

Влияние требований парциальной унитарности на точность измерений коэффициентов Вильсона операторов SMEFT в процессах рождения трех и четырех топ кварков

А. М. Алешко^{1,2,*}, Э. Э. Боос^{1,2,†}, В. Е. Буничев^{1,2,‡}, Л. В. Дудко^{1,2,§}

¹Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра физики ядра и квантовой теории столкновений
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

²Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 11.06.2024; подписана в печать 29.06.2024)

Была исследована проблема нарушения унитарности в Эффективной Теории Поля Стандартной Модели (SMEFT) в контексте процессов рождения трех и четырех топ-кварков для релевантных эффективных операторов. С использованием оптической теоремы определены границы областей, соответствующих условию ненарушения парциальной унитарности. Было показано, как эти ограничения влияют на точность постановки пределов на соответствующие коэффициенты Вильсона. Установлено, что для исследуемых процессов уже на энергиях столкновений 13 и 14 ТэВ влияние унитарных ограничений заметно и приводит к ухудшению точности постановки пределов.

PACS: 14.65.Na, 12.60.-i УДК: 53.01

Ключевые слова: SMEFT, топ-кварк, унитарность.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время не зафиксировано прямых экспериментальных свидетельств физики, выходящей за рамки Стандартной модели (BSM). Данный факт дал толчок развитию т.н. «косвенных» подходов, в которых ищут проявления BSM во взаимодействиях уже известных частиц Стандартной модели (SM). Ключевая идея данных поисков состоит в том, что Новая Физика (НФ) находится на масштабе, выходящем за пределы текущих экспериментальных возможностей. При этом она должна проявлять себя на более низких масштабах в форме модифицированных взаимодействий SM, которые можно измерить и проанализировать. Удобным подходом для такого рода анализа является Стандартная Модель Эффективной Теории Поля (SMEFT) [1–4].

Одной из важных проблем при работе с эффективными теориями, такими как SMEFT, заключается в том, что вклад эффективных операторов растет слишком быстро с ростом энергии, т.е. при работе с такими операторами можно легко попасть в кинематические области, в которых нарушается свойство унитарности. Для того, чтобы проводить самосогласованные вычисления, необходимо определить границы этих областей и выработать соответствующие обрезания, которые нужно использовать при работе с такими теориями. Данная проблема известна, однако, для вывода этих обрезаний в случае конкретных процессов и конкретных операторов SMEFT, нужно провести нетривиальный анализ. Основная идея данной работы состоит в том, чтобы,

используя оптическую теорему, получить унитарные ограничения для проведения анализа с выделенными операторами SMEFT.

Поиски Новой Физики в подходе SMEFT как правило сводятся к установлению пределов на коэффициенты Вильсона релевантных эффективных операторов. Таким образом, с точки зрения поисков НФ, важно оценить влияние унитарных ограничений именно на точность постановки этих пределов. Второй целью данной работы является оценка влияния унитарных ограничений на точность постановки ограничений на коэффициенты Вильсона. Для проведения такого анализа будут рассмотрены процессы рождения трех и четырех топ-кварков с соответствующим набором операторов SMEFT, важных для топ-физики. Выбор данных процессов обусловлен тем, что они являются потенциально интересными кандидатами для поисков BSM физики. Более подробно процессы будут обсуждаться в следующей секции работы.

Подводя итог, основные цели данной работы - это, во-первых, получить ограничения, следующие из требований парциальной унитарности, для релевантных операторов SMEFT, а во-вторых, оценить влияние этих ограничений на точность извлечения пределов на коэффициенты Вильсона в процессах рождения трех и четырех топ-кварков.

