

XXXIV Всероссийская школа-семинар «Волновые явления: физика и применения» (Волны–2023)
«НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ»

Статистические характеристики тока, протекающего через полупроводниковую сверхрешетку, при флуктуациях структуры

А. О. Сельский,^{*} О. И. Москаленко,[†] А. А. Короновский[‡]

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, институт физики, кафедра физики открытых систем
Россия, 410012, Саратов, Астраханская, д. 83*

(Поступила в редакцию 19.08.2023; подписана в печать 11.09.2023)

В работе исследуется как флуктуации структуры решетки, а именно ширины проводящей минизоны, влияют на ток, протекающий через полупроводниковую сверхрешетку. Для решения этой задачи предложена модель численного счета, позволяющая рассчитывать ток при случайных изменениях ширины минизоны в слоях сверхрешетки, как в случае с наклонным магнитным полем, так и без него. Для того чтобы оценить изменение тока было введено две интегральные характеристики: одна для формы вольт-амперной характеристики, вторая для амплитуды высокочастотных колебаний тока. Ранжированные по возрастанию интегральные характеристики позволяют примерно аппроксимировать изменчивость характеристик тока, протекающего через полупроводниковую сверхрешетку, при различных величинах флуктуаций структуры решетки.

PACS: 72.20.Ht, 05.45.-a, 73.21.-b.

УДК: 537.86, 577.35

Ключевые слова: полупроводниковые сверхрешетки, дефекты структуры, СВЧ-электроника.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе рассматриваются изменения тока при флуктуациях структуры решетки в полупроводниковой сверхрешетке — сложной наноструктуре, состоящей из нескольких чередующихся тонких (~ 10 нм) слоев различных полупроводниковых материалов [1, 2]. Данная структура является удобной моделью для изучения различных квантово-механических эффектов [3, 4] и перспективным элементом генераторов суб-ТГц диапазона [5, 6]. Одним из способов применения полупроводниковых сверхрешеток в СВЧ-электронике является использование коллективной динамики электронов при приложении к сверхрешетке постоянного напряжения, поскольку в этом случае в структуре могут образовываться пространственно-временные электронные структуры, называемые доменами (по аналогии с доменами в диоде Ганна [7, 8]). Прохождение доменов через полупроводниковую сверхрешетку приводит к возникновению колебаний тока, протекающего через структуру, частота которых составляет, как правило, несколько десятков гигагерц [9, 10]. Следует отметить, что в настоящее время все больше внимания исследователи уделяют рассмотрению транспорта электронов через полупроводниковую сверхрешетку с позиций нелинейной динамики. Это позволяет выявлять и объяснять различные эффекты, наблюдающиеся в исследуемой систе-

ме [9–13], особенно в присутствии наклонного магнитного поля. Более того, ранее было показано, что наклонное магнитное поле часто оказывает стабилизирующее влияние (препятствует изменению формы, амплитуды и частоты колебаний) на колебания тока в полупроводниковой сверхрешетке под влиянием температуры [13], межминизонного туннелирования [14] и изменения вдоль решетки концентрации легирующей примеси [15].

Важным фактором при создании полупроводниковых гетероструктур является возникновение большого числа различных пространственных неоднородностей (например случайных флуктуаций концентрации легирующей примеси [16, 17] или флуктуаций структуры, проводящей к изменению ширины проводящей минизоны), которые оказывают влияние на характеристики сверхрешетки. Помимо случайных флуктуаций возможно целенаправленное изменение концентрации легирующей примеси для улучшения характеристик прибора [18, 19]. В рамках настоящей статьи будут рассматриваться случайные флуктуации структуры сверхрешетки, приводящие к изменению значения ширины проводящей минизоны в слоях решетки. Целью является построение примерных аппроксимаций для интегральных характеристик изменения тока, чтобы в дальнейшем была возможность построить распределения отклонений характеристик при случайных флуктуациях структуры, возникающих при создании приборов, как показано в [15]. Такой подход позволит изначально задать диапазон изменения тока при создании структуры с наперед заданными характеристиками решетки. Помимо этого, для слабосвязанных сверхрешеток наличие шумов активно ис-

* selskii@yandex.ru

† o.i.moskalenko@gmail.com

‡ alexey.koronovskii@gmail.com

следует в вопросах наблюдения особых форм хаотической динамики, включая гиперхаос, стохастический резонанс, перемежающееся хаотическое поведение [20–22]. Вероятно, настоящее исследование позволит лучше понять процессы, индуцированные шумом в полупроводниковых сверхрешетках.

