

## Многоуровневые исследовательские работы школьников на примере задач небесной механики

С.Б. Рыжиков<sup>1,\*</sup>, Ю.В. Рыжикова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра общей физики  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

<sup>2</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра ОСиФН  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2  
(Поступила в редакцию 20.07.2023; подписана в печать 01.08.2023)

Рассмотрена проблема вовлечения школьников в исследовательскую деятельность. Обозначена причина низкой мотивации школьников — первые результаты исследовательской работы появляются только через несколько недель. Предложена методика проведения многоуровневых работ, в которых результаты получаются уже на первом занятии. Рассмотрен пример подобной многоуровневой исследовательской работы на основе проблем небесной механики.

PACS: 01.40.-d

УДК: 372.853

Ключевые слова: исследовательская работа школьников, небесная механика, численное моделирование.

### ВВЕДЕНИЕ

Исследовательские работы школьников являются важнейшей составляющей развития их физического мышления и привлечения их к обучению на физическом факультете МГУ. Именно при проведении исследовательских работ школьники могут научиться видеть проблемы, ставить задачи, выбирать физические модели, рассчитывать их. Заканчивается исследовательская работа публикацией результатов на конкурсе (конференции) исследовательских работ школьников.

Сразу заметим, что исследовательские работы школьников отличаются от исследовательских работ студентов тем, что школьники обычно получают лишь субъективно новую научную информацию, т.е. информацию, которая уже может быть известна науке, но которая является новой для школьников, и которую они не могли получить из школьного учебника. Поэтому исследовательские работы школьников правильно называть учебно-исследовательскими, подчеркивая именно учебную значимость работы: выполняя работу, школьник учится, постигая глубину выбранного направления науки и знакомясь с самим методом научного исследования [1, 2].

В настоящее время в нашей стране проводится большое число конкурсов (конференций) исследовательских работ школьников. Физический факультет МГУ участвует в организации и проведении конференции «От атома до галактики» (<http://am.phys.msu.ru/conf23>), Международном конкурсе «Ученые будущего» (<https://ub.festivalnauki.ru/>) и др. Как оценивать уровень работ, подаваемых на эти и др. конкурсы? От школьных работ сложно ожидать большого вклада в фундаментальную науку или прикладной значимости. Учитывая учебный характер ра-

бот, нужно оценивать, прежде всего, заинтересованность школьника в постижении научных методов исследования, овладения им навыка проведения натурального или вычислительного эксперимента, теоретических расчетов и др. Заметим, что выполнение подобных работ возможно без использования дорогостоящего профессионального оборудования, и математического аппарата, выходящего за рамки средней школы. Авторами разработана и успешно применяется методика проведения исследовательских работ школьников на основе компьютерного моделирования [1–12].

Отдельный вопрос касается вовлечения школьников в исследовательскую деятельность. Когда школьников готовят, например, к олимпиадам, то уже после каждого занятия, школьник может увидеть конкретный результат – он научился решать задачи, которые еще вчера решать не мог. Результаты же исследовательской деятельности появятся только через недели, а то и через месяцы. Мало кто из школьников сможет ждать так долго, поэтому нередко они «сходят с дистанции». Одним из способов преодоления этой проблемы авторы видят в проведении многоуровневых работ, когда исследование плавно вырастает из решения задач с постепенно возрастающим уровнем сложности. Ранее авторы уже писали о подобном подходе для решения задач по оптике [1, 3, 4].

**Целью** настоящей статьи является демонстрация возможности вовлечения в исследовательскую деятельность школьников, постепенно усложняя рассматриваемые задачи небесной механики.

### 1. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

#### 1.1. Первый уровень

Вывод законов Кеплера из закона Всемирного тяготения Ньютона с помощью моделирования на основе схемы Эйлера.

\* [sbr@physics.msu.ru](mailto:sbr@physics.msu.ru)

В настоящее время изучение в средней школе небесной механики ограничивается расчетом только круговых траекторий. Школьникам иногда рассказывают об эмпирических законах Кеплера. Но при этом не приводится вывод законов Кеплера из закона Всемирного тяготения ввиду слабости математического аппарата школьников.