1. РОЖДЕНИЕ 3 И 4 ТОП-КВАРКОВ В SMEFT

Основная идея подхода SMEFT заключается в том, чтобы параметризовать эффекты BSM независимым от модели способом при помощи калибровочно-инвариантных операторов высокой размерности. При учете операторов вплоть до размерности шесть, лагранжиан SMEFT выглядит следующим образом:

$$L = L_{SM} + \sum \frac{c_i}{\Lambda^2} O_i^{d=6}, \quad (1)$$

* isserq@gmail.com

† boos@theory.sinp.msu.ru

‡ bunichev@theory.sinp.msu.ru

§ lev.dudko@cern.ch

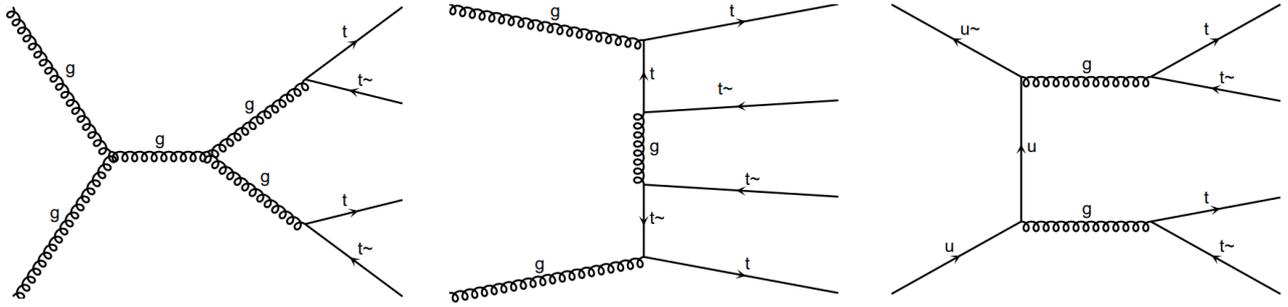


Рис. 1. Характерные диаграммы СМ для процесса рождения четырех топ-кварков в протон-протонных столкновениях

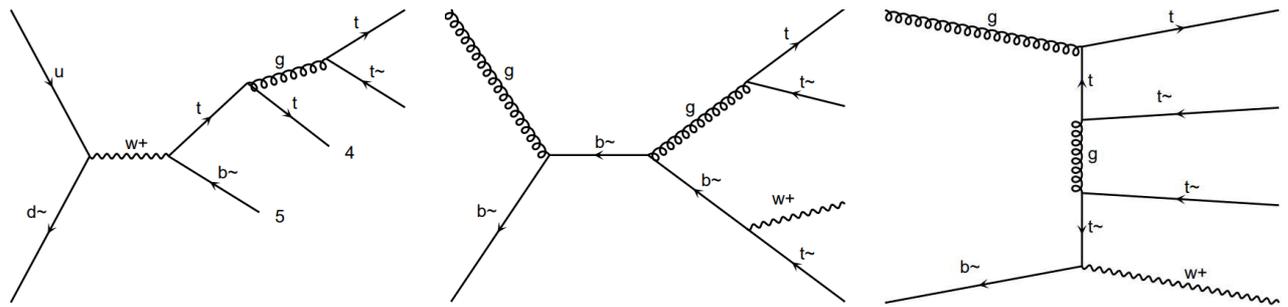


Рис. 2. Характерные SMEFT диаграммы для процесса рождения четырех топ-кварков в протон-протонных столкновениях

где L_{SM} лагранжиан СМ, Λ — предполагаемый масштаб Новой Физики, $O_i^{d=6}$ — операторы SMEFT размерности 6, c_i — безразмерные коэффициенты Вильсона (КВ). В данной работе мы учитываем операторы вплоть до размерности шесть, поскольку в рассматриваемых процессах они являются «ведущими» в терминах разложения по обратному масштабу Новой Физики Λ^{-1} .

В качестве наблюдаемого в данной работе используется полное сечение, которое с учетом вклада SMEFT можно представить в следующем виде:

$$\sigma = \sigma_{SM} + \sum_k \frac{c_i}{\Lambda^2} \sigma_k^{(1)} + \sum_{j \leq k} \frac{c_i c_k}{\Lambda^4} \sigma_{k,j}^{(2)}, \quad (2)$$

где σ_{SM} — сечение в СМ, $\sigma^{(1)}$ и $\sigma^{(2)}$ — коэффициенты, параметризующие соответственно линейные и квадратичные (по отношению к аномальным константам связи) вклады от диаграмм с операторами SMEFT. Иными словами, второй и третий члены в 2 представляют собой вклады от интерференции между СМ и Новой Физикой и квадрата амплитуд с эффективными операторами соответственно. Таким образом, выражение 2 связывает между собой наблюдаемые величины, их значения в Стандартной Модели и параметризованный вклад BSM физики. При общепринятом подходе, значения σ_{SM} , $\sigma^{(1)}$ и $\sigma^{(2)}$ вычисляются при помощи численного моделирования, в то время как значение σ берется из эксперимента, что позволяет устанавливать ограничения на потенциальный вклад Новой Физики (в данной случае представленный через Коэффициенты Вильсона c_i).