1. МОДЕЛЬ

Ток, протекающий через полупроводниковую сверхрешетку, рассчитывается из решения системы уравнений [2], представленной ниже. Для удобства численного счета уравнения приводятся в дискретном виде. Для этого структура разбита на большое число малых слоев, так чтобы на каждый период решетки приходилось порядка 30–40 слоев [23]. Система состоит из уравнения непрерывности:

$$ex \frac{dn_m}{dt} = J_{m-1} - J_m, \quad m = 1 \dots N, \quad (1)$$

где n_m — концентрация в m слое, J_m — плотность тока, протекающая через границу m слоя, $\Delta x = 0.24$ нм — ширина элементарного слоя, e — заряд электрона, N — количество дискретных слоев. Из этого уравнения можно найти приращение по времени для концентрации электронов, если известна текущая плотность тока во всех слоях. Помимо него используется уравнение Пуассона:

$$F_{m+1} = \frac{ex}{0r} (n_m - n_D) + F_m, \quad m = 1 \dots N, \quad (2)$$

где F_m — напряженность электрического поля в m слое, $n_D = 3 \times 10^{22} \text{ м}^{-3}$ — равновесная концентрация электронов, ε_0 и $\varepsilon_r = 12.5$ — абсолютная и относительная электрические проницаемости. Уравнение Пуассона позволяет найти напряженность электрического поля, если известна концентрация во всех слоях структуры. Также необходимо включить в систему уравнение непрерывности:

$$J_m = en_m v_d(\overline{F_m}), \quad (3)$$

где $v_d(\overline{F_m})$ — зависимость дрейфовой скорости от напряженности электрического поля. Данная зависимость имеет разный вид для разных внешних воздействий, однако, если не учитывать возможность межзонного туннелирования, не вводить наклонное магнитное поле и считать температуру близкой к абсолютному нулю, зависимость принимает относительно простой вид [4]:

$$v_d = \frac{d\Delta}{2\hbar} \frac{\tau\omega_B}{(1 + \tau^2\omega_B^2)}, \quad \omega_B = \frac{eFd}{\hbar}, \quad (4)$$

где Δ — ширина минизоны, τ — время рассеяния, ω_B — частота блоховских колебаний. В настоящей работе помимо такого простого случая рассматривается

присутствие наклонного магнитного поля с индукцией и углом наклона $B = 15$ Тл, $\theta = 40^\circ$ соответственно. Электрическое поле направлено вдоль оси сверхрешетки, магнитное поле направлено навстречу электрическому под углом θ к оси сверхрешетки [13]. Введение в рассмотрение магнитного поля приведет к изменению профиля дрейфовой скорости и появлению дополнительных резонансных пиков [2]. Для этого случая зависимость дрейфовой скорости от напряженности электрического поля была рассчитана численно, как в [13]. Для расчета дрейфовой скорости решаются уравнения движения относительно импульса электрона с учетом влияния продольного электрического и наклонного магнитного полей.

Если известна зависимость дрейфовой скорости, можно решать данную самосогласованную систему уравнений следующим образом: по напряжению, приложенному к сверхрешетке, находят напряженности электрического поля; зная их можно определить плотности тока, из которых рассчитываются концентрации электронов в следующий момент времени, что позволяет определить напряженности электрического поля (с учетом приложенного постоянного напряжения). Такой цикл повторяется снова, делая новые итерации по времени. При этом плотность тока в нулевом слое при дискретизации всегда определяется следующим образом: $J_0 = \sigma F_0$. Здесь $\sigma = 3788 \text{ Ом}^{-1}$ — проводимость контакта. Напряженность электрического поля F_0 может быть найдена из уравнения Кирхгофа

$$V = U + \frac{\Delta x}{2} \sum_{m=1}^N (F_m + F_{m+1}), \quad (5)$$

где V — напряжение, приложенное к сверхрешетке, U — падение напряжения на контактах. В соответствии с [12], падение напряжения на контактах определяется соотношением:

$$U = F_0 (\Delta x_l - \Delta x_s) + F_0 (\Delta x_l - \Delta x_q) + F_1 \Delta x_s + F_{N+1} \Delta x_q - \frac{en_0 (\Delta x_q)^2}{20r} + F_0 S R_c, \quad (6)$$