Однако расчёт подобных орбит возможен с помощью схемы Эйлера, как описано в [1, 2, 5]. Схема Эйлера интуитивно понятна школьникам и позволяет проверить справедливость законов Кеплера. В простейшем случае движение разбивается на множество малых временных интервалов  $\Delta t$  на каждом из которых мы считаем движение равноускоренным. В Кеплеровском приближении движение планет является двумерным. Поместим Солнце в начале координат. Координаты  $(x_{n+1}, y_{n+1})$  и проекции скорости  $(v_{x,n+1}, v_{y,n+1})$  на  $n + 1$ -м шаге вычисляются по рекуррентным формулам:

$$\begin{aligned} v_{x, n+1} &= v_{x, n} + a_{x, n} \Delta t; \\ v_{y, n+1} &= v_{y, n} + a_{y, n} \Delta t; \\ x_{n+1} &= x_n + (v_{x, n} + v_{x, n+1}) \Delta t / 2; \\ y_{n+1} &= y_n + (v_{y, n} + v_{y, n+1}) \Delta t / 2. \end{aligned} \quad (1)$$

Проекция ускорения  $a_{x,n}$  и  $a_{y,n}$  вычисляются из закона Всемирного тяготения:

$$\begin{aligned} a_{x, n} &= -G M_C x_n / r_n^3; \\ a_{y, n} &= -G M_C y_n / r_n^3; \\ r_n &= \sqrt{x_n^2 + y_n^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $G$  — гравитационная постоянная,  $M_C$  — масса Солнца.

Расстояния удобно измерять в астрономических единицах (а.е.), а время в годах (365.25 суток). В этих единицах  $G M_C = 39.47$  а.е.<sup>3</sup>/год<sup>2</sup>.

Движение можно рассчитать с помощью любого языка программирования. Если школьники не умеют программировать, то на первом этапе можно воспользоваться электронной таблицей *MS Excel* или ее свободно распространяемым аналогом в *Libre Office*. В ячейки *A1–M1* можно занести названия величин, а в *A2–M2* начальные значения (столбцы *I–J* пока зарезервированы), как показано в табл. 1. Далее нужно занести формулы (знак «\$» означает, что индекс при копировании не меняется), как показано в табл. 2.

Откопировав с помощью правой кнопки мыши формулы на 11000 строк, школьники получают в столбцах скорости, ускорения и координаты планеты. Траекторию можно построить в этой же электронной таблице. При выбранных начальных условиях получается почти правильная окружность: радиус траектории равен радиусу орбиты Земли (1 а.е.), время одного оборота — один год, точнее, 1.0029 лет, что связано с тем, что численные методы всегда дают приближенный результат. Для получения более точного результата нужно

Таблица 1. Начальные параметры

Переменная	Ячейка электронной таблицы	Значение
$t$	<i>A2</i>	0
$x$	<i>B2</i>	1
$y$	<i>C2</i>	0
$v_x$	<i>D2</i>	0
$v_y$	<i>E2</i>	6.282
$G M_C$	<i>L2</i>	39.47
$\Delta t$	<i>M2</i>	0.0001

уменьшить интервал времени, что уже не удобно делать в электронной таблице. Лучше воспользоваться программированием на Python или любом языке, который знают школьники.

Меняя начальную скорость в ячейке *E2*, можно получить эллиптические, параболические и гиперболические траектории.

Проще всего начать с проверки III закона Кеплера, изменяя начальную скорость (ячейка *E2*). При начальной скорости 7 а.е./год формулы в электронной таблице нужно откопировать до 16000 строки.

Как видно из табл. 3, отношение куба большей оси к квадрату периода постоянно с точностью до 0.8%.

Для проверки I закона Кеплера нужно удостовериться, что полученная траектория — эллипс. Для этого посчитаем сумму расстояний от каждой точки траектории до фокусов. Координаты второго фокуса вычислим, зная, что первый фокус находится в начале координат, координаты афелия и перигелия найдем из электронной таблицы. Очевидно, что координата  $y$  равна 0. При начальной скорости 7 а.е./год координата второго фокуса равна  $x_B = -0.6395$  а.е. Занесем это значение в ячейку *K2*. Сумму расстояний до фокусов будем рассчитывать в столбце *I*. Для этого занесем в *I2* формулу, как показано в табл. 4.

Откопировав ее в нижележащие строки, мы найдем, что максимальная сумма расстояний до фокусов равна 2.644 а.е., а минимальная — 2.638 а.е. Таким образом, сумма постоянна с точностью до 0.2%. Общий вид электронной таблицы с рассчитанной траекторией показан на рис. 1.

