Редкий радиационный распад Ξ_b^--бариона

В.О. Галкин,[1*] А.О. Давыдов[2†]

[1] *Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук. Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, д. 40*

[2] *Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*

(Поступила в редакцию 31.05.2023; подписана в печать 04.07.2023)

Недавно коллаборация LHCb установила верхнее экспериментальное ограничение на относительную вероятность редкого радиационного распада Ξ_b^--бариона: $Br(\Xi_b^- \to \Xi^-\gamma) < 1.3 \times 10^{-4}$. Измеренное значение находится ниже вероятности, предсказываемой в рамках правил сумм на световом конусе. В данной работе процесс $\Xi_b^- \to \Xi^-\gamma$ исследуется в рамках релятивистской кварковой модели, которая основана на квазипотенциальном подходе в квантовой теории поля. Форм факторы рассчитаны с последовательным учётом релятивистских эффектов. Полученный результат для вероятности распада находится ниже верхнего экспериментального ограничения, установленного LHCb, а также согласуется с рядом других теоретических расчётов в рамках погрешности.

PACS: 12.39.Ki, 13.30.-a, 13.30.Ce УДК: 539.126

Ключевые слова: релятивистская кварковая модель, квазипотенциальный подход, тяжелые барионы, редкие распады.

ВВЕДЕНИЕ

В работе исследуется редкий радиационный распад $\Xi_b^- \to \Xi^-\gamma$, который протекает за счет изменяющих аромат нейтральных токов и поэтому запрещён на древесном уровне в рамках Стандартной модели. Основной вклад дают однопетлевые, так называемые пингвинные, диаграммы. В результате такой канал распада сильно подавлен, что усложняет его экспериментальный поиск. Он до сих пор не был обнаружен экспериментально. Однако в 2021 г. коллаборацией LHCb на Большом адронном коллайдере в ЦЕРНе было получено достаточно строгое верхнее экспериментальное ограничение на его ширину [1]. Отметим, что ширина редкого радиационного распада Λ_b бариона в Λ барион была измерена коллаборацией LHCb в 2019 г. [2]. Теоретически редкий радиационный распад Ξ_b^- бариона исследовался в рамках различных подходов [3–6]. Расчеты, основанные на использовании приближенной флейворной SU(3)-симметрии дают значения согласующиеся с верхним экспериментальным пределом [4]. В то же время вычисления в рамках правил сумм на световом фронте [3] дают значения более чем в 2 раза превышающее экспериментальное ограничение. Поэтому необходимо более детальное теоретическое исследование этого распада. В данной работе используется релятивистская кварковая модель, которая основана на квазипотенциальном подходе в квантовой хромодинамике. В ее рамках рассчитаны формфакторы слабых распадов Ξ_b^- бариона с последовательным учетом релятивистских эффектов. На этой основе получено предсказание для ширины редкого радиационного распада, удовлетворяющее экспериментальным ограничениям. Есть все основания ожидать, что данный распад будет наблюден в ближайшее время, а его ширина будет измерена с хорошей точностью. Это позволит провести сравнение точности различных теоретических подходов. Кроме того, при сильном расхождении теоретических расчётов с данными эксперимента, можно будет сделать вывод о возможном наличии в данном распаде эффектов, выходящих за рамки Стандартной модели, так называемой «новой физики». Например, новых взаимодействий, в рамках которых распад $\Xi_b^- \to \Xi^-\gamma$ разрешён на древесном уровне.

1. ЭФФЕКТИВНЫЙ ГАМИЛЬТОНИАН

Эффективный гамильтониан для перехода $b \to s$ в общем виде даётся следующим выражением [7]:

$$\mathcal{H}^{eff} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb}V_{ts}^* \left[\sum_{i=1}^{6} C_i(\mu)Q_i(\mu) + \right.$$
$$\left. + C_{7\gamma}(\mu)Q_{7\gamma}(\mu) + C_{8G}(\mu)Q_{8G}(\mu) \right] \equiv$$
$$\equiv -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb}V_{ts}^* \vec{Q}^T(\mu)\vec{C}(\mu), \quad (1)$$