Здесь $\Delta x_l = 50$ нм — длина контактов, Δx_s и Δx_q — протяженность областей повышенной и пониженной концентрации электронов вблизи контактов, $n_0 = 3 \times 10^{23} \text{ м}^{-3}$ — концентрация электронов в контактном слое, $S = 5 \times 10^{-10} \text{ м}^2$ — площадь контакта, $R_c = 17 \text{ Ом}$ — контактное сопротивление с учетом сопротивления измерительной линии. Все приведенные значения брались для реальной полупроводниковой сверхрешетки, для которой период решетки составлял $d = 8.3$ нм. При моделировании за основу была взята структура из двух слоев GaAs и центрального InAs, в котором потенциальная энергия электронов ниже [5]. Что бы избежать учета температурных эффектов было выбрано значение $T = 4.2$ К. При этих условиях частота генерации колебаний тока с ростом

напряжения изменяется от 50 до 10 ГГц без магнитного поля, и от 75 до 15 ГГц в присутствии наклонного магнитного поля.

Ток, протекающий через структуру, можно найти по формуле:

$$I(t) = \frac{S}{N+1} \sum_{m=0}^{N+1} J_m, \quad (7)$$

данная величина соответствует той, что можно измерить в эксперименте.

Помимо приведения к дискретному виду, для удобства численного счета уравнения в модели были приведены к безразмерному виду:

$$\begin{cases} \frac{dn_m}{dt} = \beta(J_{m-1} - J_m), \\ F_{m+1} = \vartheta(n_m - 1) + F_m, \\ J_m = n_m v_d(\overline{F_m}), \end{cases} \quad (8)$$

где использовались следующие параметры обезразмеривания:

$$\begin{aligned} x = \frac{x'}{L}, \quad t = \frac{t'}{\tau}, \quad n = \frac{n'}{n_D}, \quad J = \frac{J'}{en_D v_0}, \quad F = \frac{F'}{F_C}, \\ F_C = \frac{\hbar}{ed\tau}, \quad \beta = \frac{v_0\tau}{L}, \quad \vartheta = \frac{Len_D}{F_C \sigma r}, \quad v_0 = \frac{d\Delta}{2\hbar}. \end{aligned} \quad (9)$$

Помимо упрощения уравнений, упрощается и вид зависимости дрейфовой скорости от напряженности электрического поля:

$$v_d(\overline{F_m}) = \frac{\overline{F_m}}{1 + \overline{F_m}^2}. \quad (10)$$

Далее в рамках настоящей статьи целью было исследовать как изменяется ток, протекающий через полупроводниковую сверхрешетку с учетом дефектов решетки. Была учтена возможность флуктуации проводящей минизоны, через которую осуществляется транспорт электронов. Данные флуктуации могут возникать в случае ошибок в наращивании слоев сверхрешетки. При этом период решетки считался одинаковым, иначе пришлось бы решать двухпараметрическую задачу.

Как видно из уравнений (8)–(10), от ширины минизоны (Δ) зависят параметр v_0 , как следствие — параметр β и параметр обезразмеривания плотности тока. В случае без магнитного поля сама дрейфовая скорость от ширины минизоны не зависит. Однако в случае присутствия наклонного магнитного поля изменяется и форма дрейфовой скорости. На рис. 1 продемонстрированы безразмерные зависимости дрейфовой скорости от напряженности электрического поля в присутствии наклонного магнитного поля с индукцией и углом наклона $B = 15$ Тл, $\theta = 40^\circ$, построенные для разных значений ширины минизоны Δ .

Из рисунка видно, что в зависимости от значения ширины минизоны изменяется выраженность

блук-циклотронных резонансных пиков на зависимости дрейфовой скорости от напряженности электрического поля. Данные дополнительные пики оказывают на динамику электронов, а значит и на протекающий через структуру ток, очень большое влияние, поэтому необходимо аккуратно учесть изменение их формы при расчете вольт-амперных характеристик.