При поисках Новой Физики, особый интерес представляют процессы с рождением топ-кварка. Одним из многообещающих источников отклонений от СМ является процесс рождения четырех топ-кварков [5–7]. Сечение этого процесса в СМ довольно мало, при этом оно может быть значительно усилено эффектами Новой Физики. Это усиление предсказывается различными моделями BSM (например, [8–10]), что объясняет повышенный интерес к данному процессу в контексте SMEFT анализов [11, 12]. Помимо рождения 4 топ кварков, в данной работе также рассмотрен процесс с 3 топ-кварками [13, 14] в конечном состоянии, который также потенциально чувствителен ко вкладу Новой Физики, как было показано в нашей предыдущей работе [15]. На рисунках 1 и 2 приведены диаграммы СМ для данных процессов.

При учете операторов SMEFT добавляются новые возможные вершины взаимодействия, которые модифицируют сечение СМ. В контексте данной работы, нас интересуют операторы размерности шесть, включающие в себя четыре тяжелых фермиона. Принятой практикой считается использование т.н. топ-базиса, в котором выделяются следующие пять операторов:

$$\begin{aligned} O_{tt}^1 &= (\bar{t}_R \gamma^\mu t_R)(\bar{t}_R \gamma_\mu t_R), \\ O_{QQ}^1 &= (\bar{Q}_L \gamma^\mu Q_L)(\bar{Q}_L \gamma_\mu Q_L), \\ O_{Qt}^1 &= (\bar{Q}_L \gamma^\mu Q_L)(\bar{t}_R \gamma_\mu t_R), \\ O_{Qt}^8 &= (\bar{Q}_L \gamma^\mu T^A Q_L)(\bar{t}_R \gamma_\mu T^A t_R), \\ O_{QQ}^8 &= (\bar{Q}_L \gamma^\mu T^A Q_L)(\bar{Q}_L \gamma_\mu T^A Q_L), \end{aligned} \quad (3)$$

где Q_L — левый дублет кварков третьего поколения,

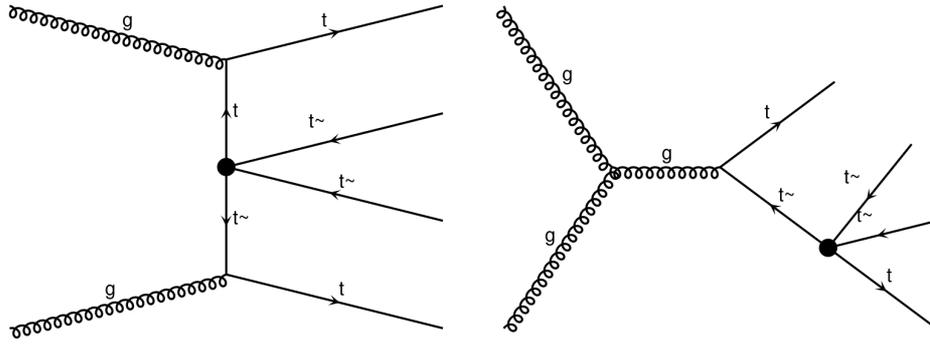


Рис. 3. Характерные SMEFT диаграммы для процесса рождения четырех топ-кварков в протон-протонных столкновениях

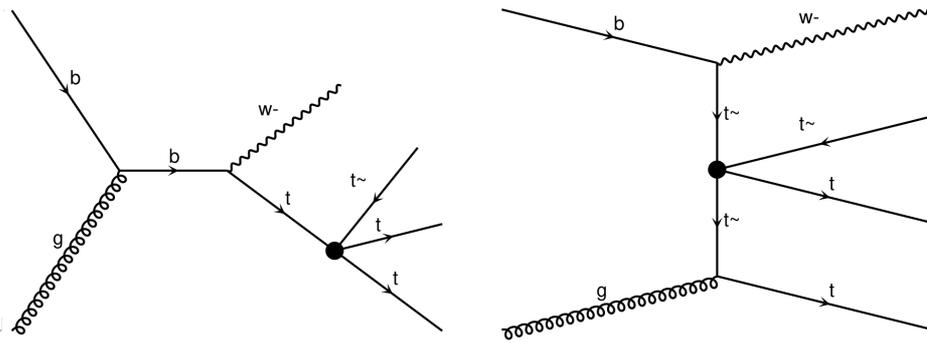


Рис. 4. Характерные SMEFT диаграммы для процесса рождения трех топ-кварков в протон-протонных столкновениях