где $C_i(\mu)$ — коэффициенты Вильсона, которые по своему физическому смыслу являются эффективными константами связи, G_F — константа Ферми, V_{tb} and V_{ts} — элементы матрицы Каббибо–Кобаяши–Маскава, $Q_i(\mu)$ — локальные токовые операторы:

$$Q_1 = (\bar{s}_\alpha c_\beta)_{V-A}(\bar{c}_\beta b_\alpha)_{V-A},$$

* galkin@ccas.ru

† davydov.ao18@physics.msu.ru

$$Q_2 = (\overline{s}_\alpha c_\alpha)_{V-A}(\overline{c}_\beta b_\beta)_{V-A},$$
$$Q_3 = (\overline{s}_\alpha b_\alpha)_{V-A}\sum_q(\overline{q}_\beta q_\beta)_{V-A},$$
$$Q_4 = (\overline{s}_\beta b_\alpha)_{V-A}\sum_q(\overline{q}_\alpha q_\beta)_{V-A},$$
$$Q_5 = (\overline{s}_\alpha b_\alpha)_{V-A}\sum_q(\overline{q}_\beta q_\beta)_{V+A},$$
$$Q_6 = (\overline{s}_\beta b_\alpha)_{V-A}\sum_q(\overline{q}_\alpha q_\beta)_{V+A},$$
$$Q_{7\gamma} = \frac{e}{4\pi^2}\overline{s}_\alpha\sigma^{\mu\nu}(m_bR+m_sL)b_\alpha F_{\mu\nu},$$
$$Q_{8G} = \frac{g}{4\pi^2}\overline{s}_\alpha\sigma^{\mu\nu}(m_bR+m_sL)T^a_{\alpha\beta}b_\beta G^a_{\mu\nu},$$

где $(\overline{q}_\alpha q_\beta)_{V\pm A} = \overline{q}_\alpha\gamma_\mu(1\pm\gamma_5)q_\beta$, $\vec{Q^T} = (Q_1, Q_2, ..., Q_{8G})$, $\vec{C^T} = (C_1, C_2, ..., C_8)$, α и β — цветовые индексы, $R = \frac{1+\gamma_5}{2}$ и $L = \frac{1-\gamma_5}{2}$, γ_μ и γ_5 — матрицы Дирака, e и g — электромагнитная и сильная константы связи соответственно, $F_{\mu\nu}$ — тензор электромагнитного поля, который в случае плоской волны (фотон) имеет вид:

$$F_{\mu\nu} = -i(\epsilon_\mu q_\nu - \epsilon_\nu q_\mu)e^{iqx},$$

где ϵ_μ — 4-вектор поляризации, q_μ — 4-импульс фотона, $\sigma_{\mu\nu}$ — коммутатор дираковских матриц:

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}\left[\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu\right].$$

Для процесса $b\to s\gamma$ ненулевыми матричными элементами обладают только операторы Q_5, Q_6 и $Q_{7\gamma}$. Более того, эти матричные элементы имеют один и тот же порядок величины [8], поэтому эффективный гамильтониан принимает вид:

$$\mathcal{H}^{eff} = -\frac{G_F e}{4\pi^2\sqrt{2}}V_{tb}V^*_{ts}C^{(0)eff}_{7\gamma}(m_b)\overline{s}\sigma_{\mu\nu}\Big[m_bR+m_sL\Big]bF^{\mu\nu}.$$

Здесь были введены эффективные коэффициенты Вильсона в соответствии с формулами:

$$C^{(0)eff}_i(\mu) = C^{(0)}_i(\mu) \qquad i = 1,..,6,$$
$$C^{(0)eff}_{7\gamma}(\mu) = C^{(0)}_{7\gamma}(\mu) + \sum_{i=1}^{6} y_i C^{(0)}_i(\mu),$$
$$C^{(0)eff}_{8G}(\mu) = C^{(0)}_{8G}(\mu) + \sum_{i=1}^{6} z_i C^{(0)}_i(\mu),$$

где $y_i = (0,0,0,0,-\frac{1}{3},-1)$ и $z_i = (0,0,0,0,1,0)$. Отметим, что эффективные коэффициенты Вильсона не зависят от схемы перенормировки [7].