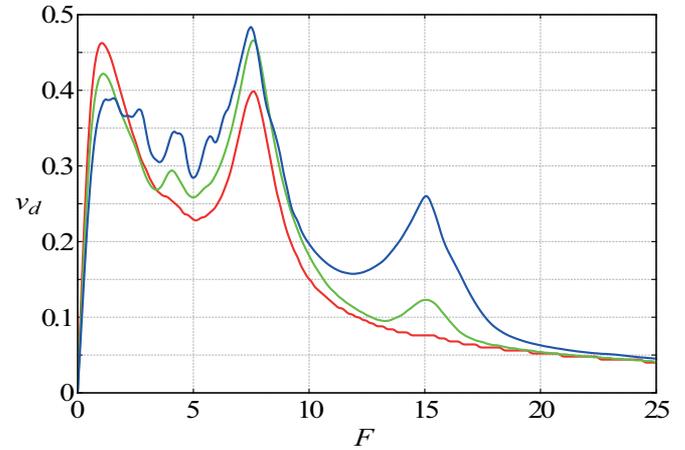


Рис. 1. Зависимости дрейфовой скорости от напряженности электрического поля, рассчитанные для различных значений ширины минизоны: красная линия — $\Delta = 8.55$ мэВ, зеленая — $\Delta = 19.1$ мэВ, синяя — $\Delta = 38.2$ мэВ

Для того чтобы учесть флуктуации структуры решетки использовалась гауссовская случайная величина ξ с единичной дисперсией и нулевым средним, полученная с помощью стандартного генератора случайных чисел. Для каждого слоя m значение ширины минизоны принимало значение $\Delta = \Delta_0 \cdot 2^{0.2D\xi}$. Здесь $\Delta_0 = 19.1$ мэВ — значение типичное для сверхрешеток подобного типа, а D — уровень шума (если флуктуации в структуре рассматривать как некоторое внешнее шумовое воздействие). Видно, что при таком определении при $D = 0$ $\Delta = \Delta_0$. Далее для каждого слоя сверхрешетки рассчитывалось значение ширины минизоны при заданном уровне шума и последовательно решалась система уравнений (8). После чего по плотности тока рассчитывался суммарный ток, протекающий через полупроводниковую сверхрешетку.

2. ТОК ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УРОВНЯХ ШУМА

Для того чтобы определить, как уровень шума влияет на ток, протекающий через полупроводниковую сверхрешетку, сперва рассмотрим, как на вольт-амперные характеристики влияет изменение ширины минизоны. На рис. 2 показаны вольт-амперные характеристики для различных значений ширины минизоны в присутствии наклонного магнитного поля. Данный рисунок соответствует рис. 1.

На рис. 2 хорошо заметен падающий участок на вольт-амперной характеристике, где начинается гене-

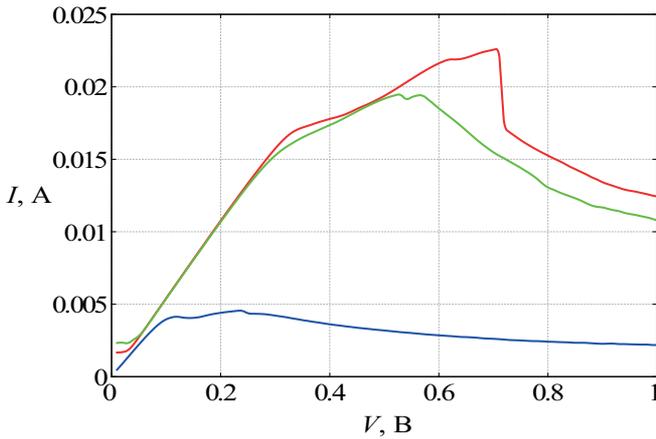


Рис. 2. Вольт-амперные характеристики, рассчитанные для различных значений ширины минизоны: красная линия — $\Delta = 38.2$ мэВ, зеленая — $\Delta = 19.1$ мэВ, синяя — $\Delta = 8.55$ мэВ

