

Процедура измерения в теории де Бройля–Бома

А. М. Алешин,^{*} В. В. Никитин,[†] П. И. Пронин[‡]

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра теоретической физики
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2
(Поступила в редакцию 30.05.2023; подписана в печать 28.07.2023)*

В настоящей работе исследуется процесс измерения в теории де Бройля–Бома. Моделируются простейшие приборы для измерения координаты и импульса. При этом приборы и квантовая система описываются едиными законами. Решается проблема с распределением вероятности в импульсном пространстве, поставленная в работах [21–23]. Численно вычисляются траектории частиц де Бройля. Качественно проверяется восстановление принципа неопределенностей Гейзенберга при поочередном измерении координаты и импульса.

PACS: 03.65.Ta

УДК: 53.08

Ключевые слова: теория де Бройля–Бома, проблема измерения, квантовая модель прибора, соотношение неопределенностей Гейзенберга, квантовые неразрушающие измерения.

ВВЕДЕНИЕ

На данный момент известно множество работ [1–13], посвященных процессу измерения в квантовой теории. Часть из них посвящены интерпретациям квантовой механики [3, 4], в том числе детерминистической интерпретации — теории Де Бройля–Бома [14–16].

Впервые детерминистическую интерпретацию разработал Луи де Бройль в течении 20-х годов прошлого века [14]. В 1952 г. ее независимо открыл Бом [15, 16]. С тех пор вышла масса работ, развивающих эту теорию. Среди прочих результатов, построена детерминистическая квантовая теория поля [17–19], смоделирован процесс восстановления квантового равновесия [20], а также обсуждается возможность объяснения эффектов темной энергии и темной материи в теории Де Бройля–Бома [21]. Однако, имеет место и критика данной интерпретации. Так, в сравнительно недавних работах [22–24] обнаружено потенциальное расхождение предсказаний теории де Бройля–Бома с предсказаниями квантовой механики. А именно, в предположении прямой связи дебройлевской скорости частицы и ее импульса теория приводит к неправильному распределению вероятности в импульсном представлении.

Другое значимое направление — теория неразрушающих квантовых измерений (КНИ), развитая в работах Брагинского, Воронцова и др. [8–12]. При неразрушающих измерениях взаимодействие объекта с прибором не нарушает согласованность повторных измерений. Исследования КНИ во многом способствовали обнаружению гравитационных волн в 2016 г. [9].

Настоящая работа посвящена описанию процесса измерения в детерминистической теории де Бройля–Бома. Будет явно смоделирована квантовая составляющая прибора — квантовая считывающая система (КСС). При этом мы ограничимся рассмотрением неразрушающих измерений. А именно, мы будем рассматривать проективные измерения импульса и координаты свободной частицы. В случае измерения импульса гамильтониан взаимодействия частицы и прибора коммутирует с гамильтонианом частицы, что вместе с проективностью обеспечивает неразрушаемость измерения. В случае координаты для сохранения свойства неразрушаемости мы будем рассматривать быстрые измерения. Как будет показано, явное моделирование процесса измерения решает упомянутую выше проблему распределения по импульсам [22–24].

Другая рассматриваемая проблема — возможное нарушение принципа неопределенностей Гейзенберга в теории Де Бройля–Бома при последовательных поочередных неразрушающих измерениях координаты и импульса. Соотношение неопределенностей является прямым следствием аксиом квантовой механики и сохраняет силу в том числе при неразрушающих измерениях: при любом измерении какой-либо величины утрачивается информация о наблюдаемой, ей квантово-сопряженной. Однако, в детерминистической интерпретации можно предположить, что часть информации сохраняется в частицах Де Бройля. Например, можно представить мысленный эксперимент, в котором измеряется сначала координата, затем импульс и потом снова координата. В силу детерминистического характера теории результат второго измерения координаты зависит от положения частицы Де Бройля после первого измерения, что и может нарушить соотношение неопределенностей. Нарушения не произойдет, если измерение импульса внесет достаточные возмущения в координату системы. Часть данной работы посвящена исследованию этих возмущений.

Статья организована следующим образом. В части 1 в общих терминах описывается используемый под-

* aleschinleha@yandex.ru

† markiz4@yandex.ru

‡ petr_pro_iv@mail.ru

ход к моделированию измерения в теории Де Бройля–Бома. В части 2 моделируются простейший прибор для измерения координаты. Показывается, что измерение необходимо производить достаточно быстро, чтобы подвижность квантовой системы не сильно сказалась на результате измерения.

В части 3 моделируется прибор для измерения импульса. Исследуются сильные стохастические колебания скорости квантовой системы в процессе измерения, отражающие характерное переплетение траекторий частиц-приборов и частиц квантовой системы. В этой части рассмотрены три вопроса, связанные с моделированием измерения импульса.

- Производится расчет длительности измерения импульса.
- Разрешается проблема с распределением вероятности в импульсном пространстве.
- Рассматривается мысленный эксперимент, ставящий под сомнение выполнение соотношения неопределенностей в теории Де Бройля - Бома. Показывается, что стохастические возмущения, вносимые измерением импульса, могут восстанавливать соотношение Гейзенберга.

Все расчеты производятся в единицах $\hbar = 1$.

