

## Оценка орбитальных моментов фрагментов двойного деления ядер

С.Г. Кадменский,\* Д.Е. Любашевский, А.А. Писклюков, Д.А. Степанов  
 ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет»,  
 физический факультет, кафедра ядерной физики  
 Россия, 394018, Воронеж, Университетская пл., д. 1  
 (Поступила в редакцию 25.12.2023; подписана в печать 14.03.2024)

В данном исследовании проведено описание угловых распределений фрагментов деления ядер, базирующееся на следующих основных подходах: делящееся ядро остается холодным вплоть до разрыва на фрагменты деления, формирование спиновых и орбитальных моментов фрагментов деления происходит за счет поперечных bending- и wriggling-колебаний. При использовании волновых функций нулевых поперечных bending- и wriggling-колебаний была построена аналитическая формула для оценки среднего значения орбитального момента и углового распределения фрагментов деления. Эти результаты важны для понимания процессов деления ядер и могут быть использованы для более точного их моделирования.

PACS: 24.75.+i, 27.90.+b, 25.85.Ca      УДК: 539.173

Ключевые слова: нулевые bending- и wriggling-колебания, холодность делящегося ядра, спиновое распределение, орбитальный момент.

### ВВЕДЕНИЕ

Проблема описания спинов фрагментов деления (ФД) ядер является актуальной и требует применения квантовых представлений для понимания динамики процесса деления. При образовании термализованных возбужденных состояний составного делящегося ядра в первой яме его потенциала деформации многоквартичные волновые функции этих состояний содержат компоненты, связанные с коллективными деформационными колебаниями ядра и переходными делительными состояниями.

В новом исследовании показано, что при спонтанном и низкоэнергетическом вынужденном двойном делении ядер делящееся ядро и ФД должны находиться в холодных неравновесных состояниях в окрестности точки разрыва. При анализе спиновых распределений фрагментов необходимо учитывать только нулевые поперечные колебания делящегося ядра.

Гипотеза О. Бора [1] о направлениях вылета осколков деления близких к оси симметрии позволяет представить угловое распределение фрагментов в виде размазанной дельта-функции, определяемой большими относительными орбитальными моментами. В проведенном исследовании также учитывается появление нулевых коллективных поперечных колебаний предфрагментов деления, что объясняет большие значения спинов и относительных орбитальных моментов фрагментов.

Использование трех базовых представлений, основанных на холодности делящегося ядра, учёте поперечных нулевых колебаний и каскадно-испарительной модели, позволило успешно описать угловые распределения фрагментов деления ядер. Это исследование открывает новые перспективы для понима-

ния динамики деления ядер и повышения точности моделей этого процесса.

### 1. ИСТОЧНИКИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ УГЛОВОЙ АНИЗОТРОПИИ ФРАГМЕНТОВ ВЫНУЖДЕННОГО НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО И СПОНТАННОГО ДЕЛЕНИЯ

Уже стало традиционным использование формулы О. Бора [1] для нахождения углового распределения фрагментов деления как низкоэнергетического вынужденного деления составного делящегося ядра, так и спонтанного деления:

$$d\sigma \sim \sum_{M,K} a_M b_K \{ |D_{MK}^J(\theta)|^2 + |D_{M-K}^J(\theta)|^2 \} \sin \theta d\theta, \quad (1)$$

где  $\theta$  — угол, который отсчитывается от оси симметрии делящегося ядра  $Z$  в направлении вылета фрагментов деления в лабораторной системе координат (л.с.к.). Согласно концепции, высказанной впервые О. Бором [1], вылет фрагментов деления происходит вдоль или против оси симметрии делящегося ядра. Для преобразования из внутренней системы координат в лабораторную систему координат составного делящегося ядра используются функции  $D_{MK}^J(\theta)$  и  $D_{M-K}^J(\theta)$ , входящие в (1). Величина  $M$ , входящая в определение D-функции, является проекцией направления спина  $J$  на ось  $Z$  л.с.к., а за пространственную ориентацию направления спина  $J$  в л.с.к. отвечает параметр  $a_M$ , причем величина  $K$ , также входящая в D-функцию, определяет проекцию спина  $J$  на ось симметрии составного делящегося ядра, а параметр  $b_K$  задает распределение проекции  $K$  спина  $J$  на ось симметрии указанного ядра. Из всего выше сказанного можно прийти к однозначному заключению, что неоднородная заселенность состояний  $M$  и  $K$  составной делящейся системы [2] приводит к возникновению угловой анизотропии направлений вылета фрагментов деления.

\* [kadmensky@phys.vsu.ru](mailto:kadmensky@phys.vsu.ru)

Важной особенностью появления угловой анизотропии направлений вылета фрагментов деления является не только неоднородность коэффициентов  $a_M$ , но и неоднородность коэффициентов  $b_K$ , поскольку в случае равновероятного появления всех возможных проекций  $K$  в составной делящейся системе характер угловых распределений фрагментов деления [2] меняется с анизотропного на изотропный. Из всего сказанного выше можно сделать простое заключение, что для сохранения анизотропного характера направлений вылета фрагментов низкоэнергетического вынужденного и спонтанного деления в сумму (1) должны вносить вклад лишь несколько значений квантового числа  $K$  [1]. В работе [1] проводится обзор экспериментальных данных и однозначно демонстрируется, что в составном делящемся ядре, появляющемся после поглощения материнским ядром теплового нейтрона, возникают нейтронные резонансные состояния, которые служат статистической смесью всех проекций  $K$  при данном значении спина  $J$  указанного ядра. Большой вклад в понимание указанной проблемы внесли авторы работ [3, 4], которые выдвинули смелую идею о статистическом смешивании всех проекций  $K$  за счет кориолисова взаимодействия, появление которого связано с динамическим усилением за счет повышения энергии возбуждения в процессе термализации составного делящегося ядра.