Сложнее обстоит дело с проверкой II закона Кеплера. Здесь нужно рассчитать площадь, которую заштриховывает радиус-вектор на каждом шаге счета программы. Поскольку школьники не знают векторного произведения, нужно использовать геометрическое построение, как показано на рис. 2.

$$\begin{aligned} SOAB &= SOAC + SACDB - SOBD = \\ &= (y_A x_B - y_B x_A) / 2 = \\ &= |y_A (x_A + v_x \Delta t) - (y_A + v_y \Delta t) x_A| / 2 = \\ &= \Delta t |y_A v_x - x_A v_y| / 2. \end{aligned} \quad (3)$$

Таблица 2. Формулы схемы Эйлера

Ячейка	Математическая формула	Формула электронной таблицы
A3	$t_{n+1} = t_n + \Delta t$	=A2+M\$2
B3	$x_{n+1} = x_n + 0.5(v_{x,n+1} + v_{x,n}) \Delta t$	=B2+0.5*(D2+D3)*M\$2
C3	$y_{n+1} = y_n + 0.5(v_{y,n+1} + v_{y,n}) \Delta t$	=C2+0.5*(E2+E3)*M\$2
D3	$v_{x,n+1} = v_{x,n} + a_{x,n} \Delta t$	=D2+G2*M\$2
E3	$v_{y,n+1} = v_{y,n} + a_{y,n} \Delta t$	=E2+H2*M\$2
F2	$r_n = \sqrt{x_n^2 + y_n^2}$	=КОРЕНЬ(B2^2+C2^2)
G2	$a_{x,n} = -GM_C x_n / r_n^3$	G2=-L\$2*B2/F2^3
H2	$a_{y,n} = -GM_C y_n / r_n^3$	H2=-L\$2*C2/F2^3

Таблица 3. Отношение куба большой оси орбиты к квадрату периода

Начальная скорость (а.е./год)	Большая ось a, а.е.	Период T, год	$a^3$ (а.е.) <sup>3</sup>	$T^2$ (год) <sup>2</sup>	$a^3/T^2$ (а.е.) <sup>3</sup> /(год) <sup>2</sup>
6.282	2.0016	1.0029	8.0192	1.0059	7.9729
5	1.4649	0.6306	3.1436	0.3977	7.9053
7	2.6395	1.5174	18.389	2.3025	7.9867

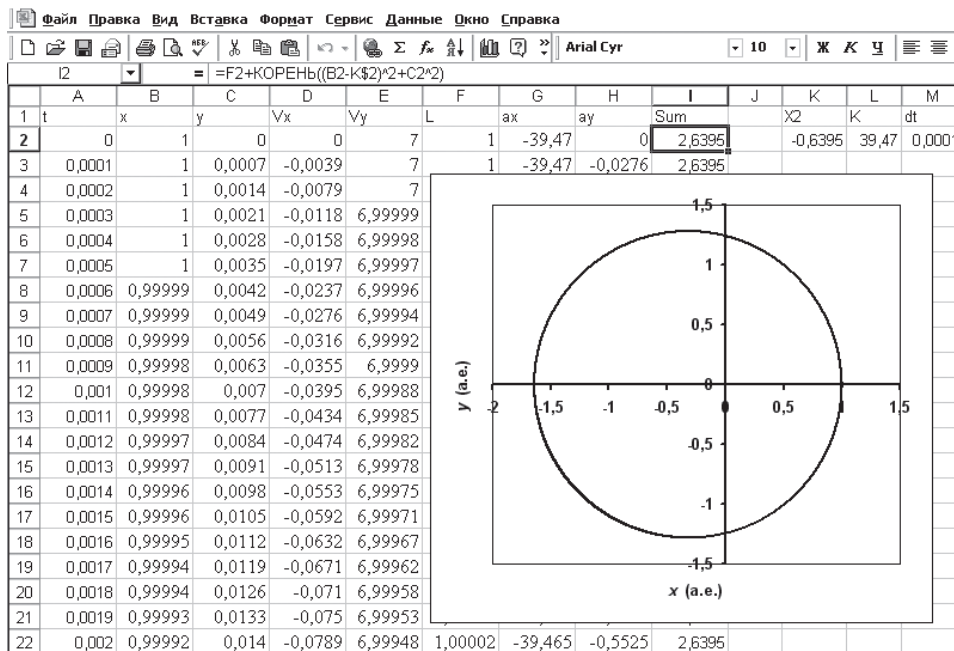


Рис. 1. Вид электронной таблицы с рассчитанной эллиптической траекторией

Будем рассчитывать площадь в столбце J, как показано в табл. 5.