Для вычисления значений коэффициента Вильсона $C^{(0)eff}_{7\gamma}$ на масштабе массы b-кварка (характерный энергетический масштаб исследуемого распада), необходимо решить систему ренормгрупповых уравнений [7]:

$$\frac{d\vec{C}^{(0)eff}(\mu)}{d\ln\mu} = \frac{\alpha_s}{4\pi}\left(\hat{\gamma}^{(0)eff}\right)^T\vec{C}^{(0)eff}(\mu). \tag{2}$$

где $\alpha_s(\mu)$ — бегущая константа связи сильного взаимодействия:

$$\alpha_s(\mu) = \frac{\alpha_s(M_Z)}{1-\frac{\beta_0}{2\pi}\alpha_s(M_Z)\ln\frac{M_Z}{\mu}},$$

$\hat{\gamma}^{(0)eff}$ матрица аномальной размерности [7, 9]:

$$\hat{\gamma}^{(0)eff} = \begin{pmatrix} -2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 6 & -2 & -\frac{2}{9} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{9} & \frac{2}{3} & \frac{416}{81} & \frac{70}{27} \\ 0 & 0 & -\frac{22}{9} & \frac{22}{3} & -\frac{4}{9} & \frac{4}{3} & -\frac{464}{81} & \frac{545}{27} \\ 0 & 0 & \frac{44}{9} & \frac{4}{3} & -\frac{10}{9} & \frac{10}{3} & \frac{136}{81} & \frac{512}{27} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -6 & \frac{32}{9} & -\frac{59}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{10}{9} & \frac{10}{3} & -\frac{10}{9} & -\frac{38}{3} & -\frac{296}{81} & -\frac{703}{27} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{32}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{32}{9} & \frac{28}{3} \end{pmatrix}.$$

Начальные условия имеют следующий вид [7]:

$$\begin{cases} C^0_1(M_W) = C^0_3(M_W) = C^0_4(M_W) = C^0_5(M_W) = C^0_6(M_W) = 0, \\ C^0_2(M_W) = 1, \\ C^{(0)eff}_{7\gamma}(M_W) = \dfrac{3x^3-2x^2}{4(x-1)^4}\ln x + \dfrac{-8x^3-5x^2+7x}{24(x-1)^3} \approx -0.194, \\ C^{(0)eff}_{8G}(M_W) = -\dfrac{3x^2}{4(x-1)^4}\ln x + \dfrac{-x^3+5x^2+2x}{8(x-1)^3} \approx -0.097, \end{cases}$$

где $x \equiv \frac{m_t^2}{(M_W^2)} \approx 4.62$. Индекс 0 у коэффициентов Вильсона означает, что они ищутся в нулевом, главном приближении.

Опишем схему решения уравнения (2). Можно использовать общепринятый метод матрицы эволюции $U(\mu, \mu_W)$ [7], однако существует более наглядный способ решения. Для этого заметим, что в правой части уравнения (2) зависимость от μ есть в дроби $\frac{\alpha_s}{4\pi}$ и в $C_i(\mu)$, матрица $\hat{\gamma}^{(0)eff}$ от μ не зависит. Это обстоятельство подсказывает нам следующий вид анзаца:

$$\vec{C} = \vec{h}(bx+c)^{\frac{a\alpha}{b}}, \qquad (3)$$

где $a \equiv \alpha_s(M_Z)$, $b = \frac{46}{3}\alpha_s(M_Z)$, $c = 4\pi - \frac{46}{3}\alpha_s(M_Z)\ln M_Z$, $\vec{h}$ — постоянный вектор, α — пока не известное нам число.

Подставляя анзац (3) в (2) получаем уравнение на собственные векторы и собственные значения матрицы $\hat{\gamma}^{(0)eff}$:

$$\left(\hat{\gamma}^{(0)eff}\right)^T \vec{h} = \alpha\vec{h}. \qquad (4)$$

Решим уравнение (4) и найдём набор собственных векторов и собственных значений $(\vec{h_i}, \alpha_i)$, тогда фундаментальная система решений (ФСР) исходного уравнения (2) примет вид матрицы $\hat{W}$:

$$\hat{W} = \left(\vec{h_1}(bx+c)^{\frac{a\alpha_1}{b}}, ..., \vec{h_8}(bx+c)^{\frac{a\alpha_8}{b}}\right).$$

Преобразуем фундаментальную матрицу $\hat{W}$ с учётом значений a, b, c:

$$\frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} = \frac{a}{bx+c} \Rightarrow (bx+c) = \frac{4\pi\alpha_s(M_Z)}{\alpha_s(\mu)} = \frac{4\pi\alpha_s(M_Z)}{\alpha_s(M_W)}\frac{\alpha_s(M_W)}{\alpha_s(\mu)} \equiv \frac{4\pi\alpha_s(M_Z)}{\alpha_s(M_W)}\eta,$$

где $\eta \equiv \frac{\alpha_s(M_W)}{\alpha_s(\mu)}$.