1. МОДЕЛЬ ПРИБОРА В ТЕОРИИ ДЕ БРОЙЛЯ–БОМА

В теории Де Бройля волновая функция интерпретируется как физическое поле и называется волной-пилотом. Оно подчиняется уравнению Шредингера

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi, \quad (1)$$

В отличие от копенгагенской интерпретации частицы обладают детерминированной динамикой, определяемой уравнением ведения

$$\frac{dx}{dt} = \frac{j}{\rho}, \quad (2)$$

Таким образом, волна-пилот выполняет роль квантовой жидкости, по линиям тока которой распространяются дебройлевские частицы. Уравнение ведения заменяет аксиомы измерения в других интерпретациях (например, аксиому коллапса).

Если $\rho = |\psi|^2$ совпадает с плотностью вероятности распределения частиц в какой-то момент времени, то это равенство сохраняется и в дальнейшем — такое состояние ансамбля частиц называется квантовым равновесием. Именно сохранение квантового равновесия обеспечивает совпадение предсказаний с квантовой механикой. Более того, в работе [20] показано, что достаточно произвольная система в процессе эволюции стремится к состоянию квантового равновесия

за конечное время. Таким образом, теория Де Бройля воспроизводит предсказания квантовой механики без явного введения предположений о вероятностном характере процесса измерения. В настоящей работе предполагается, что система изначально находится в квантовом равновесии.

Если связать скорость частицы де Бройля с ее импульсом $p = m \frac{dx}{dt}$, как это было сделано в работах [22–24], возникнет неправильное распределение вероятности в импульсном представлении. Однако, как будет показано дальше, корректное распределение по импульсам восстанавливается, если отказаться от этой связи и явно смоделировать процесс измерения. Т.е. Де Бройлевская скорость не является величиной, напрямую измеряемой экспериментально.

Мы будем строить модель прибора, основываясь на квантовой теории измерений Давида Бома, описанной в статье [16] и теории фон Неймана [2]. В теории Бома прибор является квантовой системой и наравне с измеряемой системой обладает дебройлевскими координатами (эти координаты можно рассматривать как стрелки измерительного прибора или как Де Бройлевские координаты квантовой считывающей системы). Будем считать, что процесс измерения является проективным, то есть представляет собой запутывание волновых функций прибора $|I\rangle$ и квантовой системы $|\psi\rangle$

$$|I\rangle (\alpha_1 |\psi_1\rangle + \alpha_2 |\psi_2\rangle) \rightarrow \alpha_1 |I_1\rangle |\psi_1\rangle + \alpha_2 |I_2\rangle |\psi_2\rangle, \quad (3)$$

Здесь $|\psi_1\rangle$ и $|\psi_2\rangle$ — собственные вектора оператора наблюдаемой, и схематично представлен простейший случай, когда квантовая система находится в суперпозиции двух состояний с амплитудами α_1 и α_2 . При таком запутывании происходит переплетение соответствующих траекторий дебройлевских частиц, в скорости которых как потом будет продемонстрировано, кодируется результат измерения. Ансамбль таких траекторий позволит проследить, что в действительности происходит с квантовой системой и прибором в процессе измерения с точки зрения рассматриваемой интерпретации.

В простейшей одномерной модели точечный прибор имеет координату r и импульс k , а измеряемая квантовая система состоит из одной частицы с координатой q и импульсом p . При этом прибор моделируется достаточно массивным, чтобы минимизировать возмущения, привносимые квантовой системой. Волновая функция прибора выбирается вещественной, чтобы минимизировать возмущение, привносимое прибором.

2. ИЗМЕРЕНИЕ КООРДИНАТЫ

В согласии с теорией измерений фон Неймана, гамильтониан взаимодействия с прибором, измеряющим координату, должен коммутировать с оператором координаты измеряемой квантовой системы. Также он должен содержать импульс стрелки прибора, чтобы

координата стрелки кодировала результат измерения. В простейшем случае такой гамильтониан имеет вид

$$\hat{H}_I = -iq\lambda \frac{\partial}{\partial r}. \quad (4)$$

Здесь q — координата частицы, r — координата стрелки прибора, λ — константа связи. Уравнение Шредингера:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + iq\lambda \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial q^2} = 0. \quad (5)$$

Соответствующие компоненты тока:

$$j_q = \frac{i}{2m} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial q} \psi - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial q} \right), \quad j_r = \lambda q \rho \quad (6)$$

и уравнения ведения:

$$v_q = \frac{j_q}{\rho} = \frac{i}{2m} \left(\frac{\psi_q'^*}{\psi^*} - \frac{\psi_q'}{\psi} \right), \quad (7)$$

$$v_r = \lambda q. \quad (8)$$

Из уравнений ведения без явного нахождения решения (5) ясно видно, что скорость прибора зависит от положения квантовой системы, то есть происходит изменение координаты. Однако надо заметить, что измерение координаты должно происходить за достаточно короткое время, чтобы подвижность квантовой системы, связанная с кинетическим слагаемым, не сильно сказалась на результате измерения. Этого же можно добиться, повысив интенсивность взаимодействия квантовой системы с прибором, увеличив константу связи. В обоих случаях вкладом кинетического слагаемого можно пренебречь и соответствующее редуцированное уравнение эволюции принимает вид (ср. с общей формулой (3))

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + q\lambda \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0. \quad (9)$$

Решение этого уравнение представляет собой запутанное состояние прибора и квантовой системы

$$\psi = \int Q(q') \delta(q - q') R(r - \lambda q' t) dq'. \quad (10)$$

Здесь $Q(q')$ — волновая функция квантовой системы в координатном представлении, $\delta(q - q')$ — собственные функции оператора координаты, $R(r)$ — волновая функция прибора в координатном представлении в начальный момент времени $t = 0$. Компоненты плотности тока принимают вид $j_q = 0, j_r = \lambda q \rho$. Соответствующее уравнение ведения для прибора остается тем же

$$v_r = \lambda q. \quad (11)$$

Таким образом, если измерение координаты происходит за достаточно короткое время, то из всех возможных состояний в суперпозиции (10) прибор выбирает именно то, которое соответствует координате частицы квантовой системы.