В работе [5] для количественной оценки коэффициента смешивания Кориолисова взаимодействия  $c$  между соседними значениями величин  $K$ , отличающимися друг от друга на единицу, можно задать формулой:

$$c \approx c_0 \sqrt{N}, \quad (2)$$

где величина  $N$  — число простых компонент модели независимых частиц, которые дают вклад в волновую функцию компаунд-резонанса, определяемое отношением среднего расстояния между соседними уровнями составного ядра (примерно 1 МэВ) к аналогичному расстоянию между соседними нейтронными резонансными (примерно 1 эВ), что дает значение  $N$  количества состояний, вносящих вклад в волновую функцию компаунд-резонанса, примерно равное  $10^6$ , а  $c_0 \approx 0.02$  — коэффициент Кориолисова смешивания основного состояния. Поскольку в случае полной термализации составного делящегося ядра значение величины  $N$  становится очень большим, а коэффициент  $c$  принимает значения больше единицы, то кориолисово взаимодействие приводит к смешиванию всех проекций  $K$  спина  $J$  на ось симметрии составного ядра, а в волновые функции указанных состояний входят с одинаковой вероятностью все возможные значения  $K$ , что в свою очередь приводит к полному исчезновению анизотропий направлений вылета фрагментов деления.

Волновые функции этих состояний представляют собою суперпозицию [2, 6, 7] многоквартичных состояний делящегося ядра с включением компонент, связанных с коллективными деформационными коле-

баниями делящегося ядра и соответствующих введенным О. Бором [1] переходным делительным состояниям. Эти компоненты характеризуются различными значениями проекции  $K$ , которые сохраняются на этапах деформационного движения указанного ядра через барьеры деления вплоть до точки его разрыва на фрагменты деления. Энергия указанных колебаний оказывается близкой к полной энергии возбуждения составного делящегося ядра в первой яме его потенциала деформации, так что это ядро оказывается «холодным» по отношению к его нуклонным степеням свободы на всех адиабатических этапах его движения. В то же время и на неадиабатическом участке коллективного движения делящегося ядра, возникающем при его спуске с внешнего барьера деления, в этом ядре появляются [2] только «входные» низколежащие коллективные возбуждения нуклонных степеней свободы, для которых отсутствует динамическое усиление Кориолисова взаимодействия.

Это противоречит предположениям статистической модели (см., напр. [8]), считающей, что неадиабатический спуск с внешнего барьера приводит к тому, что в точке разрыва ядро находится в состоянии термодинамического равновесия с температурой порядка 1 МэВ.

Сразу после разрыва составного делящегося ядра на фрагменты деления, эти фрагменты остаются в «холодных», но неравновесных состояниях по своей деформации, за ядерные времена порядка  $10^{-21}$  с происходит их термализация и, согласно статистической модели, из указанных фрагментов начинают испаряться нейтроны и гамма-кванты.

## 2. ОЦЕНКИ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ ОРБИТАЛЬНОГО МОМЕНТА И УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФРАГМЕНТОВ ДЕЛЕНИЯ

Для нахождения углового распределения фрагментов деления как в случае низкоэнергетического вынужденного, так и спонтанного деления, традиционно используется гипотеза О. Бора [1], в рамках которой направление вылета фрагментов деления совпадает или противоположно направлению оси симметрии делящегося ядра. Поскольку рассмотрение вопроса описания углового распределения фрагментов деления проходит в квантовом подходе, появляется необходимость учета соотношения неопределенностей между  $\Delta L$  относительного орбитального момента фрагментов деления  $L$  и  $\Delta \theta'$  — угла их вылета  $\theta'$  во внутренней системе координат (в.с.к.) [8, 9]. Так как согласно гипотезе О. Бора [1] при фиксированных углах вылета, равных  $0^\circ$  вдоль оси симметрии или  $180^\circ$  против оси симметрии, неопределенность в значениях относительных орбитальных моментов  $L$  стремится к бесконечности. Важно отметить, что в рамках экспериментальных исследований величины  $L$  не могут принимать значения, стремящиеся к бесконечности, поэтому легко прий-

ти к заключению, что рассмотренная выше гипотеза О. Бора [1] носит лишь приближенный характер. Угловое распределение фрагментов деления  $P(\Omega')$  во в.с.к. в общем случае для аксиально-симметричного составного делящегося ядра [10–12] имеет вид:

$$P(\Omega') = |A(\Omega')|^2 = \left| \sum_L \psi_L Y_{L0}(\Omega') \right|^2, \quad (3)$$