Откопировав формулу в нижние строки, получим, что значение площади меняется от 35.00 до 35.06 (10<sup>-5</sup> а.е.<sup>2</sup>). Получается, что II закон Кеплера соблюдается с точностью 0.2%.

Полученные результаты можно провести в рамках

нескольких занятий, причем уже на первом занятии можно получить вид траектории и проверить III закон Кеплера. Таким образом, школьники, познакомившись со схемой Эйлера, уже на первом занятии получают вполне ощутимый результат — они могут рассчитывать эллиптические траектории планет, что существенно выходит за рамки школьной программы. Но при этом

Таблица 4. Формула для вычисления суммы расстояний до осей эллипса

Ячейка	Математическая формула	Формула электронной таблицы
I2	$L_n = \sqrt{x_n^2 + y_n^2} + \sqrt{(x_n - x_B)^2 + y_n^2}$	=F2+КОРЕНЬ((B2-K\$2)2^2+C2^2)

Таблица 5. Формула для вычисления площади, описываемой радиус-вектором

Ячейка	Математическая формула	Формула электронной таблицы
I2	$S =  y_A v_x - x_A v_y  \Delta t / 2$	= ABS(C2*D2 - B2*E2)*M\$2/2

описанные выше расчеты не обладают большой оригинальностью. Сам процесс исследования — выработка гипотез, определение модельных условий — практически отсутствует. Полученные результаты можно доложить на конференциях исследовательских работ школьного уровня. Получив первые результаты, можно переходить к более сложным задачам.

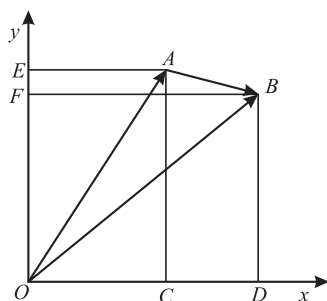


Рис. 2. Вычисление площади, описываемой радиус-вектором

### 1.2. Второй уровень

Исследование движения небесных тел на основе закона Всемирного тяготения с помощью схемы Эйлера.

Если у школьников есть интерес к небесной механике, то на основе составленных электронных таблиц или с использованием языков программирования можно провести небольшие исследования:

- исследовать зависимость эксцентриситета от начальной скорости;
- определить, когда орбита становится незамкнутой (II космическая скорость);
- проверить, является ли в этом случае орбита параболической;
- проверить, становится ли при больших скоростях орбита гиперболической;
- исследовать, выполняется ли II закон Кеплера для параболических и гиперболических орбит;

- проверить выполнение закона сохранения энергии. . . и др.

Подробнее об этих исследованиях можно прочитать в [1, 2, 5].

Эти исследования требуют уже значительного объема работ и могут быть доложены на конференциях исследовательских работ городского и регионального уровней.

### 1.3. Третий уровень

Исследование движения с учетом взаимодействия нескольких небесных тел.

Третий уровень уже сложно реализовать в электронных таблицах, нужно знание любого языка программирования, например *Python*. Школьникам можно предложить заняться главной проблемой небесной механики — исследовать устойчивость движения планет Солнечной системы.

Для решения этой проблемы требуется расчет движения тел не за один оборот, а на протяжении тысячелетий. Схема Эйлера не годится, поскольку она недостаточно точна. Рассчитанная по схеме Эйлера орбита постоянно расширяется. Так, при начальной скорости 6.282 а.е./год планета не возвращается в исходную точку, а пересекает ось *x* в точке (1.0039). При каждом обороте радиус орбиты увеличивается на 0.4%. Казалось бы, немного. Но ошибка накапливается и движение идет по спирали, что противоречит законам Кеплера.

Более точные результаты можно получить методом Рунге–Кутты, но поскольку математический аппарат школьников еще слаб, то авторы предлагают корректировать движение на основе закона сохранения энергии.

Вначале программа рассчитывает энергию тела. Поскольку масса тел не меняется, можно рассчитывать энергию, приведенную на 1 кг тела:

$$E_0 = \frac{v_0^2}{2} - \frac{GM_C}{r_0}, \quad (4)$$

где  $v_0$  и  $r_0$  — начальная скорость тела и расстояние до Солнца. Далее величина  $E_0$  не меняется.