t_R — правый синглет топ кварка, T^A — генераторы $SU(3)$. Данные операторы дают вклад в оба рассматриваемых процесса, и в дальнейшем мы будем рассматривать только этот набор. Если Новая Физика взаимодействует с топ кварком, то коэффициенты Вильсона для этих операторов должны быть ненулевыми. На рис. 3 и 4 представлены примеры диаграмм с включение эффективных вершин. В следующем разделе мы рассмотрим проблему вывода унитарных ограничений для этих эффективных операторов.

2. ПОЛУЧЕНИЕ УНИТАРНЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ

Для того, чтобы обеспечить самосогласованность вычислений в рамках модели SMEFT, необходимо убедиться, что мы не учитываем области, в которых нарушается пертурбативная унитарность. Идея данной работы состоит в том, чтобы использовать оптическую теорему и частичное разложения для оценки границ этих областей. Оптическая теорема утверждает, что мнимая часть амплитуды рассеяния вперед пропорциональна полному сечению процесса:

$$\sigma = \frac{1}{s} \text{Im}(A(\theta = 0)) = \frac{16\pi}{s} \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) |a_l|^2, \quad (4)$$

где a_l — амплитуда частичной волны. Таким образом, $\text{Im}a_l = |a_l|^2$ и

$$|\text{Re}(a_l)|^2 + \left[\text{Im}(a_l) - \frac{1}{2} \right]^2 = \frac{1}{4}. \quad (5)$$

$$|\text{Re}(a_0)| < \frac{1}{2}. \quad (6)$$

$$a_0 = \frac{1}{16\pi\lambda} \left| \int_{t_-}^{t_+} dt \cdot A \right| \quad (7)$$

где λ — кинематическая функция треугольника, A — амплитуда процесса.

Для расчета частичных амплитуд с эффективными четырьмя-фермионными операторами был использован следующий подход. Четырех-частичную вершину можно представить, как две трех-частичных вершины взаимодействия фермионов со вспомогательным массивным векторным полем. Знаменатель пропагатора вспомогательного поля в нашем случае является константой, равной масштабу новой физики. Эффективная вершина для взаимодействия право-поляризованных фермионов со вспомогательным векторным полем имеет вид $\gamma(1+\gamma_5)/\sqrt{2}$, а для лево-поляризованных фермионов — $\gamma(1-\gamma_5)/\sqrt{2}$. Таким образом вычисление сводится к расчету амплитуд $2 \rightarrow 2$ $tt \rightarrow tt$ и $t\bar{t} \rightarrow t\bar{t}$ для

каждого конкретного аномального оператора. Следует отметить, что процесс $tt \rightarrow tt$ включает в себя t и u каналные компоненты, а процесс $t\bar{t} \rightarrow t\bar{t} - s$ и t каналные компоненты. Для каждого процесса из 16 возможных спиральных амплитуд выбиралась та, которая дает наибольший вклад. Полученные спиральные амплитуды были проинтегрированы по двухчастичному фазовому объему для расчета соответствующих парциальных амплитуд.

Таблица 1. Верхний предел на инвариантную массу пары топ-кварков для рассматриваемых операторов SMEFT

Оператор:	C_{tt}^1	C_{QQ}^1	C_{Qt}^1	C_{Qt}^8	C_{QQ}^8
$m_{t\bar{t}}$	1350	1350	1500	1500	1000

Далее, используя рассчитанные парциальных амплитуды мы численно получаем зависимость, описывающую связь между допустимой инвариантной массой пары топ-кварков и текущими экспериментальными пределами для коэффициентов Вильсона, соответствующих аномальных операторов. В качестве экспериментальных пределов были взяты их текущие значения для точности измерения из [11]. Итоговые ограничения получены в терминах ограничения сверху на инвариантную массу пары топ-кварков и приведены в табл. 1. При значениях инвариантной массы пары больше указанного в табл. 1, подход эффективной теории поля не работает.

