpha^2}{1024\pi^5 M_{D_s}^3} q^2 \lambda(M_{D_s}^2, M_K^2, q^2)^{1/2} \times \\ &\times \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{q^2}} |C_R^P(q^2)|^2 f_0^2(q^2) \frac{(M_{D_s}^2 - M_P^2)^2}{m_c^2} \end{aligned} \quad (43)$$

Перейдем к рассмотрению полученных результатов.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 2 и 3 показаны чистые нерезонансные дифференциальные относительные вероятности распада,

Таблица 3. Относительные вероятности распадов  $D_s \rightarrow Kl^+l^-$

Распад	Без учёта резонансов	С учётом резонансов	Экспериментальное ограничение [15]
$D_s \rightarrow K^+e^+e^-$	$3.74 \times 10^{-12}$	$4.56 \times 10^{-7}$	$3.7 \times 10^{-6}$
$D_s \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$	$1.79 \times 10^{-12}$	$4.37 \times 10^{-7}$	$1.8 \times 10^{-7}$

определяемые в СМ коэффициентами  $C_7^{eff}, C_9^{eff}$  на коротких расстояниях (нижние, оранжевые кривые), и резонансные, определяемые преимущественно  $C_{9,P}^R$  (зеленые кривые), а так же имеющиеся на данный момент экспериментальные ограничения (серые полосы). Нерезонансный вклад подавлен на несколько порядков по отношению к резонансному в СМ. На рис. 2 для распада  $D_s \rightarrow K^+e^+e^-$  левый пик соответствует вкладу  $\rho$ -мезона, а правый —  $\phi$ -мезона. Провал между ними вызван эффектом интерференции этих резонансных вкладов. Для распада  $D_s \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$ , представленного на рис. 3, появляются дополнительные узкие пики, обусловленные вкладами  $\eta$ - и  $\eta'$ -мезонов. Ширина графиков представляет собой теоретическую погрешность, связанную с неопределённостями эффективных коэффициентов Вилсона  $C_7^{eff}, C_9^{eff}$  [12] для нерезонансных дифференциальных относительных вероятностей распада, а для резонансных — с неопределённостями параметров  $a_M$  и соответствующими фазами  $\delta_M$ . Наибольшая неопределенность связана с неизвестными фазами  $\delta_M$  из-за возникающего эффекта интерференции резонансов [14]. Из рис. 3 можно сделать

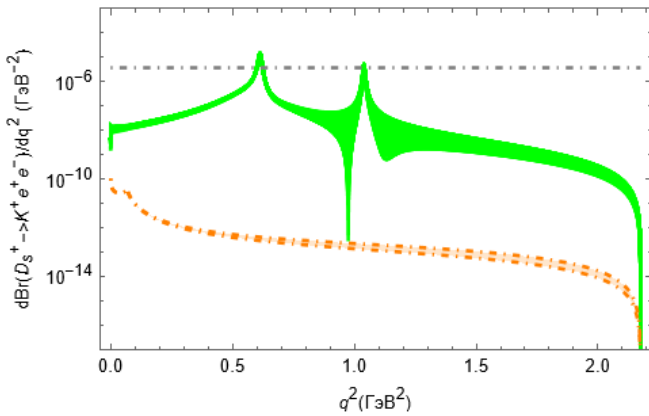


Рис. 2. Дифференциальная относительная вероятность распада  $D_s \rightarrow K^+e^+e^-$

вывод, что редкий распад  $D_s$ -мезона имеет огромные неопределенности при больших  $q^2$  и вблизи пика  $\phi$ . В то же время, неопределенности гораздо меньше в области ниже массы  $\rho$  и малых значений  $q^2$ . Узкая полоса неопределенности в области малых  $q^2$  распада  $D_s$ -мезона выглядит многообещающей для проверки новой физики, однако важно заметить, что ширина полосы неопределенности может измениться с будущими измерениями относительных вероятностей распада

$Br(D_s \rightarrow KM)$  и  $Br(M \rightarrow l^+l^-)$ .

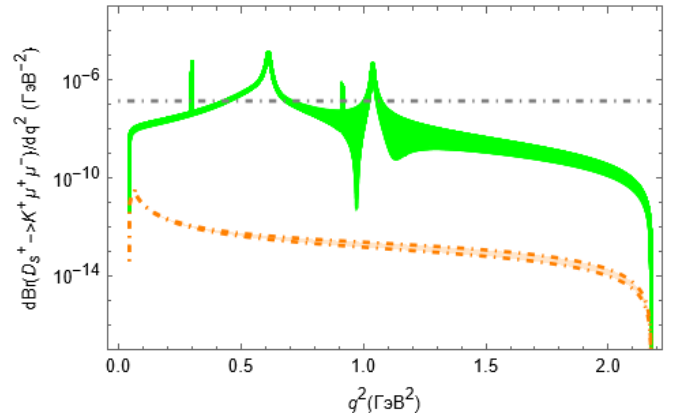


Рис. 3. Дифференциальная относительная вероятность распада  $D_s \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$

Для получения полной относительной вероятности распада необходимо проинтегрировать дифференциальную относительную вероятность распада по всем возможным значениям квадрата переданного импульса  $q^2$ :

$$Br = \int_{m_l^2}^{(M_{D_s} - M_K)^2} dq^2 \frac{dBr(D_s \rightarrow Kl^+l^-)}{dq^2}. \quad (44)$$

Численные значения относительных вероятностей распада и их экспериментальные ограничения представлены в табл. 3. Значения с учётом резонансов рассчитаны при  $\delta_M = 0$  и без учёта неопределенностей параметров  $a_M$ . Как видно из рис. 2 и 3 изменение фазы  $\delta_M$  существенно влияет на итоговое значение ширины распада.