3. ИЗМЕРЕНИЕ ИМПУЛЬСА

Аналогично подбираем простейший гамильтониан взаимодействия с прибором, измеряющим импульс

$$\text{УЗФФ 2023} \quad \hat{H}_I = -\lambda \frac{\partial^2}{\partial q \partial r}. \quad (2341511-3)$$

Соответствующее уравнение Шредингера

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + \lambda \frac{\partial^2 \psi}{\partial q \partial r} + \frac{1}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial q^2} = 0. \quad (13)$$

Его решение представляет собой запутанное состояние прибора и квантовой системы

$$\psi = \int dp' P(p') K(r - \lambda p' t) \exp \left(i \left(p' q - \frac{p'^2 t}{2m} \right) \right). \quad (14)$$

Здесь $P(p')$ — волновая функция квантовой системы в импульсном представлении, $\exp \left(i \left(p' q - \frac{p'^2 t}{2m} \right) \right)$ — собственная функция оператора импульса, $K(r)$ — волновая функция прибора в импульсном представлении в начальный момент времени $t = 0$.

Компоненты тока для данного уравнения Шредингера

$$j_q = \frac{i\lambda}{2} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial r} \psi - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{i}{2m} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial q} \psi - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial q} \right), \quad (15)$$

$$j_r = \frac{i\lambda}{2} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial q} \psi - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial q} \right).$$

Соответствующие уравнения ведения

$$v_q = \frac{i\lambda}{2} \left(\frac{\psi_r'^*}{\psi^*} - \frac{\psi_r'}{\psi} \right) + \frac{i}{2m} \left(\frac{\psi_q'^*}{\psi^*} - \frac{\psi_q'}{\psi} \right), \quad (16)$$

$$v_r = \frac{i\lambda}{2} \left(\frac{\psi_q'^*}{\psi^*} - \frac{\psi_q'}{\psi} \right). \quad (17)$$

Для начала выберем простейшее начальное состояние системы, когда частица имеет определенный импульс: $P(p') = \delta(p' - p)$

$$\psi = K(r - \lambda p t) \exp \left(i \left(p q - \frac{p^2 t}{2m} \right) \right). \quad (18)$$

Тогда

$$v_q = \frac{p}{m}, \quad v_r = \lambda p. \quad (19)$$

Стрелка движется со скоростью, задаваемой импульсом частицы.

Теперь рассмотрим суперпозицию

$$P(p') = A_1 \delta(p' - p_1) + A_2 \delta(p' - p_2). \quad (20)$$

В этом случае

$$\psi = \psi_1 + \psi_2, \quad (21)$$

где

$$\psi_1 = A_1 K(r - \lambda p_1 t) \exp\left(i\left(p_1 q - \frac{p_1^2}{2m}t\right)\right), \quad \psi_2 = A_2 K(r - \lambda p_2 t) \exp\left(i\left(p_2 q - \frac{p_2^2}{2m}t\right)\right).$$

Соответственно уравнения ведения квантовой системы и прибора

$$v_r = \frac{\lambda}{2} \left(p_1 \left(\frac{\psi_1}{\psi_1 + \psi_2} + \frac{\psi_1^*}{\psi_1^* + \psi_2^*} \right) + p_2 \left(\frac{\psi_2}{\psi_1 + \psi_2} + \frac{\psi_2^*}{\psi_1^* + \psi_2^*} \right) \right) =$$

$$= \lambda \frac{p_1 A_1^2 K^2(r - \lambda p_1 t) + A_1 A_2 K(r - \lambda p_1 t) K(r - \lambda p_2 t) (p_1 + p_2) \cos \alpha + p_2 A_2^2 K^2(r - \lambda p_2 t)}{A_1^2 K^2(r - \lambda p_1 t) + 2 A_1 A_2 K(r - \lambda p_1 t) K(r - \lambda p_2 t) \cos \alpha + A_2^2 K^2(r - \lambda p_2 t)}, \quad (22)$$

$$v_q = \frac{v_r}{\lambda m} + \frac{\lambda A_1 A_2 K(r - \lambda p_1 t) K(r - \lambda p_2 t) \left(\frac{K(r - \lambda p_2 t)_{r'}}{K(r - \lambda p_2 t)} - \frac{K(r - \lambda p_1 t)_{r'}}{K(r - \lambda p_1 t)} \right) \sin \alpha}{A_1^2 K^2(r - \lambda p_1 t) + 2 A_1 A_2 K(r - \lambda p_1 t) K(r - \lambda p_2 t) \cos \alpha + A_2^2 K^2(r - \lambda p_2 t)}, \quad (23)$$

Здесь

$$\alpha = \left[(p_2 - p_1)q + \frac{1}{2m}(p_1^2 - p_2^2)t \right] \quad (24)$$

представляет собой разность фаз двух волновых функций (фаза корреляции). С ней непосредственно будет связано соотношение неопределенностей.