Важно отметить, что парциальные амплитуды растут пропорционально энергии столкновения, т.е. для больших энергий допустимые области могут быть заметно больше. Как видно из табл. 1, в нашем случае использование этих операторов ограничено уже для инвариантных масс 1–2 ТэВ. В следующей секции будет показано, как эти ограничения влияют на точность извлечения Вильсоновских коэффициентов для исследуемых процессов.

3. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ УНИТАРНЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ ПРИ ПОСТАНОВКЕ ПРЕДЕЛОВ НА КОЭФФИЦИЕНТЫ ВИЛЬСОНА

Для постановки пределов на коэффициенты Вильсона соответствующих операторов 1, нам необходимо получить значения σ , σ_{SM} , $\sigma^{(1)}$ и $\sigma^{(2)}$ из выражения 2. Вследствие того, что процесс рождения трех топ-кварков еще не был экспериментально обнаружен, мы будем рассматривать т.н. теоретические (феноменологические) пределы. Это соответствует тому, что вместо экспериментального измеренного σ мы будем использовать максимально точно посчитанное значение Стандартной Модели.

Все результаты численного моделирования были получены с использованием пакетов MadGraph5_aMCNLO [16] и CompHEP [17].

В качестве партонных функций распределения (PDF) использовались наборы NNPDF31_lo_as_0118 и NNPDF31_nlo_as_0118_luxqed для вычислений на ведущем (LO) и следующем-за-ведущим (NLO) порядке теории возмущений соответственно [18]. В качестве масштабов факторизации и перенормировки для обоих процессов была выбрана масса топ-кварка ($\mu_{R,F} = 172.5$ ГэВ). Значение α_s взято в соответствии с набором PDF. Масса топ-кварка принята равной 172,5 ГэВ. Для получения неопределенностей, связанных с выбором масштаба факторизации/перенормировки, применяется стандартная процедура с варьированием масштабов в пределах от 0.5 до 2. Для вычислений в рамках модели SMEFT, была использована реализация модели dim6top [19]. Предполагаемый масштаб Новой Физики Λ принят равным 1 ТэВ. Все остальные настройки взяты так, как они даны по умолчанию в Madgraph, если явно не указано иное.

Важной особенностью данных процессов является относительно большая неопределенность, связанная с выбором масштаба факторизации КХД. Для того, чтобы уменьшить эту неопределенность, в дальнейшем результаты, связанные с рождением четырех топ-кварков, приведены с учетом NLO-поправок. Расчет процесса с тремя топ-кварками на NLO весьма нетривиален, вследствие присутствия резонансных диаграмм в реальной части поправки. Процедура борьбы с данной проблемой выходит за рамки данной работы, поэтому в дальнейшем расчеты, связанные с рождением трех топ-кварков, приведены на древесном уровне. В табл. 2 и 3 приведены СМ сечения процессов рождения четырех и трех топ-кварков при энергии протон-протонных столкновений \sqrt{s} , равной 13 и 14 ГэВ, соответственно.

Следующим шагом является извлечение числовых значений коэффициентов $\sigma^{(1)}$ и $\sigma^{(2)}$ из уравнения 2. Данная процедура проведена следующим образом. Сначала вычисляется сечение с положительным значением аномальной константы связи $c_i = 1$. Далее, мы вычисляем то же самое сечение с отрицательным значением $c_i = -1$. Тогда, складывая и вычитая эти части, мы получаем из 2 простую систему линейных уравнений, которые решаются для $\sigma^{(1)}$ и $\sigma^{(2)}$. Данная процедура выполняется для всех операторов, а также с учетом и без учета ограничений, полученных в предыдущей части работы.

Полученные коэффициенты и их ошибки необходимо подставить в соответствующую статистическую модель для получения итоговых пределов. В данной работе было выполнено фиттирование распределением хи-квадрат до достижения уровня значимости 95%. Полученный результат был также перепроверен, с использованием профильного программного пакета EFTfitter [20]. В табл. 4 приведено сравнение пределов на C_k/Λ^2 в случае применения обрезаний на инвариантную массу пар топ-кварков в соответствии с 1, и без подобного рода ограничений.