где  $\psi_L$  — волновая функция, удовлетворяющая условию нормировки, квадрат модуля которой  $|\psi(L)|^2$  описывает угловые распределения фрагментов с заданным значением относительного орбитального момента  $L$ , а  $A(\Omega')$  — амплитуда углового распределения во внутренней системе координат (в.с.к.), принимающая отличные от нуля значения в узком конусе при углах равных  $0^\circ$  и  $180^\circ$ . Согласно квантомеханическому принципу неопределенности вылет фрагментов деления в узком конусе относительно указанных углов возможен в том случае, если амплитуда  $A(\Omega')$  строится как когерентная суперпозиция относительных орбитальных моментов  $L$  фрагментов деления, то есть в формуле (4) идет суммирование по очень большим значениям орбитального момента. Как показано в работах [13, 14], согласно закону сохранения полного спина составного делящегося ядра появление амплитуд  $A(\Omega')$  с указанной выше структурой происходит естественным образом при учете поперечных wriggling-колебаний [8], поскольку только такие колебания, в отличие от поперечных bending- или продольных twisting- и tilting-колебаний, приводят к формированию обсуждаемых выше волновых функций  $\psi_L$ . Построим в л.с.к. угловое распределение фрагментов спонтанного и низкоэнергетического вынужденного деления ядер, нормированное на единицу  $P_{MK}^J(\Omega)$ , где  $\Omega$  — телесный угол, определяющий направление вылета указанных фрагментов в л.с.к. Для переходных делительных состояний О. Бора ( $J_{MK}$ ) [1] делящегося ядра угловое распределение фрагментов может быть представлено [11, 12] через введенное выше (4) угловое распределение фрагментов деления  $P(\Omega')$  во в.с.к. делящегося ядра как

$$P_{MK}^J(\Omega) = \frac{2J+1}{16\pi^2} \int d\omega \left[ |D_{MK}^J(\omega)|^2 + |D_{M-K}^J(\omega)|^2 \right] P(\Omega'), \quad (4)$$

В формуле (4)  $D_{MK}^J(\omega)$  — функции Вигнера, зависящие от углов Эйлера  $\omega = \alpha, \beta, \gamma$ .

Понимание процесса накачки больших значений спина основано [10, 12, 13, 16, 17] на введении двух типов поперечных, дважды вырожденных по оси  $X$  и  $Y$  bending- и wriggling-колебаний составного делящегося ядра в окрестности точки его разрыва, впервые рассмотренных в [14]. В процессе bending-колебаний один из неравномерно деформированных, но «холодных» предфрагментов деления поворачивается по или против часовой стрелки вокруг некоторой оси, перпендикулярной оси симметрии делящегося ядра  $Z$ , а второй соответственно в противоположном направлении

относительно первого, причем оба предфрагмента деления соприкасаются в области шейки и после разрыва шейки переходят во ФД, которые затем термализуются, уменьшая деформацию до равновесной. Согласно закону сохранения полного спина составного делящегося ядра появление компонент спинов, связанных с поперечными bending-колебаниями, должны удовлетворять условию  $J_{b1} = -J_{b2}$ . В процессе wriggling-колебаний оба из неравномерно деформированных, но «холодных», предфрагментов деления поворачиваются по часовой или против стрелки вокруг некоторой оси, перпендикулярной оси симметрии делящегося ядра  $Z$ , причем оба предфрагмента деления соприкасаются в области шейки, что приводит к появлению больших по величине и одинаково направленных спинов вылетающих ФД  $J_{w1}$  и  $J_{w2}$ . Согласно закону сохранения полного спина, уравновешивание суммарного спина предфрагментов деления  $F_w = J_{w1} + J_{w2}$  происходит за счет поворота составного ядра вокруг той же оси в противоположную сторону, что приводит к генерации большого значения относительного орбитального момента фрагментов  $L_w$ , который в силу рассмотренного выше закона сохранения должен удовлетворять равенству  $L_w = -F_w$ . Как видно из представленных выше рассуждений оба вида поперечных колебаний дают вклад в спиновые распределения фрагментов деления, но только wriggling-колебания фактически определяют распределение относительных орбитальных моментов  $L$  этих фрагментов. Поскольку значения спина  $J$  делящегося ядра заметно меньше среднего значения  $L$ , то значительная часть спина  $J$  приводит к накачке относительного орбитального момента  $L$ , а не спинов  $J_1$  и  $J_2$  ФД. Для описания накачки больших значений спинов и спиновых распределений фрагментов спонтанного и низкоэнергетического вынужденного деления ядер в работе [10] основополагающая роль отводится поперечным bending-колебаниям, что сильно отличается от подхода, излагаемого в данной работе, предполагающего примерно равный вклад обоих видов колебаний, что хорошо согласуется и с выводами работы [15]. Кроме того, подход работ [10, 15] для описания спинового распределения ФД базируется на концепции о значительной термализации ФД, обладающих температурой  $T$ , превышающей 1 МэВ в окрестности точки разрыва делящегося ядра, что отличается от подхода, излагаемого в работе, так как в рамках настоящего подхода ФД остаются «холодными» вплоть до точки разрыва, вследствие чего продемонстрирована необходимость учета только нулевых поперечных bending- и wriggling-колебаний. Поскольку величина энергии нулевых bending-колебаний значительно меньше аналогичной величины для случая wriggling-колебаний (например, для ядра  $^{236}\text{U}$   $\hbar\omega_b = 0.9$  МэВ,  $\hbar\omega_w = 2.3$  МэВ), то в рамках температурного подхода ведущий вклад в спиновое распределение будут вносить bending-колебания. Реализация температурного подхода работ [10, 15] приводила бы к статистическому смешиванию всех проекций  $K$ , то есть величина

К переставала бы быть «хорошим» квантовым числом, что в свою очередь приводило бы к исчезновению анизотропий направлений вылета ФД. Поскольку подобный эффект (изотропность распределения) не наблюдается экспериментально, то можно с уверенностью говорить о «холодности» делящегося ядра вблизи его точки разрыва на ФД, а также о формировании спиновых распределений ФД под влиянием нулевых wriggling- и bending-колебаниями делящегося ядра.