Также учтём, что $\frac{a}{b} = \frac{3\alpha_s(M_Z)}{46\alpha_s(M_Z)} = \frac{3}{46}$, и получим для $\hat{W}$:

$$\hat{W} = \left(\vec{h_1}\left(\frac{4\pi\alpha_s(M_Z)}{\alpha_s(M_W)}\right)^{\frac{3\alpha_1}{46}}\eta^{\frac{3\alpha_1}{46}}, ... \right.$$
$$\left. ..., \vec{h_8}\left(\frac{4\pi\alpha_s(M_Z)}{\alpha_s(M_W)}\right)^{\frac{3\alpha_8}{46}}\eta^{\frac{3\alpha_8}{46}}\right).$$

В результате общее решение (2) имеет вид:

$$\vec{C}(\mu) = \hat{W}(\mu)\vec{C_0},$$

где $\vec{C_0}$ — вектор постоянных коэффициентов, которые находятся из начального условия:

$$\vec{C}(M_W) = \hat{W}(M_W)\vec{C_0}. \qquad (5)$$

Далее, после численного решения уравнений (4) и (5) найдём приближённые собственные векторы, собственные значения и постоянные $\vec{C_0}$, и запишем общее выражение для эффективных коэффициентов Вильсона в следующем виде:

$$C_i^{(0)} = \sum_{j=1}^{8} A_{ij}\eta^{c_j}, \qquad i = 1, ..., 6,$$
$$C_{7\gamma}^{(0)eff} = \sum_{j=1}^{8} A_{7j}\eta^{c_j},$$
$$C_{8G}^{(0)eff} = \sum_{j=1}^{8} A_{8j}\eta^{c_j},$$

где A_{ij} — постоянные коэффициенты.

В литературе принято записывать решения для нужного нам коэффициента $C_{7\gamma}^{(0)eff}$ в следующем виде:

$$C_{7\gamma}^{(0)eff}(\mu) = \eta^{\frac{16}{23}}C_{7\gamma}^{(0)}(M_W) + \frac{8}{3}\left(\eta^{\frac{14}{23}} - \eta^{\frac{16}{23}}\right)C_{8G}^{(0)}(M_W) + C_2^{(0)}(M_W)\sum_{j=1}^{8} K_j\eta^{c_j}, \qquad (6)$$

где:

$$K_j = \left(-\frac{3}{7}, -\frac{1}{14}, -0.6494, -0.0380, -0.0185, -0.0057, 2.2996, -1.0880\right),$$

$$c_j = \left(\frac{6}{23}, -\frac{12}{23}, 0.4086, -0.4230, -0.8994, 0.1456, \frac{14}{23}, \frac{16}{23}\right),$$

и

$$\eta \equiv \frac{\alpha_s(\mu_{M_W})}{\alpha_s(\mu)}.$$

Подставляя найденные коэффициенты K_j и c_j в (6), получим окончательный ответ для $C_{7\gamma}^{(0)eff}$:

$$C_{7\gamma}^{(0)\mathrm{eff}}(m_b) = 0.674C_{7\gamma}^{(0)}(M_W) + 0.091C_{8G}^{(0)}(M_W) - 0.170C_2^{(0)}(M_W) = -0.310.$$

2. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ

Теперь для решения задачи необходимо вычислить матричный элемент эффективного гамильтониана:

$$M = \langle\Xi^-\gamma|\mathcal{H}^{eff}|\Xi_b^-\rangle.$$

Для начала надо учесть, что в главном приближении (при отсутствии КХД-поправок) можно сделать замену в эффективном гамильтониане: $\mathcal{H}^{eff}$: $-\sigma_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \to 2i\sigma_{\mu\nu}q^{\nu}$. Таким образом, выражение для оператора $Q_{7\gamma}$ упростится до [7]

$$-2i\frac{e}{4\pi^2}\overline{s}_{\alpha}\sigma^{\mu\nu}q^{\nu}(m_bR+m_sL)b_{\alpha}.$$