Если школьники еще не знают формулу для потенциальной энергии гравитационного поля, то ее можно вывести, а можно дать без вывода.

После вычислений на  $n$ -м шаге скоростей  $(v_{x,n}, v_{y,n}, v_{z,n})$  и координат тела  $(x_n, y_n, z_n)$  по схеме Эйлера их можно скорректировать.

I-ый способ — коррекция скорости.

Находим скорость  $u$ , которую должно было бы иметь тело, чтобы выполнялся закон сохранения энергии по формуле:

$$u = \sqrt{2(E_0 + \frac{GM_C}{r_n})}. \quad (5)$$

Затем изменяем проекции скорости:  $v_{x,n}, v_{y,n}, v_{z,n}$ , чтобы новое значение скорости  $v'_n$ , было равно  $u$ :

$$v'_{x,n} = v_{x,n} \frac{u}{v_n}, v'_{y,n} = v_{y,n} \frac{u}{v_n}, v'_{z,n} = v_{z,n} \frac{u}{v_n}, \quad (6)$$

где  $v_n = \sqrt{v_{x,n}^2 + v_{y,n}^2 + v_{z,n}^2}$ .

II-ой способ — коррекция координат.

Находим расстояние  $r$ , которое должно было бы иметь тело, чтобы выполнялся закон сохранения энергии по формуле:

$$r = \frac{GM_C}{\frac{v_n^2}{2} - E_0} \quad (7)$$

Затем изменяем координаты  $x_n, y_n, z_n$ , чтобы новое расстояние до Солнца  $r'_n$ , было равно  $r$ :

$$x'_n = x_n \frac{r}{r_n}, y'_n = y_n \frac{r}{r_n}, z'_n = z_n \frac{r}{r_n}, \quad (8)$$

где  $r_n = \sqrt{x_n^2 + y_n^2 + z_n^2}$ .

В обоих случаях величина корректировки очень мала. При  $\Delta t = 0.0001$  (лет) отношения  $\frac{u}{v_n}$  и  $\frac{r}{r_n}$  составляют 0.999999. Однако именно эти поправки позволяют уточнить расчёты и сделать орбиты небесных тел замкнутыми. Указанные алгоритмы могут быть реализованы на любом языке программирования.

С использованием формул (5)–(8) было промоделировано 200000 оборотов планеты, стартовавшей вблизи Земли (1.33 а.е.) по орбите, близкой к круговой ( $v_0 = 5.6$  а.е./год). За 200000 оборотов параметры орбиты изменились менее, чем на 1%. Изменение параметров орбиты связано с неточностью численных методов и происходит в сторону медленного (тысячи оборотов) уменьшения эксцентриситета орбиты, приближая орбиту к круговой.

Достигнутая точность расчётов позволяет провести большое число исследований движения небесных тел. Например, можно рассчитать движение небесных тел с учётом притяжения не только к Солнцу, но и к другим планетам. Для начала можно учесть взаимодействие с Юпитером.

Для учёта влияния Юпитера в (2) нужно внести изменение:

$$\begin{aligned} a_{x,n} &= -\frac{GM_C}{r_n^3} x_n - \frac{GM_J}{r_{n,J}^3} (x_n - x_{n,J}), \\ a_{y,n} &= -\frac{GM_C}{r_n^3} y_n - \frac{GM_J}{r_{n,J}^3} (y_n - y_{n,J}), \\ a_{z,n} &= -\frac{GM_C}{r_n^3} z_n - \frac{GM_J}{r_{n,J}^3} (z_n - z_{n,J}), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $M_J$  — масса Юпитера,  $x_{n,J}, y_{n,J}, z_{n,J}$  — его координаты, а  $r_{n,J}$  — расстояние от тела до Юпитера:

$$r_{n,J} = \sqrt{(x_n - x_{n,J})^2 + (y_n - y_{n,J})^2 + (z_n - z_{n,J})^2}.$$

Также изменится формула (4) для расчета приведённой энергии ( $n = 0$ ):

$$E_0 = \frac{v_0^2}{2} - \frac{GM_C}{r_0} - \frac{GM_J}{r_{0,J}}. \quad (10)$$

Координаты Юпитера можно рассчитывать исходя из закона всемирного тяготения, а можно для простоты считать, что малое небесное тело не влияет на движение Юпитера, и считать его круговым и равномерным. Для простоты можно считать, что Юпитер обращается в плоскости  $x-y$ :

$$x_{n,J} = R_J \cos\left(\frac{2\pi t_n}{T_J}\right), \quad y_{n,J} = R_J \sin\left(\frac{2\pi t_n}{T_J}\right), \quad z_{n,J} = 0; \quad (11)$$

где  $R_J$  — радиус орбиты Юпитера (5.203 а.е.), а  $T_J$  — период (11.86 лет).