$$P(J_1, J_2, \phi) = \frac{2J_1 J_2}{\pi C_w C_b} \exp \left[ -J_1^2 \{aI_2^2 + b\} - J_2^2 \{aI_1^2 + b\} + 2J_1 J_2 \cos \phi \{aI_1 I_2 - b\} \right], \quad (5)$$

где  $a = \frac{1}{C_b(I_1 + I_2)^2}$ ;  $b = \frac{1}{I_w}$ ;  $C_{b,w} = I_{b,w} \hbar \omega_{b,w}$  — константы bending- и wriggling-колебаний, а также момент инерции wriggling-колебаний  $I_w$  имеет вид

$$I_w = \frac{(I_1 + I_2)I_0}{I},$$

где  $I_1, I_2$  — моменты инерции первого и второго фрагментов соответственно;  $I_0 = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} (\vec{R}_1 - \vec{R}_2)^2$ ;  $I = I_0 + I_1 + I_2$ ;  $R_{1,2} = r_o A^{1/3} [1 - \beta_{1,2}^2 / (4\pi) + \sqrt{5/(4\pi)} \beta_{1,2}]$ ;  $\beta_{1,2}$  — коэффициент квадрупольной деформации;  $I_b$  — момент инерции bending-колебаний:

$$I_b = I_1 + \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 I_2,$$

где  $I_w$  — момент инерции wriggling-колебаний,  $I_b$  — момент инерции bending-колебаний;  $\omega_w, \omega_b$  — частоты wriggling — и bending колебаний соответственно.

Как было сказано выше, рассмотрение спонтанного и низкоэнергетического вынужденного деления ядер указывает, что вылетающие из ядра ФД должны находиться только в «холодных» неравновесных состояниях [18], поэтому функции плотности bending-

Рассмотрим корреляцию между спинами фрагментов двойного спонтанного и вынужденного низкоэнергетического деления ядер. В основе лежит распределение, описывающее зависимость значений спинов ФД  $J_1$  и  $J_2$  и угла  $\phi [0 \leq \phi \leq \pi]$  между ними, причем при построении распределений вероятностей  $P(J_1, J_2, \phi)$  для wriggling- и bending- колебаний использовались только нулевые осцилляторные волновые функции в импульсном представлении:

и wriggling-колебаний имеют вид:

$$\begin{aligned} P(J_{b_x}, J_{b_y}) &= P(J_{b_x}) P(J_{b_y}) = \\ &= \frac{1}{\pi C_b} \exp \left[ -\frac{(J_{b_x}^2 + J_{b_y}^2)}{C_b} \right], \\ P(J_{w_x}, J_{w_y}) &= P(J_{w_x}) P(J_{w_y}) = \\ &= \frac{1}{\pi C_w} \exp \left[ -\frac{(J_{w_x}^2 + J_{w_y}^2)}{C_w} \right], \end{aligned} \quad (6)$$

что позволило перейти от обобщенного параметра  $C_{b,w} = I_{b,w} \hbar \omega_{b,w}$  к энергиям и моментам инерции wriggling- и bending- колебаний.

Для построения распределения спинов использована теория [14], описывающая процесс формирования спинов фрагментов за счет возбуждения wriggling- и bending- колебаний. Аналогично работе [18] предполагается, что спин делящегося ядра перпендикулярен оси симметрии.

Теперь введем определения относительного орбитального момента  $L$  и относительного спина  $G$  ФД через спины первого и второго ФД  $J_1$  и  $J_2$ :

$$\begin{aligned} L &= -(J_1 + J_2); & G &= (J_1 - J_2); \\ J_1 &= -L/2 + G; & J_2 &= -L/2 - G. \end{aligned} \quad (7)$$

Возведем  $L$  и  $G$  в квадрат:

$$\begin{aligned} L^2 &= (J_1 + J_2)^2 = (J_{1x} + J_{2x})^2 + (J_{1y} + J_{2y})^2; \\ G^2 &= (J_1 - J_2)^2 = (J_{1x} - J_{2x})^2 + (J_{1y} - J_{2y})^2. \end{aligned}$$

Относительный орбитальный момент определяется только wriggling- колебаниями. Тогда рассмотрим только распределение для wriggling-колебаний:

$$\begin{aligned} P(J_{1x}, J_{2x}, J_{1y}, J_{2y}) &= \frac{1}{\pi^2 I_w \hbar \omega_w I_b \hbar \omega_b} \exp \left[ -\frac{J_{b_x}^2 + J_{b_y}^2}{I_b \hbar \omega_b} - \frac{J_{w_x}^2 + J_{w_y}^2}{I_w \hbar \omega_w} \right] \cdot \left| \frac{\partial (J_{b_x}, J_{w_x}, J_{b_y}, J_{w_y})}{\partial (J_{1x}, J_{2x}, J_{1y}, J_{2y})} \right| = \\ &= \frac{1}{\pi^2 I_w \hbar \omega_w I_b \hbar \omega_b} \exp \left[ -\frac{1}{I_b \hbar \omega_b (I_1 + I_2)^2} \{ (I_2 J_{1x} - I_1 J_{2x})^2 + (I_2 J_{1y} - I_1 J_{2y})^2 \} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{I_w \hbar \omega_w} \{ (J_{1x} + J_{2x})^2 + (J_{1y} + J_{2y})^2 \} \right]; \\ P(J_{1x}, J_{2x}, J_{1y}, J_{2y}) &= \frac{1}{\pi I_w \hbar \omega_w} \exp \left[ -\frac{1}{I_w \hbar \omega_w} \{ (J_{1x} + J_{2x})^2 + (J_{1y} + J_{2y})^2 \} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