Теперь для вычисления M необходимо найти матричные элементы от векторного оператора $\overline{s}\sigma^{\mu\nu}q^{\nu}b$:

$$\langle \Xi^-(P)|\overline{s}\sigma^{\mu\nu}q^{\nu}b|\Xi_b^-(Q)\rangle, \tag{7}$$

и соответствующего ему аксиального оператора:

$$\langle \Xi^-(P)|\overline{s}\sigma^{\mu\nu}q^{\nu}\gamma_5 b|\Xi_b^-(Q)\rangle, \tag{8}$$

Для этого был использован квазипотенциальный подход, в рамках которого можно вывести следующую формулу для матричного элемента локального тока J_μ между начальными и конечными барионными состояниями [10]:

$$\langle \Xi^-(P)|J_\mu|\Xi_b^-(Q)\rangle = \\ = \int \frac{d^3p d^3q}{(2\pi)^6}\overline{\Psi}(\mathbf{p})_{\Xi^- P}\Gamma_\mu(\mathbf{p},\mathbf{q})\Psi(\mathbf{q})_{\Xi_b^- Q},$$

где P и Q — импульсы начального и конечного барионов соответственно, и $\Gamma_\mu(\mathbf{p},\mathbf{q})$ — двухчастичная вершинная функция.
В нашем случае [11]

$$\Gamma_\mu(\mathbf{p},\mathbf{q}) = \Gamma_\mu^{(1)}(\mathbf{p},\mathbf{q}) + \Gamma_\mu^{(2)}(\mathbf{p},\mathbf{q}),$$

где

$$\Gamma_\mu^{(1)}(\mathbf{p},\mathbf{q}) = \psi_d^*(p_d)\overline{u_s}(p_s)\gamma_\mu(1-\gamma_5)\times \\ \times u_b(q_b)\psi_d(2\pi)^3\delta(\mathbf{p}_d-\mathbf{q}_d)$$

— вершинная функция, соответствующая импульсному приближению (см рис.1 в работе [11] для аналогичного процесса $\Lambda_b \to \Lambda\gamma$), а

$$\Gamma_\mu^{(2)}(\mathbf{p},\mathbf{q}) = \psi_d^*(p_d)\overline{u_s}(p_s)\times \\ \times\Bigg[\gamma_\mu(1-\gamma_5)\frac{\Lambda_b^{(-)}(k)}{\epsilon_b(k)+\epsilon_b(p_s)}\gamma^0 V(\mathbf{p}_d-\mathbf{q}_d)+ \\ +V(\mathbf{p}_d-\mathbf{q}_d)\frac{\Lambda_s^{(-)}(k')}{\epsilon_s(k')+\epsilon_s(q_b)}\gamma^0\gamma_\mu(1-\gamma_5)\Bigg]u_b(q_b)\psi_d(p_d)$$

— вершинная функция, соответствующая диаграммам (см рис.2 из [11] для аналогичного процесса $\Lambda_b \to \Lambda\gamma$), описывающим вклад от промежуточных состояний с отрицательной энергией, которые являются следствием проекции на пространство состояний с положительной энергией в квазипотенциальном подходе.

Здесь $\psi_d(p)$ — волновая функция дикварка, $V(\mathbf{p})$ — квазипотенциал кварк-дикваркового взаимодействия, $\mathbf{k} = \mathbf{p_s} - \mathbf{D}$, $\mathbf{k}' = \mathbf{q_b} + \mathbf{D}$, $\mathbf{D} = \mathbf{P} - \mathbf{Q}$, $\epsilon(p) = \sqrt{m^2+\mathbf{p}^2}$, и проектор на состояния с отрицательной энергией

$$\Lambda^{(-)}(p) = \frac{\epsilon(p) - (m\gamma^0 + \gamma^0(\gamma\mathbf{p}))}{2\epsilon(p)}.$$

В этих выражениях $u(p)$ и $\overline{u}(p)$ — дираковские биспиноры, m_q и m_d — массы кварка и дикварка соответственно, а $\Psi(\mathbf{q})_{\Xi_b^- Q}$ и $\Psi(\mathbf{p})_{\Xi^- P}$ — волновые функции барионов, спроектированные на состояния с положительной энергией. Эти волновые функции удовлетворяют квазипотенциальному уравнению Шрёдингеровского типа [11]:

$$\left(\frac{b^2(M)}{2\mu_R(M)} - \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu_R(M)}\right)\Psi(\mathbf{p}) = \\ = \int\frac{d^3q}{(2\pi)^3}V(\mathbf{p},\mathbf{q},M)\Psi(\mathbf{q}), \tag{9}$$