Результаты численного решения уравнения ведения для стрелки прибора (22) при различных начальных условиях и параметрах $m = 1, \lambda = 1, p_1 = 1, p_2 = -1$ представлены на рис. 1 ($A_1^2 = A_2^2 = 0.5$), и на рис. 2 ($A_1^2 = 1/10$ и $A_2^2 = 9/10$). Траектории прибора переплетаются с траекториями измеряемой квантовой системы. В течение времени измерения T система ведет себя хаотично, но затем выходит на одну из двух стационарных траекторий. Стрелка прибора приобретает скорость, пропорциональную либо p_1 , либо p_2 — происходит измерение импульса. Сильные колебания в течение измерения связаны с взаимным влиянием прибора и квантовой системы. С этими возмущениями непосредственно связано, как это будет показано ниже, соотношение неопределённости Гейзенберга.

В сравнении с измерением координаты, особенностью измерения импульса является влияние начального состояния прибора на результат измерения. В случае равных амплитуд в квантовой системе результат измерения зависит только от начального положения частицы-прибора. В других случаях результат зависит как от начального состояния прибора, так и частицы.

Заметим, что при $A_1^2 = A_2^2 = 0.5$ имеются точки нулевой плотности частиц. В этих точках уравнения ведения плохо определены, поэтому вблизи этих точек наблюдаются значительные резонансные всплески в начальные моменты времени. Так как вклад этих областей мал, они были исключены из рассмотрения.

Отметим также зависимость частоты колебаний в течении измерения от разности $\frac{1}{2m}(p_1^2 - p_2^2)$. Так, в частности, на графике ниже (рис. 3) представлен результат численного моделирования при $A_1^2 = 1/10, A_2^2 = 9/10, p_1 = 1, p_2 = -1$ и уменьшенной массе квантовой системы в 100 раз. Ясно видно значительное возрастание частоты возмущений по сравнению с графиком 2.

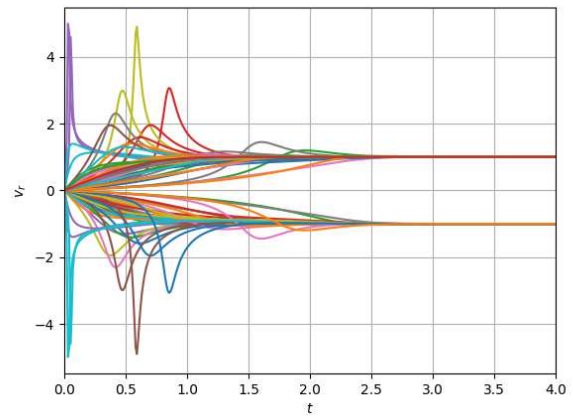


Рис. 1. Зависимость скорости прибора от времени при различных начальных условиях для случая $p_1 = 1, p_2 = -1, A_2^2 = A_1^2 = 0.5, \lambda = 1, m = 1$. Линии разного цвета соответствуют различным начальным положениям частицы

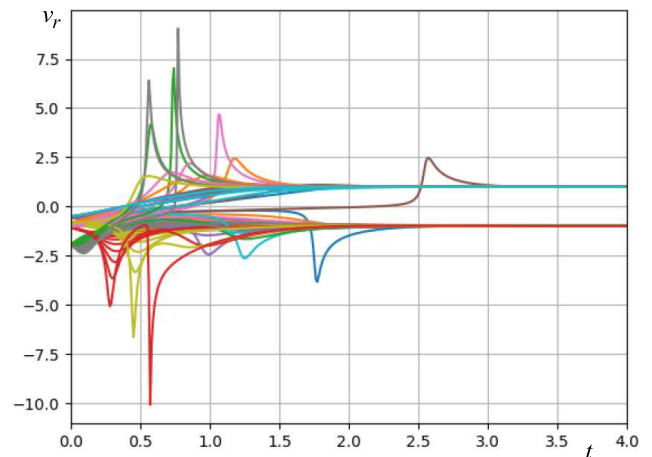


Рис. 2. Зависимость скорости прибора от времени при различных начальных условиях для случая $p_1 = 1, p_2 = -1, A_1^2 = 1/10, A_2^2 = 9/10, \lambda = 1, m = 1$. Линии разного цвета соответствуют различным начальным положениям частицы

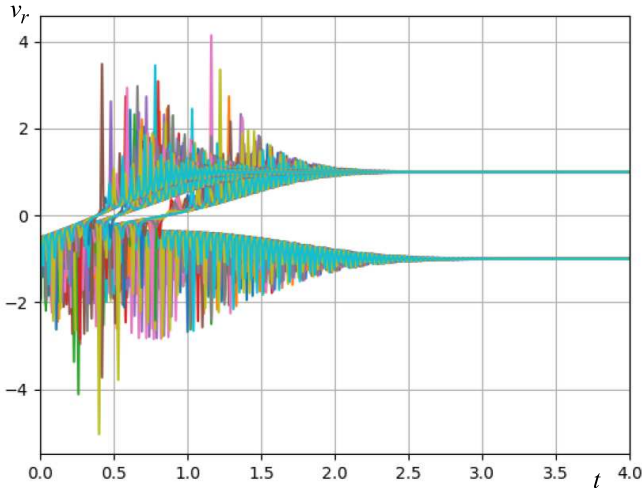


Рис. 3. Зависимость скорости прибора от времени при различных начальных условиях для случая $p_1 = 1, p_2 = -1, A_1^2 = 1/10, A_2^2 = 9/10, \lambda = 1, m = 0.01$. Линии разного цвета соответствуют различным начальным положениям частицы. Наблюдается сильное увеличение частоты возмущений по сравнению с рис. 1