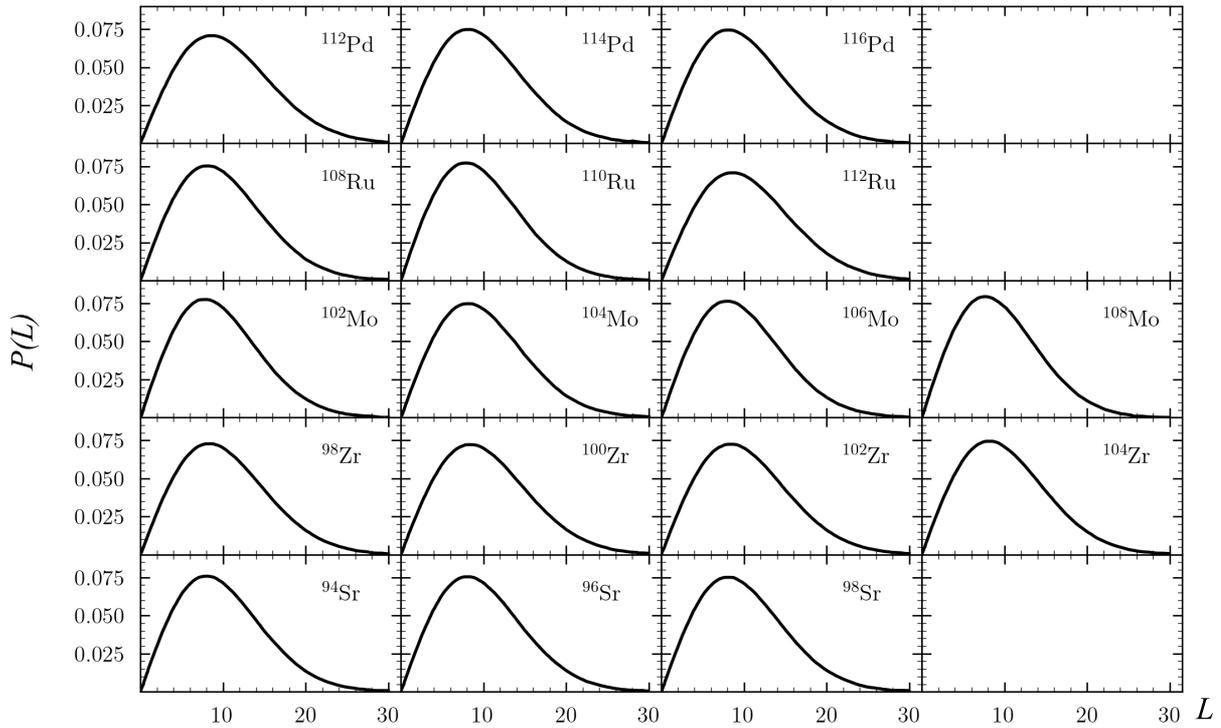


Рис. 1. Распределение орбитальных моментов фрагментов двойного деления ядер

Подставим  $L^2$  и домножим на Якобиан перехода вида:

$$\left| \frac{\partial (J_{1x}, J_{2x}, J_{1y}, J_{2y})}{\partial (L_x, G_x, L_y, G_y)} \right| = \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix} = 1;$$

$$P(L) = \frac{1}{\pi I_w \hbar \omega_w} \exp \left[ -\frac{L^2}{I_w \hbar \omega_w} \right]. \quad (9)$$

Проинтегрировав в полярной системе координат, получим распределение по L:

$$P(L) = \int_0^\pi \frac{L}{\pi I_w \hbar \omega_w} \exp \left[ -\frac{L^2}{I_w \hbar \omega_w} \right] d\phi_L = \frac{2L}{I_w \hbar \omega_w} \exp \left[ -\frac{L^2}{I_w \hbar \omega_w} \right]; \quad (10)$$

$$\bar{L} = \int_0^\infty \frac{2L^2}{I_w \hbar \omega_w} \exp \left[ -\frac{L^2}{I_w \hbar \omega_w} \right] dL = \frac{\sqrt{I_w \hbar \omega_w \pi}}{2}. \quad (11)$$

Полученные результаты представлены в таблице и рисунках ниже. Так, на рис. 1 и на рис. 2 представлены распределения орбитальных моментов легких и тяжелых фрагментов двойного деления ядер. К сожалению, хочется отметить, что не удалось найти экспериментальных данных для проведения сравнения с полученными теоретическими кривыми.

Как видно из рис. 3 среднее значение орбитального момента порядка 10 единиц  $\hbar$ , а из рис. 4 следует, что среднее значение угла между спинами 1-го и 2-го ФД находится в районе  $90^\circ$ .