где релятивистская приведённая масса:

$$\mu_R(M) = \frac{M_{\Xi_b^-}^4 - (m_q^2-m_d^2)^2}{4M_{\Xi_b^-}^3}$$

и квадрат относительного импульса кварка и дикварка на массовой поверхности:

$$b^2(M) = \frac{(M_{\Xi_b^-}^2 - (m_q+m_d)^2)(M_{\Xi_b^-}^2 - (m_q-m_d)^2)}{4M_{\Xi_b^-}^2}.$$

Потенциал кварк-дикваркового взаимодействия V включает как зависящие, так и не зависящие от спина вклады, его явный вид дан в работе [12].

В системе покоя начального бариона конечный барион движется с импульсом $\mathbf{P}$, поэтому необходимо совершить буст волновой функции конечного бариона в движущуюся систему отсчёта:

$$\Psi_{\mathbf{P}}(\mathbf{p}) = D_q^{1/2}(R_{L_P}^W)D_d(R_{L_P}^W)\Psi_0(\mathbf{p}),$$

где $\Psi_0(\mathbf{p})$ — волновая функция бариона в покоящейся системе отсчёта, R^W — Вигнеровский поворот, L_P — лоренцев буст из покоящейся системы отсчёта в движущуюся с импульсом P, и $D_q^{1/2}(R^W)$ — матрица поворота спина, для скалярного дикварка $D_d(R^W)=1$.

Матричные элементы (7) и (8) могут быть параметризованы с помощью следующего набора инвариантных форм факторов [11]:

$$\left\langle \Xi^- | \bar{s} i \sigma^{\mu\nu} q_\nu b | \Xi_b^- \right\rangle = \overline{u}_{\Xi^-}(p_\Xi, s) \left[\frac{f_1^T(q^2)}{m_{\Xi_b^-}} (\gamma^\mu q^2 - \hat{q} q^\mu) - f_2^T(q^2) i \sigma^{\mu\nu} q_\nu \right] u_{\Xi_b^-}(p_{\Xi_b}, s'), \quad (10)$$

$$\left\langle \Xi^- | \bar{s} i \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma_5 b | \Xi_b^- \right\rangle = \overline{u}_{\Xi^-}(p_\Xi, s) \left[\frac{g_1^T(q^2)}{m_{\Xi_b^-}} (\gamma^\mu q^2 - \hat{q} q^\mu) - g_2^T(q^2) i \sigma^{\mu\nu} q_\nu \right] \gamma_5 u_{\Xi_b^-}(p_{\Xi_b}, s'). \quad (11)$$

Поскольку в исследуемом процессе фигурирует реальный фотон, то значения форм-факторов $f_1^T(q^2)$ and $g_1^T(q^2)$ нам не важны, так как при $q^2 = 0$ вклад структуры $\hat{q} q^\mu$ занулится при вычислении квадрата матричного элемента, входящего в выражение для ширины. Таким образом необходимо вычислить только значения форм факторов $f_2^T(q^2)$ and $g_2^T(q^2)$ в точке $q^2 = 0$.

Суммируя выражения (10) и (11) получим следующую параметризацию матричного элемента:

$$\left\langle \Xi^- \gamma | \mathcal{H}^{eff} | \Xi_b^- \right\rangle = i \frac{G_F m_b e}{4\pi^2 \sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* C_{7\gamma}^{(0)eff}(m_b) \overline{u}_{\Xi^-} \times$$
$$\times (p_\Xi, s) \sigma^{\mu\nu} q_\nu \left(g_V f_2^T(0) + \gamma_5 g_A g_2^T(0) \right) u_{\Xi_b^-}(p_{\Xi_b}, s'), \quad (12)$$

где $g_V = 1 + \frac{m_s}{m_b}$ и $g_A = 1 \ --- \frac{m_s}{m_b}$. Явные выражения для форм факторов даны в приложении в работе [11].