Продемонстрированные стохастические возмущения в процессе измерения можно интерпретировать, как некоторый турбулентный процесс, происходящий с квантовой жидкостью в процессе измерения — смешивание квантовых жидкостей прибора и квантовой системы соответственно. При этом дебройлевские частицы выступают в роли пробных гранул, помещаемых в данную жидкость. Именно с данными колебаниями связана предполагаемая необратимость в процессе измерения. Подобная ситуация была описана в оригинальной статье Боме 1952 года [16]. В данной работе Бом указывал на сложный характер траекторий дебройлевских частиц при измерении, напоминающий броуновское движение.

3.1. Время измерения

Из выражения (22) можно сразу же оценить время измерения T . Это время зависит только от вида волновой функции прибора $K(r - \lambda p T)$. А именно, измерение заканчивается в тот момент, когда:

$$K(r - \lambda p_1 T) K(r - \lambda p_2 T) = 0. \tag{25}$$

Будем считать временем измерения время, по прошествии которого это условие будет выполнено с вероятностью 99%. Будем также предполагать, что волновая функция прибора до измерения имеет Гауссову форму, то есть

$$K(r - \lambda p T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{4}(r - \lambda p T)^2\right). \tag{26}$$

Тогда условие (25) будет выполнено с вероятностью 99%, если разность между пиками гауссианов состав-

ляет минимум 6 стандартных отклонений:

$$(r - \lambda p_1 T) - (r - \lambda p_2 T) = 6\sigma.$$

Откуда время измерения оценивается как:

$$T = \frac{6\sigma}{\lambda(p_1 - p_2)}. \tag{27}$$

В рассмотренных выше примерах $T = \frac{6}{(1 - (-1))} = 3$. На рис. 1 и рис. 2 можно видеть, что большинство траекторий выходят на стационар раньше этого времени. Именно длительность измерения импульса приводит, как будет показано ниже, к восстановлению принципа неопределенностей Гейзенберга.

3.2. Правило Борна. Распределение вероятности по импульсам

Распределив дебройлевские частицы-приборы в согласии с правилом Борна в начальный момент времени, численно найдем распределение частиц-приборов по скоростям после измерения. На рис. 4 ясно видно, что данное распределение в точности воспроизводит распределение в квантовой системе, находившейся в состоянии суперпозиции с $A_1^2 = 1/10, A_2^2 = 9/10$.

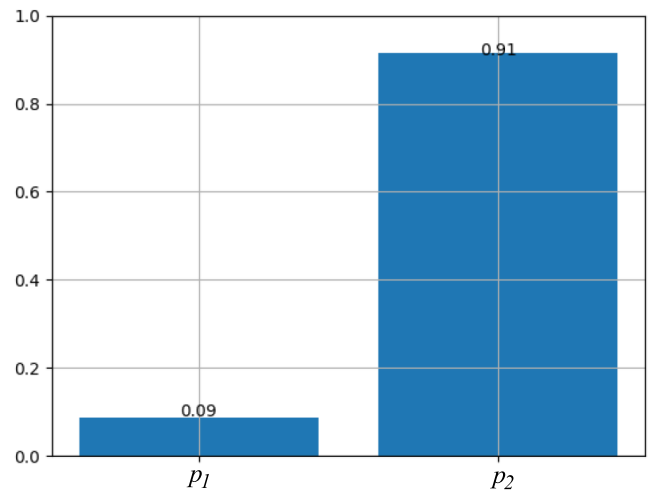


Рис. 4. Распределение вероятности по импульсам, полученное путем численного моделирования измерения, при $A_1^2 = 1/10$ и $A_2^2 = 9/10$. Результаты хорошо согласуются с правилом Борна

Таким образом, явное моделирование процесса измерения импульса решает проблему с распределением вероятности в импульсном пространстве, поставленную в работах [22–24].

3.3. Принцип неопределенностей

Хотя теория Де Бройля является детерминистической в своей основе, ожидается, что соотношение

неопределенностей будет выполняться, обуславливая стохастическое поведение систем. Рассмотрим следующий мысленный эксперимент, в котором это соотношение может нарушаться. Допустим, мы сначала измерили координату частицы, затем ее импульс, а затем — снова координату. После первого измерения координаты волновой пакет стал локализован. После измерения импульса волновой пакет размыло (что и обуславливает соотношение неопределенностей в квантовой механике). Однако, в частице де Бройля может сохраниться информация о положении частицы в момент локализации. Чтобы соотношение неопределенностей выполнялось, необходимо, чтобы в процессе измерения импульса в координату Де Бройлевской частицы были внесены достаточно сильные непредсказуемые изменения. В противном случае, при повторном измерении координаты (после измерения импульса) мы можем предсказать результат измерения с большей точностью, чем позволяют аксиомы квантовой механики. Полное количественное рассмотрение вопроса выполнения соотношения неопределенностей в описанном мысленном эксперименте является предметом дальнейших исследований. Здесь же мы проведем лишь качественное исследование.