рация высокочастотных колебаний тока. Таким образом, для анализа отличий в вольт-амперных характеристиках можно ввести две величины. Интегральная разница амплитуд:

$$\Lambda = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^M (|a_i - a_i^0|), \quad (11)$$

где a_i^0 — амплитуда при данном напряжении для значения ширины запрещенной зоны $\Delta = 19.1$ мэВ, a_i — амплитуда при данном напряжении для значения ширины минизоны с заданным шумом, M — число отсчетов по напряжению. Аналогично по току можно ввести интегральную величину, которая будет отвечать изменениям формы вольт-амперной характеристики:

$$\Theta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^M (|I_i - I_i^0|), \quad (12)$$

где I_i^0 — амплитуда при данном напряжении для значения ширины запрещенной зоны $\Delta = 19.1$ мэВ, I_i — амплитуда при данном напряжении для значения ширины минизоны с заданным шумом. Рассчитав данные значения несколько раз для одного уровня шума, можно будет говорить об устойчивости характеристик тока к флуктуациям структуры сверхрешетки. Если далее получится спрогнозировать закон нарастания отклонения интегральных величин с ростом выборки, то по небольшим выборкам прототипов реальных приборов, в том числе на основе полупроводниковых сверхрешеток, можно будет находить распределения отклонений характеристик при случайных флуктуациях параметров, возникающих при создании приборов, как показано в [15].

Для оценки общего закона необходимо построить несколько вольт-амперных характеристик с одинаковым уровнем шума. Так как флуктуации определяются

случайным образом, эти характеристики будут отличаться, построенные по ним интегральные величины можно будет упорядочить по возрастанию, как это сделано на рис. 3 для случая без магнитного поля.

На рис. 3 приведены результаты для трех уровней шума. Далее идея заключается в том, чтобы одним законом примерно аппроксимировать все три набора точек. Для случая без магнитного поля аппроксимация (показаны на рисунке линиями) приняла следующий вид:

$$\Lambda = D \left(0.1 + 0.0015 r^{\frac{3}{2}} \right), \quad \Theta = D \left(0.015 r^{\frac{3}{2}} \right). \quad (13)$$

Аналогично можно поступить и в случае наклонного магнитного поля (рис. 4). В этом случае аппроксимирующие функции следующие:

$$\Lambda = D \left(0.2 + 0.0025 r^{\frac{3}{2}} \right), \quad \Theta = D \left(0.02 r^{\frac{3}{2}} \right). \quad (14)$$

Является примечательным, что во всех случаях хорошо подходит для аппроксимации степенной закон «3/2», который часто встречается в статистическом анализе нелинейных систем. Аппроксимации часто очень хорошо соответствуют точкам, но для лучшего результата необходимо рассчитать большее число интегральных значений. К тому же качество уменьшается, так как необходим общий закон для всех трех уровней шума, между которыми отличия в аппроксимации заключается только в параметре D .

Этот результат показывает, что для флуктуаций решетки можно рассчитать с помощью ранжирования данных вид распределения плотности вероятности интегральной разности амплитуды колебаний и тока для произвольного значения амплитуды флуктуаций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассматривается влияние на ток, протекающий через полупроводниковую сверхрешетку, флуктуаций структуры решетки, приводящих к изменению в слоях значения ширины проводящей минизоны. Для проведения данного исследования была предложена численная модель позволяющая учитывать случаи присутствия и отсутствия наклонного магнитного поля. В ходе численного моделирования были рассчитаны вольт-амперные характеристики для различных уровней шума, если рассматривать флуктуации структуры решетки как некоторое внешнее случайное воздействие на сверхрешетку. Для количественной оценки изменения тока, протекающего через структуру, было введено две интегральных характеристики: изменения амплитуды высокочастотных колебаний тока и изменения формы вольт-амперной характеристики.