К сожалению, нам не удалось найти работы с экспериментальными распределения орбитальных моментов фрагментов деления, поэтому верификация предлагаемого в работе подхода будет проводиться методом сопоставления предлагаемого подхода с теоретическим подходам группы А. Булгака [19, 20]. Теоретическая модель, разработанная группой А. Булгака [19, 20] имеет сходство с выводом золотого правила Ферми, согласно которому вероятность перехода в единицу времени из начального состояния во все конечные состояния, допускаемые законами сохранения, представляет собой произведение квадрата среднего матричного элемента, часто принимаемого как феноменологическое значение, и таких констант, как плотность конечных состояний, которую часто можно легко оценить. Единственной теорией, необходимой для анализа, проведенного в работе [19], является квантовая теория углового момента, а также некоторые очень мягкие и довольно общие допущения об индивидуальных особенностях распределений углового момента. Поскольку в работе [19] учитываются все возможные собственные колебания делящегося ядра, такие как продольные tilting- и twisting-, а также поперечные bending- и wriggling-колебания, настоящий анализ является более общим, чем микроскопическое рассмотрение, представленное

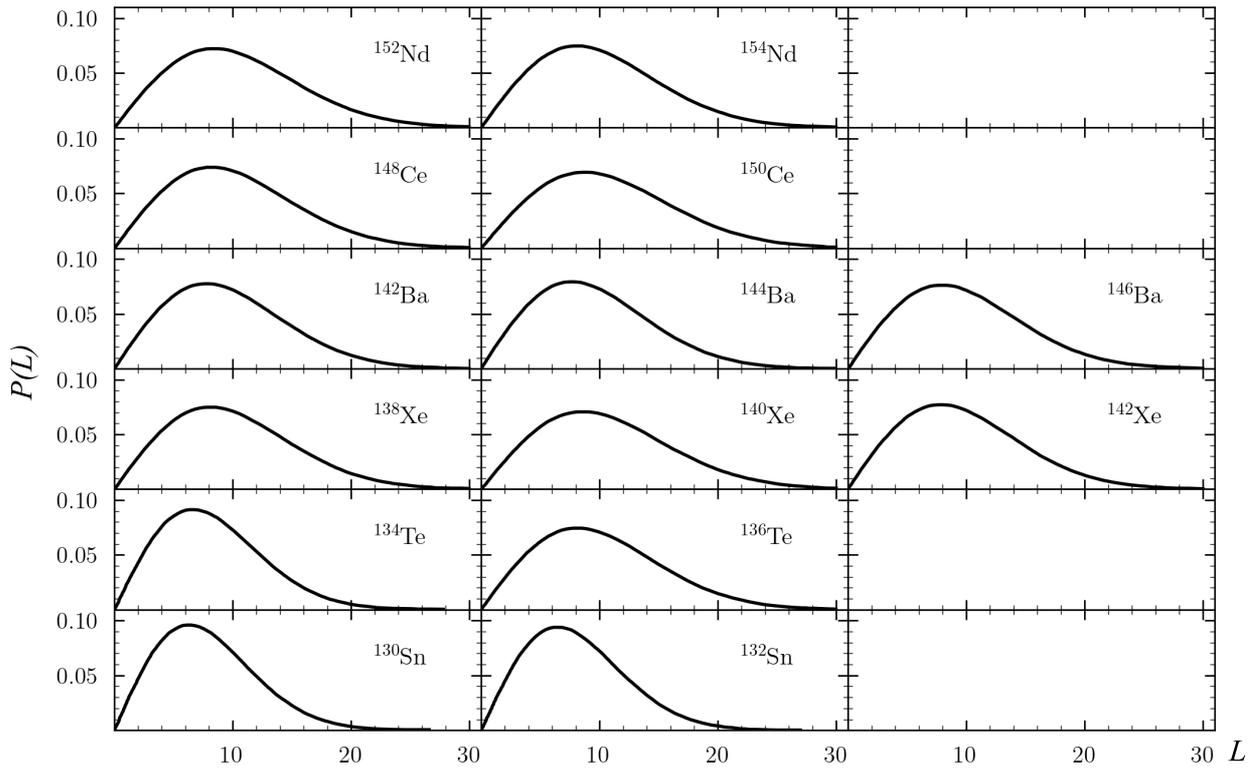


Рис. 2. Распределение орбитальных моментов фрагментов двойного деления ядер

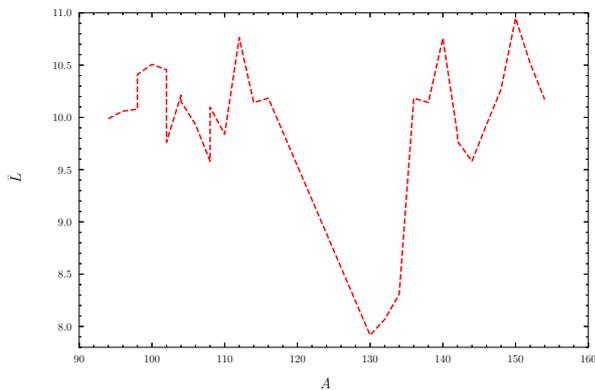


Рис. 3. Зависимость среднего значения орбитального момента ядер от массового числа

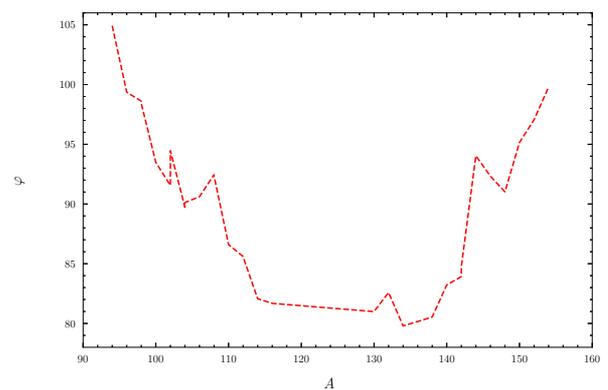


Рис. 4. Зависимость угла между спинами 1-го и 2-го фрагментов деления от массового числа A

в работе [15] в основе которых лежит феноменологическая модель FREYA, где явно рассматривались только моды bending- и wriggling-колебаний.