В качестве модельной задачи мы будем рассматривать измерение импульса в случае, когда система изначально находится в суперпозиции двух состояний с определенными импульсами — см. формулу (20). Чтобы оценить, какие возмущения в координату вносит измерение импульса, мы будем рассматривать всевозможные траектории частиц, начинающиеся в одной точке и заканчивающиеся измерением одинакового импульса, но соответствующие разным начальным положениям прибора. Рассмотрение траекторий, выходящих на заданную стационарную скорость, принципиально: в эксперименте мы легко можем выделить частицы, имеющие заданный импульс в конце, при этом дисперсия координат такой группы частиц будет существенно меньше дисперсии всех частиц. Чтобы оценить неопределенность импульса, воспользуемся формулой (27). В соответствии с ней, время измерения в рассматриваемом случае соответствует времени разрешения всех импульсов, отличающихся больше чем на $\Delta p = |p_2 - p_1|$. Поэтому для оценки выполнения соотношения неопределенностей мы будем рассматривать величину Δp как неопределенность импульса.

На рис. 5 представлена зависимость произведения $\Delta p \Delta q$ (Δq — дисперсия координаты) от времени. Из рисунка видно, что возникающие в процессе измерения стохастические возмущения достаточны для выполнения соотношения неопределенностей. Более общая оценка при различных значениях разности $\Delta p = |p_2 - p_1|$ представлена на рис. 6. Принцип неопределенности выполняется в широкой области параметров. Однако, при малых значениях разности импульсов мы наблюдаем его нарушение. Это связано с тем, что возрастание дисперсии координат при уменьшении дисперсии импульсов происходит достаточно медленно.

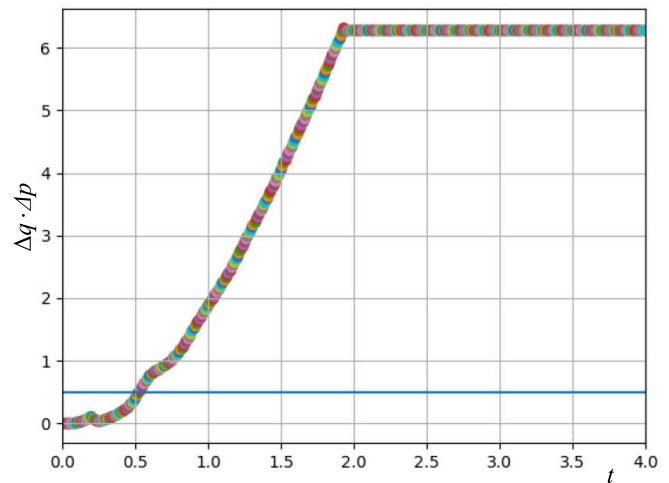


Рис. 5. Зависимость произведения $\Delta p \Delta q$ от времени. Δq — дисперсия координаты группы частиц с определенным измеренным импульсом, $\Delta p = |p_2 - p_1|$ — оценочная неопределенность импульса. Линией синего цвета отмечен нижний предел в единицах $\frac{\hbar}{2} = 0.5$. Параметры: $m = 0.1, \lambda = 1, p_1 = 1, p_2 = -1$ и $A_1^2 = A_2^2 = 1/2$ в условных единицах. Измерение вносит стохастические возмущения, которые приводят к росту Δq и восстановлению соотношения неопределенностей

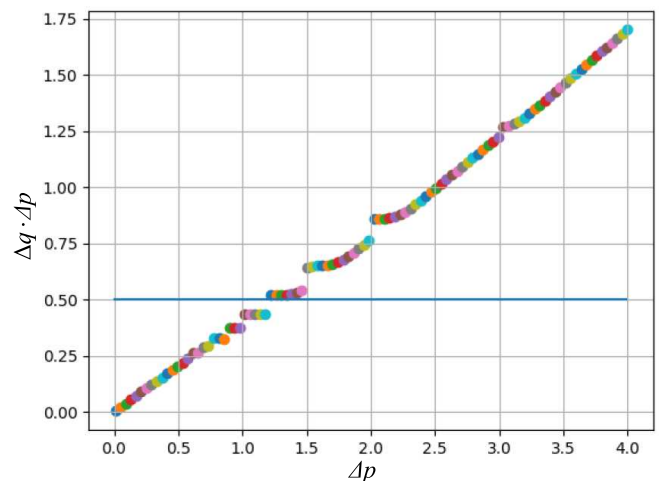


Рис. 6. Качественная оценка соотношения неопределенностей: зависимость произведения $\Delta p \Delta q$ после измерения в зависимости от $\Delta p = |p_2 - p_1|$. Параметры: $m = 1, \lambda = 1, p_1 = 1, p_2 = -1$ и $A_1^2 = A_2^2 = 1/2$ в условных единицах. Соотношение неопределенностей выполняется при больших Δp и не выполняется при малых Δp

Исследуем также влияние константы связи и массы квантовой системы на выполнение соотношения неопределенностей.