Расчет небольшой выборки интегральных характеристик при различных уровнях шума позволил построить

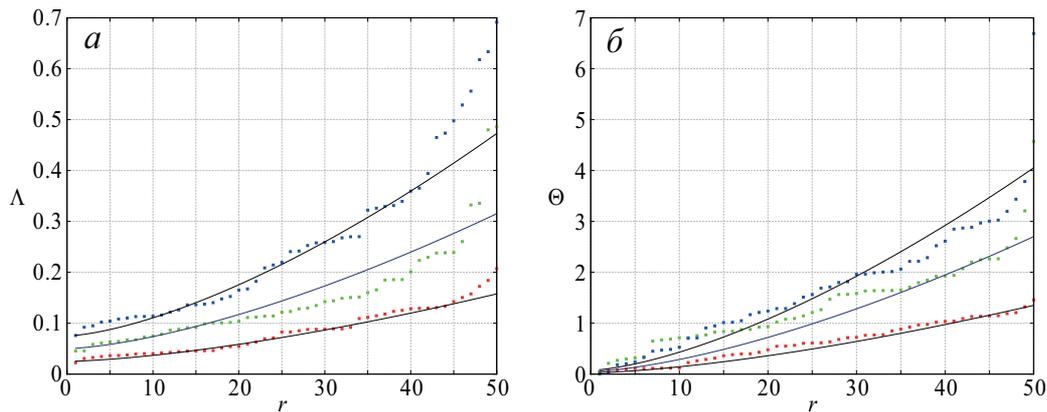


Рис. 3. Ранжированные по возрастанию значения интегральных величин Λ (а) и Θ (б) для различных уровней шума без магнитного поля. Красные точки — $D = 0.25$, зеленые точки — $D = 0.5$, синие точки — $D = 0.75$. Черными линиями показаны аппроксимации

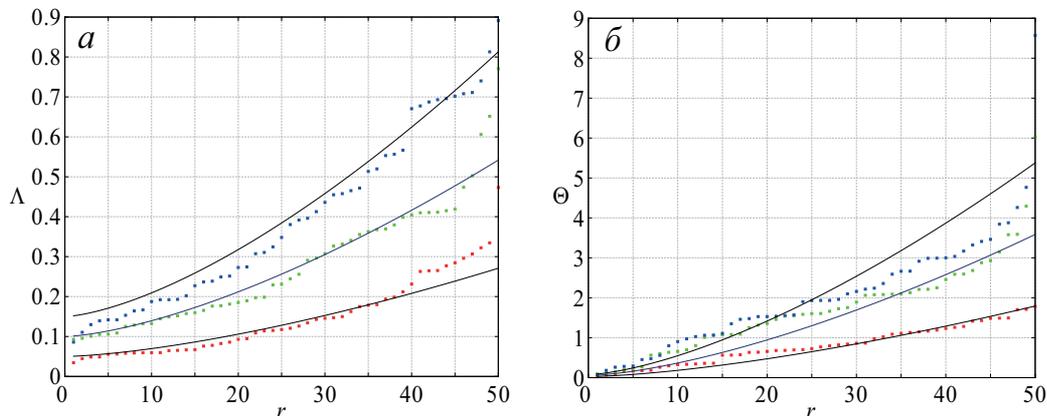


Рис. 4. Ранжированные по возрастанию значения интегральных величин Λ (а) и Θ (б) для различных уровней шума в присутствии наклонного магнитного поля. Красные точки — $D = 0.25$, зеленые точки — $D = 0.5$, синие точки — $D = 0.75$. Черными линиями показаны аппроксимации

ранжированные по возрастанию значения интегральных величин разницы характеристик тока. Обе интегральные величины для обоих случаев (с магнитным полем и без) были аппроксимированы функциями универсальными для всех уровней шума. Все четыре аппроксимирующие функции подчиняются закону «3/2». Это позволяет по небольшим выборкам прототипов реальных приборов, в том числе на основе полупроводниковых сверхрешеток, находить распределения откло-

нений характеристик при случайных флуктуациях параметров, возникающих при создании приборов.

Статья написана по материалам, которые докладывались на Школе-семинаре «Волновые явления: физика и применения» имени профессора А.П. Сухорукова в 2023 году.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (проект СП-497.2021.5).