Численно решая квазипотенциальное уравнение (9), а затем используя вычисленные волновые функции [12, 13] для расчета форм факторов, получим их значения в нуле:

$$f_2^T(0) = g_2^T(0) = -0.144. \quad (13)$$

3. ШИРИНА РАСПАДА

Для вычисления ширины распада воспользуемся известной формулой для дифференциальной ширины [14]:

$$d\Gamma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}\left(\sum p_f - \sum p_i\right) V \prod_k \frac{m_k}{E_k V} \times$$
$$\times \prod_l \frac{1}{2\omega_l V} \prod_f \frac{V d^3 p_f}{(2\pi)^3} |M|^2, \quad (14)$$

Матричный элемент имеет следующий вид:

$$M = \overline{u}_\Xi(p_\Xi, s) \sigma_{\mu\nu} q^\nu (g_V f_2^T(0) + \gamma_5 g_A g_2^T(0)) u_{\Xi_b}(p_{\Xi_b}, s'),$$

где для простоты был временно опущен коэффициент $\frac{G_F^2 e^2}{32\pi^4} |V_{tb} V_{ts}^*|^2 m_b^2 |C_7^{(0)eff}|^2$, возникающий из эффективного гамильтониана (1).

Вычисляя M^* получим для $|M|^2$:

$$MM^* = \frac{1}{2} \sum_{s,s'} \overline{u}_\Xi(p_\Xi, s) \sigma_{\mu\nu} q^\nu (g_V f_2^T(0) +$$
$$+ \gamma_5 g_A g_2^T(0)) u_{\Xi_b}(p_{\Xi_b}, s') \overline{u}_{\Xi_b}(p_{\Xi_b}, s') \times$$
$$\times (g_V f_2^T(0) - \gamma_5 g_A g_2^T(0)) \sigma^{\mu\beta} q_\beta u_\Xi(p_\Xi, s),$$

где множитель $\frac{1}{2}$ возникает из усреднения по спинам начального бариона, а $\sum_{s,s'}$ из суммирования по спину конечного бариона. Вычисляя сумму по спинам, получим:

$$|M|^2 = \frac{1}{8 m_{\Xi_b} m_\Xi} tr \left[(\hat{p}_\Xi + m_\Xi) \sigma_\mu^\nu q_\nu (g_V f_2^T(0) + \right.$$
$$\left. + \gamma_5 g_A g_2^T(0)) (\hat{p}_{\Xi_b} + m_{\Xi_b}) (g_V f_2^T(0) - \gamma_5 g_A g_2^T(0)) \sigma^{\mu\beta} q_\beta) \right] \quad (15)$$

Вычислив след придём к окончательному выражению для матричного элемента:

$$|M|^2 = \frac{2}{m_\Xi} (g_V^2 |f_2^T(0)|^2 + g_A^2 |g_2^T(0)|^2) p_\Xi^\nu q_\nu q^0.$$

Теперь подставим полученное выражение в (14) и учтём, что в нашем процессе 2 фермиона, 1 бозон, 2 конечные частицы, тогда для дифференциальной ширины получим:

$$d\Gamma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_{\Xi_b} - p_\Xi - q) \frac{m_\Xi}{E_\Xi} \frac{1}{2|\vec{q}|} \frac{d^3 p_\Xi}{(2\pi)^3} \times$$
$$\times \frac{d^3 p_q}{(2\pi)^3} \frac{2}{m_\Xi} (g_V^2 |f_2^T(0)|^2 + g_A^2 |g_2^T(0)|^2) p_\Xi^\nu q_\nu q^0. \quad (16)$$

В результате выражение для полной ширины имеет вид:

$$\Gamma = \frac{1}{4\pi^2} (g_V^2 |f_2^T(0)|^2 + g_A^2 |g_2^T(0)|^2) \times$$
$$\times \int d^3 p_\Xi d^3 q \delta^{(4)}(p_{\Xi_b} - p_\Xi - q) \frac{p_\Xi^\nu q_\nu}{E_\Xi}.$$

Интеграл по $d^3 p_\Xi$ вычисляется легко за счёт δ-функции, а в интеграле по $d^3 q$ можно перейти к сферическим координатам и проинтегрировать по углам:

$$\int d^3 p_\Xi d^3 p_q \delta^{(4)}(p_{\Xi_b} - p_\Xi - q) \frac{p_\Xi^\nu q_\nu}{E_\Xi} =$$
$$= 4\pi \int dq q^2 \delta(E_{\Xi_b} - E_\Xi - q) \frac{E_\Xi q + q^2}{E_\Xi}. \quad (17)$$

С учётом того, что начальный барион покоится ($E_{\Xi_b} = m_{\Xi_b}$) и известного свойства дельта-функции: $\delta(f(x)) = \delta(x - x_0)/|f'(x_0)|$ можно получить:

$$\delta(E_{\Xi_b} - E_\Xi - q) = \frac{\delta\left(q - \frac{1}{2} \frac{m_{\Xi_b}^2 - m_\Xi^2}{m_{\Xi_b}}\right)}{1 + \frac{q_0}{\sqrt{q_0^2 + m_\Xi^2}}}. \quad (18)$$

Таблица 1. Значения физических констант.