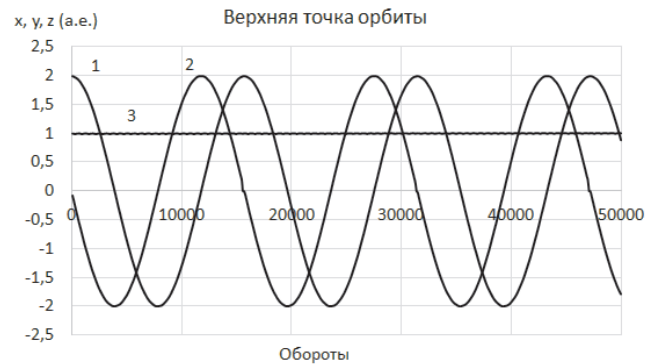


Рис. 3. Прецессия орбиты небесного тела с учетом притяжения Юпитера. Начальные параметры:  $x = 2$  а.е.,  $y = 0$ ,  $z = 1$  а.е.,  $v_x = v_z = 0$ ,  $v_y = 4.2$  а.е./год. Показаны координаты  $x$  (1),  $y$  (2) и  $z$  (3) верхней точки орбиты, координата  $z$  практически не изменяется

Расчеты показывают, что пока небесное тело движется в той же плоскости, что и Юпитер, то ничего интересного не происходит. Но если орбита небесного тела наклонена по отношению к плоскости Юпитера, то она начинает прецессировать. Например, если орбита тела близка к круговой, имеет большую полуось



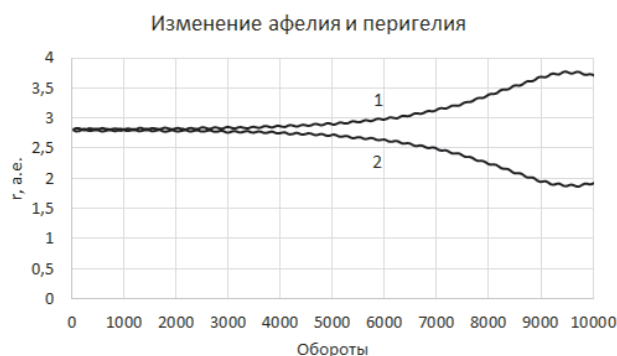


Рис. 4. Изменение афелия (1) и перигелия (2) при наклоне орбиты  $45^\circ$ . Начальные параметры:  $x = 2$  а.е.,  $y = 0$ ,  $z = 2$  а.е.,  $v_x = v_z = 0$ ,  $v_y = 3.73$  а.е./год

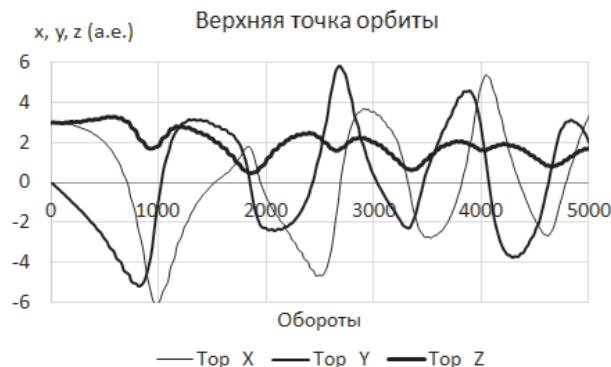


Рис. 5. Изменение координат верхней точки орбиты. Начальные параметры:  $x = 3$  а.е.,  $y = 0$ ,  $z = 3$  а.е.,  $v_x = v_z = 0$ ,  $v_y = 3$  а.е./год. Показаны координаты  $x$  (Top\_X),  $y$  (Top\_Y) и  $z$  (Top\_Z) верхней точки орбиты

2.23 а.е. и наклонена к плоскости обращения Юпитера под углом  $26^\circ$ , то прецессия орбиты составляет примерно 16 000 оборотов или 50 000 лет (рис. 3). При этом расстояние между телом и Юпитером составляет более 3 а.е.