- [1] Шук А.Я. // ФТП. **8**. 1841. (1974).
- [2] Wacker A. // Phys. Rep. **357**. 1. (2002).
- [3] Келдыш Л.В. // ФТТ. **4**. 2265. (1962).
- [4] Esaki L., Tsu R. // IBM J. Res. Dev. **14**. 61. (1970).
- [5] Polyushkin D.K., Marton I., Racz P. et al. // Phys. Rev. B. **89**. 125426. (2014).
- [6] Kashiwagi T. // Appl. Phys. Lett. **104**. 082603. (2014).
- [7] Scheuerer R., Schomburg E., Renk K.F. et al. // Appl.

- Phys. Lett. **81**. 1515. (2002).
- [8] Eisele H., Khanna S.P., Lineld E.H. // Appl. Phys. Lett. **96**. 072101. (2010).
- [9] Bonilla L.L., Grahn H.T. // Rep. Prog. Phys. **68**. 577. (2005).
- [10] Fromhold T. M., Patane A., Bujkiewicz S. et al. // Nature. **428**. 726. (2004).
- [11] Selskii A.O., Koronovskii A.A., Hramov A.E. et al. //

- Phys. Rev. B. **84**. 235311. (2011).
- [12] *Bonilla L.L., Teitsworth S.W.* Nonlinear wave methods for charge transport. Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2010.
- [13] *Hramov A.E., Makarov V.V., Koronovskii A.A.* et al. // Phys. Rev. Lett. **112**. 116603. (2014).
- [14] *Сельский А.О., Короновский А.А., Москаленко О.И.* et al. // ЖТФ. **85**, N 4. 62. (2015).
- [15] *Сельский А.О., Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е.* // Письма в ЖТФ. **43**, N 20. 3. (2017).
- [16] *Wacker A., Schwarz G., Prengel F.* et al. // Phys. Rev. B. **52**. 13788. (1995).
- [17] *Patra M., Schwarz G., Scholl E.* // Phys. Rev. B. **57**. 1824. (1998).
- [18] *Баланов А.Г., Короновский А.А., Москаленко О.И.* et al. // Изв. РАН. Сер.Физ. **81**, № 1. 50. (2017).
- [19] *Сельский А.О., Лопатин Д.В.* // Вестник ТГУ. **21**, № 2. 619. (2016).
- [20] *Мотро Е., Ruiz-Garcia M., Carretero M.* et al. // Phys Rev Lett. **121**, N 8. 086805. (2018).
- [21] *Bonilla L.L., Carretero M., Мотро Е.* // Entropy. **24**, N 12. 1702. (2022).
- [22] *Мотро Е., Carretero M., Bonilla L.L.* // Phys Rev Lett. **127**, N 9. 096601. (2021).
- [23] *Greenaway M.T., Balanov A.G., Scholl E., Fromhold T.M.* // Phys. Rev B. **80**. 205318. (2009).

Statistical characteristics of the current flowing through semiconductor superlattice with structure fluctuations

A.O. Selskii^a, O.I. Moskalenko^b, A.A. Koronovskii^c

Saratov State University named after N.G. Chernyshevsky. Saratov, 410012, Russia
E-mail: ^aselskii@o@gmail.com, ^bo.i.moskalenko@gmail.com, ^calexey.koronovskii@gmail.com

The paper investigates how fluctuations in the lattice structure, namely the width of the conducting miniband, affect the current flowing through a semiconductor superlattice. To solve this problem, a numerical calculation model is proposed that makes it possible to calculate the current for random changes in the miniband width in the superlattice layers, both in the case of an inclined magnetic field and without it. In order to evaluate the change in current, two integral characteristics were introduced: one for the shape of the current-voltage characteristic, the second for the amplitude of high-frequency current oscillations. The integral characteristics ranked in ascending order make it possible to approximately approximate the variability of the characteristics of the current flowing through a semiconductor superlattice for various fluctuations of the lattice structure.

PACS: 72.20.Ht, 05.45.-a, 73.21.-b

Keywords: semiconductor superlattices, structural defects, microwave electronics.

Received 19 August 2023.

Сведения об авторах

1. Сельский Антон Олегович — канд. физ.-мат. наук, доцент; e-mail: selskii@o@gmail.com.
2. Москаленко Ольга Игоревна — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: 8-(845-2)-393978, e-mail: o.i.moskalenko@gmail.com.
3. Короновский Алексей Александрович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: 8-(845-2)-393978, e-mail: alexey.koronovskii@gmail.com.