В работе [20] при использовании нестационарной теории функционала плотности (TDDFT) и проведении обобщения на случай сверхтекучих систем [21] было получено распределение плотности вероятности  $P(S_L, S_H, L)$ , удовлетворяющее условию нормировки  $\sum_{S_L, S_H, L} P(S_L, S_H, L) = 1$ . Проводя суммирование по спинам фрагментов  $S_L, S_H$ , получим распределение по

орбитальным моментам:

$$P(L) = \sum_{S_L, S_H} P(S_L, S_H, L). \quad (12)$$

Нестационарная теория функционала плотности (TDDFT) [22], ввиду сложности реализации, может содержать некоторые невыявленные ошибки и впоследствии привести к ошибочным выводам [21, 22], одновременно сложность численной реализации TDDFT

Таблица. Характеристики спонтанного деления  $^{252}\text{Cf}$ 

Al	$\phi(I_1, I_2), ^\circ$	$\bar{L}, \hbar$	$C_b, \hbar^2$	$C_w, \hbar^2$
$^{94}\text{Sr}$	104.93	9.99	49.40	61.06
$^{96}\text{Sr}$	99.36	10.06	45.68	61.95
$^{98}\text{Sr}$	98.61	10.08	45.21	62.18
$^{98}\text{Zr}$	98.41	10.41	42.68	58.96
$^{100}\text{Zr}$	93.49	10.51	39.20	60.08
$^{102}\text{Zr}$	91.56	10.46	36.93	59.48
$^{104}\text{Zr}$	89.72	10.21	33.33	56.74
$^{102}\text{Mo}$	94.46	9.76	34.41	51.87
$^{104}\text{Mo}$	90.12	90.12	33.33	56.09
$^{106}\text{Mo}$	90.61	9.93	32.29	53.66
$^{108}\text{Mo}$	92.45	9.58	31.50	49.95
$^{108}\text{Ru}$	92.35	10.10	31.49	49.93
$^{110}\text{Ru}$	86.60	9.84	24.84	47.41
$^{112}\text{Ru}$	85.60	10.76	23.94	47.23
$^{112}\text{Pd}$	85.58	10.76	23.94	47.28
$^{114}\text{Pd}$	82.07	10.14	17.25	41.98
$^{116}\text{Pd}$	81.68	10.18	16.85	42.32
$^{130}\text{Sn}$	80.99	7.92	10.27	27.90
$^{132}\text{Sn}$	82.59	8.07	11.36	28.97
$^{134}\text{Te}$	79.79	8.31	10.45	30.73
$^{136}\text{Te}$	80.16	10.18	15.80	42.32
$^{138}\text{Xe}$	80.54	10.14	16.17	41.98
$^{140}\text{Xe}$	83.23	10.76	21.79	47.23
$^{142}\text{Xe}$	83.92	9.84	22.32	47.41
$^{142}\text{Ba}$	84.74	9.77	25.23	51.96
$^{144}\text{Ba}$	94.03	9.58	33.55	49.95
$^{146}\text{Ba}$	92.33	9.93	34.54	53.66
$^{148}\text{Ce}$	91.02	10.27	35.58	57.39
$^{150}\text{Ce}$	95.15	10.95	45.36	65.24
$^{152}\text{Md}$	97.05	10.52	43.22	60.21
$^{154}\text{Md}$	99.79	10.17	47.90	63.32

может также и скрыть некоторые ошибочные входные данные.

Как видно из рис. 5, распределение углового момента, рассчитанное по формуле (10), разумно согласуется с теоретическим расчетом работы [20], выполненным с учетом функционала плотности ядерной материи (NEDF), SkM в случае ядра  $^{252}\text{Cf}$ .

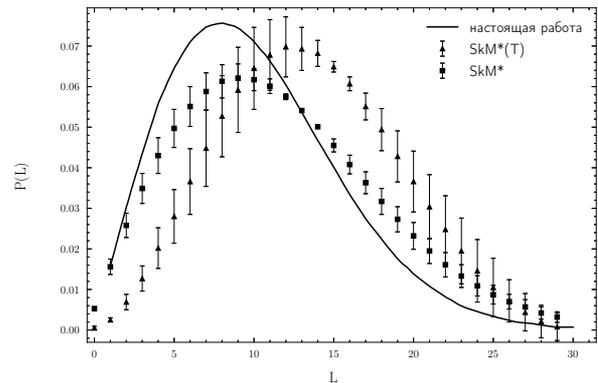


Рис. 5. Сравнение распределения орбитального момента фрагментов двойного деления ядер, рассчитанного по формуле (10) (сплошная линия) с аналогичными значениями, полученными в работе [20] с учетом функционала плотности ядерной материи (NEDF), SkM в случае ядра  $^{252}\text{Cf}$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В современных исследованиях, учитывающих квантовые поправки к классической теории деления О. Бора, выявлены следующие закономерности. Для наблюдения угловой анизотропии ФД ориентированных ядер медленными нейтронами или фотоделения ядер около барьера необходимо сохранение квантового числа  $K$  при спуске с барьера до точки разрыва. Это связано с ограничением возбуждений внутренних степеней свободы до простых состояний с малым числом квазичастиц и низкой плотностью уровней.