Таблица 2. Сечения СМ для процесса $pp \rightarrow t\bar{t}\bar{t}$

Энергия с.п.м., ГэВ	Сечение СМ σ_{SM} , фб	Ошибка МК $\Delta\sigma_{SM}$, фб	неопр. масштаба, %	неопр. PDF, %
13	13.2	0.1	20.1	2.5
14	17.8	0.1	20.3	2.5

Таблица 3. Сечения СМ для процесса $pp \rightarrow 3t + X$

Энергия с.п.м., ГэВ	Сечение СМ σ_{SM} , фб	Ошибка МК $\Delta\sigma_{SM}$, фб	неопр. масштаба, %	неопр. PDF, %
13	1.26	0.04	28.7	18.1
14	1.65	0.04	28.1	17.7

Таблица 4. Сравнение ожидаемых ограничений на C_k/Λ^2 [TeV⁻²]. Ограничения показаны для случаев, когда в расчете были применены унитарные ограничения (обрез.), и в отсутствие такого рода ограничений (не обрез)

Оператор	Ожидаемые пределы, C_k/Λ^2 [TeV ⁻²]			
	$pp \rightarrow 4t$		$pp \rightarrow 3t + X$	
	не обрез.	обрез.	не обрез.	обрез.р
13 ТэВ				
C_{tt}^1	[-1.10, 0.97]	[-1.21, 1.06]	[-2.81, 2.87]	[-3.26, 3.30]
C_{Qq}^1	[-1.10, 0.97]	[-1.22, 1.05]	[-0.99, 0.93]	[-1.15, 1.06]
C_{Qt}^1	[-1.76, 1.78]	[-1.99, 2.00]	[-1.92, 1.91]	[-2.21, 2.19]
C_{Qt}^8	[-4.19, 3.24]	[-4.68, 3.60]	[-5.69, 3.88]	[-6.52, 4.46]
C_{Qq}^8	[-3.39, 2.94]	[-3.63, 3.10]	[-2.61, 1.91]	[-3.01, 2.35]
14 ТэВ				
C_{tt}^1	[-1.05, 0.94]	[-1.20, 1.05]	[-2.52, 2.58]	[-2.90, 2.94]
C_{Qq}^1	[-1.06, 0.94]	[-1.20, 1.04]	[-0.92, 0.85]	[-1.05, 0.96]
C_{Qt}^1	[-1.69, 1.71]	[-1.95, 1.96]	[-1.77, 1.74]	[-2.03, 1.98]
C_{Qt}^8	[-3.95, 3.07]	[-4.70, 3.57]	[-4.70, 3.40]	[-5.37, 3.91]
C_{Qq}^8	[-3.01, 2.74]	[-3.57, 3.14]	[-2.32, 1.74]	[-2.64, 1.99]

Как видно из табл. 4, пределы в случае применения унитарных обрезаний в среднем на 10–15% хуже. Важно отметить, что данный результат проявляется уже на энергиях столкновений 13–14 ТэВ, что подтверждает необходимость использования подобных ограничений даже для анализов на энергиях, достижимых на существующих коллайдерах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе данной работы была исследована проблема нарушения унитарности при использовании Эффективной Теории Поля Стандартной Модели (SMEFT). С использованием оптической теоремы, были получены границы областей, соответствующих условию ненарушения парциальной унитарности. На примере процессов рождения трех и четырех топ кварков, было показано, как учет условий парциальной унитарности вли-

яет на точность постановки пределов на коэффициенты Вильсона. В частности, было показано, что уже на энергиях 13 и 14 ТэВ, влияние от унитарных ограничений весьма заметно и приводит к ухудшению точности постановки пределов.