Если наклон орбиты увеличивать, то она начинает вытягиваться, как показано на рис. 4.

Если небесное тело запускать ближе к Юпитеру, то движение приобретает апериодический характер, как показано на рис. 5.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, школьники, используя численное моделирование и формулы, не выходящие за рамки школьной программы, могут решать достаточно сложные проблемы физики. Полученные выше результаты

имеют существенный недостаток — их нельзя проверить экспериментально. Но с их помощью можно обсудить невозможность в общем виде решения задачи трех тел ввиду неустойчивости решения при варьировании начальных условий.

Используя данную методику, можно решить большой класс задач небесной механики. Школьники могут рассчитать движения небесных тел с учетом взаимодействия с Сатурном и др. большими планетами. Можно рассчитать движения астероидов, потенциально могущих столкнуться с Землей [12]. Можно придумать и другие задачи.

В разные годы под руководством авторов школьники из Вечерней физической школы при физическом факультете МГУ и др. школ проводили численные расчеты движения небесных тел и завоевывали призы на конференциях «От атома до галактики», «Потенциал», всероссийском Конкурсе им. В.И. Вернадского и др.

- [1] Рыжиков С.Б. Развитие исследовательских способностей одаренных школьников при обучении физике. Дисс. ... доктора пед. наук. М., 2014.
- [2] Рыжиков С.Б. Развитие исследовательских компетенций школьников при выполнении исследовательских работ по физике с использованием численного моделирования. Монография. М.: Школа будущего, 2012.
- [3] Рыжиков С.Б., Рыжикова Ю.В. // Физика в школе. 2016. № 6. 31.
- [4] Рыжиков С.Б. // Школа будущего. 2012. № 6. 28.
- [5] Рыжиков С.Б. Беседы и компьютерные расчеты, касающиеся нескольких занимательных задач механики. Часть 2. Учебное пособие. М.: МГДД(Ю)Т, 2008.
- [6] Рыжиков С.Б., Рыжикова Ю.В. // Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. 2022. № 5. 2250604.
- [7] Рыжиков С.Б., Рыжикова Ю.В. // Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. 2020. № 4. 2041102
- [8] Михайлов Е.А., Рыжиков С.Б. // Наука и школа. 2018. № 3. 101.
- [9] Ryzhikov S.B., Ryzhikova Yu V. Fine Adjustment of the Optical Axes of the Convex-Concave Lenses by Laser Beams Interference. // IEEE Progress in Electromagnetic Research Symposium Proceedings. 2017. P. 1129.
- [10] Рыжиков С.Б. // Наука и школа. 2013. № 2. 104.
- [11] Рыжиков С.Б. Развитие исследовательских способностей школьников 8–9 классов в Вечерней физической школе при физическом факультете МГУ. // Материалы II научно-методической конференции «Новые образовательные программы МГУ и школьное образование», М.: МГУ. 2013. 1. С. 71.
- [12] Рыжиков С.Б. Демонстрация эффекта бабочки на примере численного моделирования прохождения астероида №99942 (Апофис) вблизи Земли. // Тезисы докладов научной конференции Ломоносовские чтения. Секция физики. 2008. С. 169.

## Multilevel research works of schoolchildren on the celestial mechanics problems implementation

S.B. Ryzhikov<sup>1,a</sup>, Yu.V. Ryzhikova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Department of General Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*

<sup>2</sup>*Department of Optics, Spectroscopy and Nanosystems Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>sbr@physics.msu.ru*

The problem of involving schoolchildren in research activities is considered. The reason for the low schoolchildren motivation is indicated — the first research work results appear only after a few weeks. A methodology for conducting multi-level work is proposed, in which the results are obtained already at the first lesson. An example of such multilevel research work based on the celestial mechanics problems is considered.

PACS: 01.40.-d.

*Keywords:* research work of schoolchildren, celestial mechanics, numerical simulation.

*Received 20 July 2023.*

### Сведения об авторах

1. Рыжиков Сергей Борисович — доктор пед. наук, доцент, доцент; тел.: (495) 939-14-89, e-mail: sbr@physics.msu.ru.
2. Рыжикова Юлия Владимировна — канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-57-40, e-mail: sbr@physics.msu.ru.