Разлет ФД вдоль оси симметрии делящегося ядра приводит к угловому распределению, описываемому квантовой суперпозицией большого числа парциальных волн  $L_m$ . Это формирует конус с углом раствора  $\theta \approx 1/L_m$ . Нулевые поперечные колебания предфрагментов вблизи точки разрыва играют ключевую роль в генерации больших угловых моментов и спинов ФД. Их wriggling- (извивный) характер определяет значительную часть спина и угловых моментов относительного движения ФД. Именно эти колебания дают более 80% величины спина осколков  $J_{1,2}$  и одновременно генерируют угловые моменты  $L$  относительного движения осколков так, что выполняется равенство  $L = J_1 + J_2$ .

Средние значения орбитальных моментов, генерируемые данным механизмом, хорошо соответствуют данными других подходов [20]. Получено разумное согласие распределения углового момента  $L$ , рассчитанного по формуле (10), с теоретическим подходом работы [20]. Для ядра  $^{252}\text{Cf}$  полученное согласие указывает на важность учета квантовых эффектов при анализе деления ядер.

- [1] *Born O., Mottelson B.* Nuclear Structure. Benjamin. N-Y. 1974. **2**.
- [2] *Кадменский С.Г.* // ЯФ. 2005. **68**. С. 2030.
- [3] *Кадменский С.Г., Маркушев В.П., Фурман В.И.* // ЯФ. 1982. **35**. С. 300.
- [4] *Кадменский С.Г., Маркушев В.П., Попов Ю.П., Фурман В.И.* // ЯФ. 1984. **39**. С. 7.
- [5] *Шапиро И.С.* // УФН. 1968. **95**. С. 647.
- [6] *Сушков О.П., Фламбаум В.В.* // УФН. 1982. **136**. С. 3.
- [7] *Кадменский С.Г., Родионова Л.В.* // ЯФ. 2005. **68**. С. 1491.
- [8] *Fong P.* Statistical Theory of Nuclear Fission. Gordon and Beach., N-Y. 1969.
- [9] *Carruthers P., Nieto M.M.* // Rev. Mod. Phys. 1968. **40**. P. 411.
- [10] *Rasmussen J.O., Noerenberg W., Mang H.J.* // Nucl. Phys. A. 1969. **136**. P. 465.
- [11] *Кадменский С.Г., Родионова Л.В.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2005. **69**. P. 703.
- [12] *Wilhelmy J.B., Cheifetz E., Jared R.C., Thompson S.G., Bowman H.R., Rasmussen J.O.* // Phys. Rev. C. 1972. **5**. P. 204.
- [13] *Кадменский С.Г., Любашевский Д.Е., Титова Л.В.* // Изв. РАН, Сер. физ. 2015. **79**. С. 975.
- [14] *Бунаков В.Е., Кадменский С.Г., Любашевский Д.Е.* // ЯФ. 2016. **79**, С. 198.
- [15] *Randrup J. and Vogt R.* // Phys. Rev. Lett. 2021. **127**, 062502.
- [16] *Moretto L.G., Peaslee G.F., Wozniak G.F.* // Nucl. Phys. A. 1989. **502**. P. 453.
- [17] *Shneidman T.M., Adamian G.G., Antonenko N.V., Ivanova S.P., Jolos R.V. and Scheid W.* // Phys. Rev. C. 2002. **65**. 064302.
- [18] *Nix J.R. and Swiatecki W.J.* // Nucl. Phys. 1965. **71**, P. 1.
- [19] *Bulgac A.* // Phys. Rev. C. 2022. P. 106. 014624.
- [20] *Bulgac A., Abdurrahman I., Godbey K., and Stetcu I.* // Phys. Rev. Lett. 2022. **128**, 022501.
- [21] *Bulgac A., Abdurrahman I., Jin S., Godbey K., Schunck N., and Stetcu I.* // Phys. Rev. Lett. 2021. **126**, 142502.
- [22] *Bulgac A., Magierski P., Roche K.J., and Stetcu I.* // Phys. Rev. Lett. 2016. **116**, 122504.
- [23] *Salvioni G., Dobaczewski J., Barbieri C., Carlsson G., Idini A., and Pastore A.* // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2020. **47**, 085107.

## Assessment of orbital momentums of fragments of binary fission

S.G. Kadmenky<sup>a</sup>, D.E. Lyubashevsky, A.A. Pisklyukov, D.A. Stepanov

Voronezh State University, Faculty of Physics, Department of Nuclear Physics, Russia, 394018, Voronezh  
E-mail: <sup>a</sup>kadmenky@phys.vsu.ru

This study describes the angular distributions of nuclear fission fragments, based on the following main approaches: the fissile nucleus remains cold until it scission into fission fragments, the formation of spin and orbital moments of fission fragments occurs due to transverse bending and wriggling vibrations. Using the wave functions of zero transverse bending and wriggling vibrations, an analytical formula was constructed to estimate the average value of the orbital momentum and the angular distribution of fission fragments. These results are important for understanding nuclear fission processes and can be used to model them more accurately.

PACS: 24.75.+i, 27.90.+b, 25.85.Ca.

*Keywords:* zero bending- and wriggling- vibrations, coldness of the fissile nucleus, spin distribution, orbital momentum.

*Received 25 December 2023.*

### Сведения об авторах

1. Кадменский Станислав Георгиевич — доктор физ.-мат. наук, профессор, профессор; тел.: (473) 252-46-54, e-mail: kadmenky@phys.vsu.ru.
2. Любашевский Дмитрий Евгеньевич — доктор физ.-мат. наук, доцент, доцент; тел.: (473) 220-88-21, e-mail dima\_physicist@mail.ru.
3. Писключков Андрей Александрович — аспирант, инженер; e-mail: uvalov.dima@mail.ru.
4. Степанов Даниил Алексеевич — студент; e-mail: step-1942@mail.ru.