Приведенная в табл. 3 относительная вероятность распада  $D_s \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$  с учетом вклада резонансов превышает экспериментальные ограничения так же из-за того, что в эксперименте исключаются области вблизи резонансов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведен подробный анализ редких распадов  $D_s$ - мезонов в псевдоскалярные мезоны. Вычислены формфакторы, параметризующих матричные элементы изменяющего аромат нейтрального слабого тока между начальными  $D_s$ - мезонами и конечными

псевдоскалярными мезонами в рамках релятивистской кварковой модели [3], основанной на квазипотенциальном подходе.

С помощью эффективных коэффициентов Вилсона учтены эффекты электрослабого взаимодействия на малых расстояниях и вклады резонансов на больших расстояниях. Эффекты резонансов учтены с помощью параметризации Брейта-Вигнера. Константы связи оценены в рамках РКМ на основе имеющихся экспериментальных данных.

С помощью формфакторов и метода спиральных амплитуд были получены явные выражения для дифференциальных ширин и относительных вероятностей

распада от квадрата переданного импульса  $q^2$ . Были рассчитаны полные вероятности рассматриваемых распадов. Полученные значения хорошо согласуются с экспериментальными ограничениями.

### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» (грант 23-2-2-11-1).

- 
- [1] *Glashow S.L., Iliopoulos J., Maiani L.* // Phys. Rev. **2**, N 7. 1285. (1970).  
 [2] *Gisbert H., Golz M., Mitzel D.S.* // Mod. Phys. Lett. A. **36**, N 04. 2130002. (2021).  
 [3] *Faustov R.N., Galkin V.O., Kang X.W.* // Phys. Rev. D. **101**, N 1. 013004. (2020).  
 [4] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Rev. D. **67**, N 1. 014027. (2003).  
 [5] *Faustov R.N., Galkin V.O.* // Zeitschrift für Physik C Particles and Fields. **66**, N 1. 119 (1995).  
 [6] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Rev. D. **79**, N 11. 114029. (2009).  
 [7] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // The European Phys. J. C. **66**, N 1-2. 197 (2010).  
 [8] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Rev. D. **82**, N 3. 034032. (2010).  
 [9] *de Boer S., Miller B., Seidel D.* // J. of High Energy Physics. **2016**, N 8. 1 (2016).  
 [10] *Chetyrkin K., Misiak M., Munz M.* // Nuclear Phys. B. **520**, N 1-2. 279 (1998).  
 [11] *Faustov R.N., Galkin V.O.* // The European Phys. J. C. **73**, 1 (2013).  
 [12] *de Boer S., Hiller G.* // Phys. Rev. D. **93**, N 7. 074001. (2016).  
 [13] *Landsberg L.G.* // Phys. Rep. **128**. N 6. 301 (1985).  
 [14] *Rigo B. et al.* // The European Phys. J. C. Particles and Fields. **80**, N 1. 65. (2020).  
 [15] *Workman R.L.* // Progress of Theoretical and Experimental Physics. N 8. 083C01. (2022).

## Rare decays of $D_s$ mesons into light pseudoscalar mesons

V. O. Galkin<sup>1,a</sup>, I. S. Sukhanov<sup>1,2,b</sup>

<sup>1</sup>Federal Research Center "Computer Science and Control," Russian Academy of Sciences, 119333 Moscow, Russia

<sup>2</sup>Department of Quantum theory and High Energy Physics Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia

E-mail: <sup>a</sup>[galkin@ccas.ru](mailto:galkin@ccas.ru), <sup>b</sup>[sukhanov.is17@physics.msu.ru](mailto:sukhanov.is17@physics.msu.ru)

Rare decays of  $D_s$  mesons into pseudoscalar mesons are studied in detail within the framework of the relativistic quark model based on the quasipotential approach and quantum chromodynamics. The form factors that parameterize the matrix elements of the weak current between meson states are calculated with consistent account of relativistic effects. Their dependence on the square of the transferred momentum is explicitly defined in the whole accessible kinematic region. The effects of electroweak physics at short distances and the contributions of intermediate resonances at large distances are taken into account using effective Wilson coefficients. In the framework of the helicity formalism, differential decay rates and branching fraction are calculated. The obtained results are consistent with the existing upper experimental limits.

PACS: 12.39.Ki, 13.20.-v, 13.25.Ft

Keywords : rare decays, charmed mesons, Wilson coefficients, flavor-changing neutral current, relativistic quark model.

Received 09 June 2024.

### Сведения об авторах

1. Галкин Владимир Олегович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (499) 135-01-48, e-mail: [galkin@ccas.ru](mailto:galkin@ccas.ru).
2. Суханов Иван Сергеевич — аспирант физического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова; e-mail: [sukhanov.is17@physics.msu.ru](mailto:sukhanov.is17@physics.msu.ru).