При уменьшении интенсивности взаимодействия за счет уменьшения λ длительность измерения согласно формуле (27) увеличивается. Это приводит к большим значениям дисперсии координат по прохождению вре-

мени измерения. На рис. 7 представлен случай $\lambda = 0.1$. Из графика видно, что соотношение неопределенностей выполняется для больших значений импульса чем при $\lambda = 1$ (ср. с рис. 6).

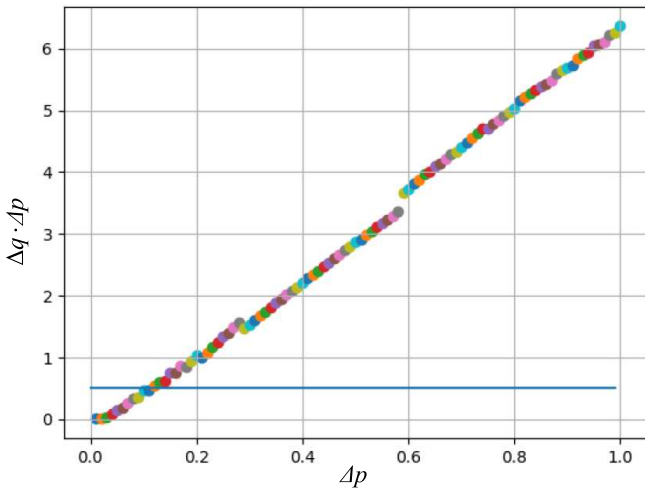


Рис. 7. Качественная оценка соотношения неопределенностей: зависимость произведения $\Delta p \Delta q$ после измерения в зависимости от $\Delta p = |p_2 - p_1|$. Параметры: $m = 1, \lambda = 0.1, p_1 = 1, p_2 = -1$ и $A_1^2 = A_2^2 = 1/2$ в условных единицах. В сравнении со случаем на рис. 6, константа связи меньше в 10 раз. В сравнении со случаем $\lambda = 1$ (см. рис. 6) дисперсия координат стала больше

Наконец, уменьшение массы квантовой системы приводит к увеличению частоты стохастических колебаний в процессе измерения согласно выражению для коэффициента корреляции (24). Это также обеспечивает увеличение дисперсии координат и, соответственно, выполнение соотношения неопределенностей при больших значениях разности импульсов (рис. 8).

Подводя итоги, имеется механизм восстановления соотношения неопределенностей: стохастические возмущения координаты де Бройлевских частиц, вносимые прибором, измеряющим импульс. Качественные оценки показали выполнение соотношения неопределенностей в широкой области параметров, хотя в некоторых случаях имело место его нарушение. Вопрос требует дальнейшего изучения, для которого необходимо рассматривать квантовую систему состоящей в суперпозиции большого (в пределе бесконечного) числа состояний с определенным импульсом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построена процедура квантового неразрушающего измерения координаты и импульса в теории де Бройля–Бома. Явно смоделирована квантовая часть прибора (КСС). Восстановлено правильное распределение вероятности по импульсам, предсказываемое аппаратом квантовой теории. Таким образом, решена проблема, поставленная несколькими научными группами

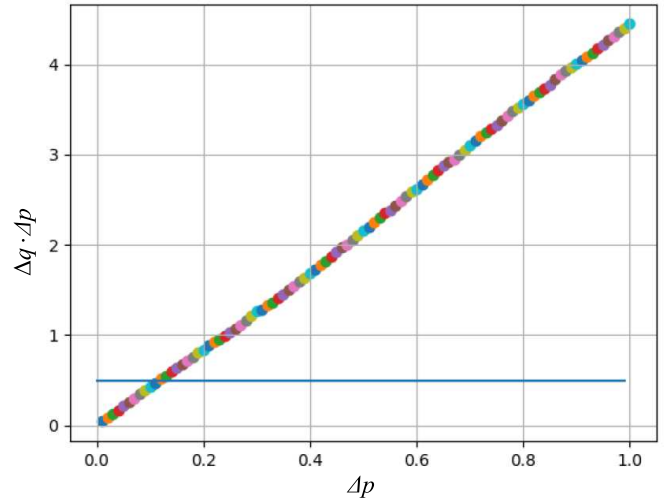


Рис. 8. Качественная оценка соотношения неопределенностей: зависимость произведения $\Delta p \Delta q$ после измерения в зависимости от $\Delta p = |p_2 - p_1|$. Параметры: $m = 0.1, \lambda = 1, p_1 = 1, p_2 = -1$ и $A_1^2 = A_2^2 = 1/2$ в условных единицах. В сравнении со случаем на рис. 6, масса меньше в 10 раз

[22–24]. Качественно проверено выполнение неравенства Гейзенберга, возникающее как результат стохастического возмущения координаты прибором, измеряющим импульс.

Получено выражение для времени измерения импульса. В самом общем случае оно оказывается пропорциональным размерам соответствующих волновых пакетов приборов и обратно пропорционально разнице измеряемых импульсов и константе связи. Показано, что стохастические возмущения зависят от инерционности квантовой системы, а также от типа взаимодействия с прибором и константы связи. Чем меньше масса или больше разность импульсов, тем с большей частотой будут происходить колебания показаний прибора в процессе измерения.