Важным следствием здесь является то, что уже при анализе данных текущего эксперимента LHC (и будущего HL-LHC), мы можем попадать в области, в которых нарушено свойство унитарности. Последнее утверждение было явно показано в данной работе на примере процессов рождения трех и четырех топ-кварков для ряда важных для топ-физики операторов SMEFT.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (грант № 22-12-00152)

- [1] Buchmuller W., Wyler D. // Nucl. Phys. B. **271**. 188. (1986).
- [2] Grzadkowski B., Iskrzynski M., Misiak M., Rosiek J. // JHEP. **10**. 085. (2010).
- [3] Degrande C., Greiner N., Kilian W. et al. // Annals of Physics. **335**. 21 (2013).
- [4] Boos E.E. // Usp. Fiz. Nauk. **192**, №. 7. 697 (2022).
- [5] Aaboud M. et al. (коллорабация ATLAS) // Eur. Phys. J. C. **83**. 496. (2023).
- [6] Sirunyan A.M. et al. (коллорабация CMS) // Eur. Phys. J. C. **80**, N 2. 75. (2020).
- [7] Aaboud M. et al. (коллорабация ATLAS) // Phys. Rev. D. **99**, №. 5. 052009. (2019).
- [8] Dicus D., Stange A., Willenbrock S. // Physics Letters B. **333**, N1. 126 (1994).
- [9] Craig N., Thomas S. // JHEP. **11**. 083. (2012).
- [10] Banelli G., Salvioni E., Serra J. et al. // J. High Energ. Phys. **43**. 083. (2021).
- [11] Sirunyan A.M. и др. (коллорабация CMS) // JHEP. **11**. 082. (2019).
- [12] Aoude R., El Faham H., Maltoni F., Vryonidou E. // Journal of High Energy Physics. **163**, N 10. (2022).
- [13] Barger V., Keung W., Yencho B. // Physics Letters B. **687**, N 1. 70 (2010).
- [14] Boos E., Dudko L. // Int. J. Mod. Phys. A. **37**, N 05. 2250023. (2022).
- [15] Алешко А.М. Боос Э.Э., Буничев В.Е., Дудко Л.В. // Письма в журнал Физика элементарных частиц и атомного ядра. **20**, N 3. (2023).
- [16] Atwall J., Frederix R., Frixione S. et al. // Journal of High Energy Physics. **07**. 079. (2014).
- [17] Boos E., Bunichev V., Dubinin M. et al. // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. **534**, N 1-2. 250 (2004).
- [18] Ball R.D., Bertone V., Carrazza S. et al. // JHEP. **04**. 040. (2015).
- [19] Aguilar-Saavedra J.A., Degrande C., Durieux G. et al. // CERN-LPCC-2018-01. [arXiv:1802.07237 [hep-ph]]. (2018).
- [20] Castro N., Erdmann J., Grunwald C. et al. // The European Physical Journal C. **76**, N 8. (2016).

Effect of partial unitarity requirements on the accuracy of measurements of Wilson coefficients in the processes of three and four top quarks production

A. M. Aleshko^{1,2,a}, E. E. Boos^{1,2,b}, V. E. Bunichev^{1,2,c}, L. V. Dudko^{1,2,d}

¹Department of nuclear physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia

²Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia

E-mail: ^aisserq@gmail.com, ^bboos@theory.sinp.msu.ru, ^cbunichev@theory.sinp.msu.ru, ^dlev.dudko@cern.ch

The problem of violation of unitarity in the Effective Field Theory of Standard Model (SMEFT) when applied to the processes of three and four top quarks production for relevant efficient operators. Using the optical theorem, boundaries of areas corresponding to the condition of non-violation of partial unitarity were determined. It was shown, how these restrictions affect the accuracy of setting limits on the corresponding Wilson coefficients. It has been established that for the processes under study, the influence of unitary restrictions is noticeable and leads to a deterioration in the accuracy of setting the corresponding limits even at collision energies of 13 and 14 TeV.

PACS: 14.65.Ha, 12.60.-i

Keywords: SMEFT, top-quark, unitarity.

Received 11 June 2024.

Сведения об авторах

1. Алешко Алексей Михайлович — аспирант 4-го года обучения; e-mail: isserq@gmail.com.
2. Боос Эдуард Эрнстович — доктор физ.-мат. наук, чл.-корр РАН; e-mail: boos@theory.sinp.msu.ru.
3. Буничев Вячеслав Евгеньевич — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; e-mail: bunichev@theory.sinp.msu.ru.
4. Дудко Лев Владимирович — доктор физ.-мат. наук, профессор; e-mail: lev.dudko@cern.ch.