При измерении координаты важно учитывать, что кинетическое слагаемое привносит стохастические моды в состояние с определенной координатой у квантовой системы, пропорциональные времени. Поэтому прибор, измеряющий координату, должен включаться на минимальное время, в противоположность прибору, измеряющему импульс.

Интересное наблюдение состоит в том, что результат измерения координаты зависит только от квантовой системы, а результат измерения импульса зависит как от квантовой системы, так и от прибора. Представляется, что эта особенность не противоречит аксиомам квантовой механики, так как начальное состояние Де Бройлевской частицы-прибора (как и для любой квантовой системы) не является определенным. Однако это открывает еще одну потенциальную возможность проверки теории де Бройля.

Качественное исследование мысленного эксперимента, предполагающего возможное нарушение соотноше-

ния неопределенностей, показало, что имеется механизм роста дисперсии координаты при измерении импульса, который может восстанавливать это соотношение. Однако, в общем случае вопрос выполнения соотношения неопределенностей в теории Де Бройля требует более глубокого исследования.

Стоит заметить, что реальный прибор, помимо квантовой части, имеет также и классическую составляющую [12]. Поэтому наши вычисления, разумеется, описывают измерение сильно упрощенно. Однако, разумно предположить, что макроскопическая составля-

ющая раскладывается на взаимосвязанную систему простейших квантовых приборов, смоделированных выше в рамках теории де Бройля–Бома. Таким образом, приведенные вычисления на принципиальном уровне корректно описывают измерение.

В итоге, теория де Бройля–Бома позволяет поновому взглянуть на процесс измерения, демонстрируя возникновение вероятности на квантовом уровне. Возможно, именно в рамках данной интерпретации получится расширить математический аппарат и разрешить множество других трудностей квантовой теории.

-
- [1] Гейзенберг В. // Физические принципы квантовой теории. М.: Государственное технико-теоретическое издательство, 1932.
- [2] Фон Нейман Дж. // Математические основы квантовой механики. М.: Наука, 1964.
- [3] Bassi A., Dorato M., Ulbricht H. // Entropy **25**. 645. (2023).
- [4] Daniela Frauchiger, Renato Renner // Nature communications **9**. 3711. (2018).
- [5] Бор Н., Розенфельд Л. // Избранные научные труды. Статья «К вопросу об измеримости электромагнитного поля. (1933 г)». М.: Наука, 1970.
- [6] Bohr, N. // Phys. Rev. **48**. 696. (1935).
- [7] Einstein, A; Podolsky B.; Rosen N. // Phys. Rev. **47**. 777. (1935).
- [8] Caves C.M. et al. // Rev. Mod. Phys. **52**. 341. (1980).
- [9] Braginsky V.B., Khalili F.Ya. // Quantum Measurement. Cambridge University Press, 1992.
- [10] Braginsky V.B., Vorontsov Yu.I., Thorne K.S. // Science. **209**. 547. (1980).
- [11] Брагинский В. Б. // УФН. **156**. №1.(1988).
- [12] Воронцов Ю. И. // УФН. **164**. №1. (1994).
- [13] Менский М.Б. // УФН. **168**. №9. (1997).
- [14] de Broglie L. // Electrons et Photons. 105. (1928).
- [15] Bohm D. // Phys. Rev. **85**. 166. (1952).
- [16] Bohm D. // Phys. Rev. **85**. 180. (1952).
- [17] Ward Struyve // Rep. Prog. Phys. **73**. 106001. (2010).
- [18] Hrvoje Nikolic // Found.Phys.Lett. **17**. .363. (2004).
- [19] Hrvoje Nikolic // Found.Phys.Lett. **18**. .123. (2005).
- [20] Valentini A., Westman H. // Proc.Roy.Soc.Lond. **468**, N 2140. 990. (2012).
- [21] Kent A. // Phys. Rev. A. **87** 022105. (2013).
- [22] Jung K. // J. Phys.: Conf. Ser. **442**. 012060. (2013).
- [23] Nauenberg M. // Quanta. **3**. 43. (2014).
- [24] Heim D.M. // arXiv. 2201.05971. (2022).

Measurement procedure in the de Broigle–Bohm theory

A. M. Aleshin^a, V. V. Nikitin^b, P. I. Pronin^c

Department of theoretical Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia

E-mail: ^aaleschinleha@yandex.ru, ^bmarkiz4@yandex.ru, ^cpetr-pro@mail.ru

The measurement process in the deterministic de Broglie-Bohm theory is investigated. The simplest devices for measuring coordinates and momentum are modeled, while both the measurement device and the quantum system are described by the same unified laws. Thus, the problem with the probability distribution in the momentum space, posed in the works [22–24], is solved. The trajectories of de Broglie particles are calculated numerically. The restoration of the Heisenberg uncertainty principle is qualitatively verified when the coordinate and momentum are measured alternately.

PACS: 03.65.Ta

Keywords: measurement problem, de Broglie-Bohm theory, Heisenberg uncertainty principle.

Received 30 May 2023.

Сведения об авторах

1. Аleshин Алексей Михайлович — аспирант; e-mail: aleschinleha@yandex.ru.
2. Никитин Владимир Валерьевич — канд. физ.-мат. наук; тел.: (495) 939-16-82, e-mail: markiz4@yandex.ru.
3. Пронин Петр Иванович — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 364-86-24, e-mail: petr_pro_iv@mail.ru.