Величина	Значение
G_F	1.166×10^{-5} GeV^{-2}
$\alpha_{em}(M_W)$	1/128
$\|V_{ts}\|$	$(38.8 \pm 1.1) \times 10^{-3}$
$\|V_{tb}\|$	1.013 ± 0.030,
m_b(pole)	(4.78 ± 0.06) GeV
m_s	93^{+11}_{-5} MeV
$m_{\Xi_b^-}$	(5797.0 ± 0.6) MeV
m_{Ξ^-}	(1321.71 ± 0.07) MeV
M_W	(80.379 ± 0.012) GeV
M_Z	(91.1876 ± 0.0021) GeV
m_t	(172.76 ± 0.30) GeV
$g_V = 1 + m_s/m_b$	1.019
$g_A = 1 - m_s/m_b$	0.981
τ_{Ξ_b}	$(1.572 \pm 0.040) \times 10^{-12} s$
$\hbar$	6.582×10^{-22} MeV s

Таблица 2. Вычисленные значения эффективного коэффициента Вильсона и форм факторов.

Величина	Значение
$C_7^{(0)\text{eff}}(m_b)$	-0.310
$f_2^T(0) = g_2^T(0)$	-0.144.

Принимая во внимание (18) и вычисляя интеграл в (17) получим, восстановив коэффициент $\frac{G_F^2 e^2}{32\pi^4}|V_{tb}V_{ts}^*|^2 m_b^2 |C_7^{(0)eff}|^2$ из гамильтониана, окончательную формулу для ширины редкого радиационного распада $\Xi_b^- \to \Xi^-\gamma$:

$$\Gamma = \frac{G_F^2 \alpha_{em}}{64\pi^4}|V_{tb}V_{ts}^*|^2 m_b^2 |C_{7\gamma}^{(0)\text{eff}}(m_b)|^2 \times \\ \times (g_V^2|f_2^T(0)|^2 + g_A^2|g_2^T(0)|^2)\left(\frac{m_{\Xi_b^-}^2 - m_{\Xi^-}^2}{m_{\Xi_b^-}}\right)^3, \quad (19)$$

где $\alpha_{em} \equiv \frac{e^2}{4\pi}$ — константа электромагнитного взаимодействия.

Подставив известные из эксперимента значения физических констант, масс и времени жизни Ξ_b^- бариона [15], собранные в табл. 1, а также вычисленные значения коэффициентов Вильсона и форм факторов, приведенные в табл. 2, получим для относительной вероятности редкого радиационного распада следующее численное значение:

$$Br(\Xi_b^- \to \Xi^-\gamma) = (9.49 \pm 1.19) \times 10^{-6}. \quad (20)$$

В табл. 3 приведено сравнение вычисленного в данной работе значения вероятности распада с результата-

Таблица 3. Сравнение теоретических предсказаний с экспериментальным верхним ограничением для распада $\Xi_b^- \to \Xi^-\gamma$.

Статья	Полученное значение
Правило сумм [3] на световом конусе	$(3.03 \pm 0.10) \times 10^{-4}$
SU(3)-симметрия [4]	$(1.23 \pm 0.64) \times 10^{-5}$
Правило сумм в полной теории [5]	$1.08^{+0.63}_{-0.49} \times 10^{-5}$
Кварковая модель на световом конусе [6]	$(1.1 \pm 0.1) \times 10^{-5}$
Текущая работа	$(9.49 \pm 1.19) \times 10^{-6}$
Эксперимент [1]	$< 1.3 \times 10^{-4}$

ми других расчётов [3–6] и экспериментальным верхним пределом. Как видно, результат, полученный на основе правила сумм на световом конусе [3] существенно превышает верхний экспериментальный предел. Ответ, полученный в данной работе, согласуется с результатами статей [4–6] в рамках теоретической погрешности и удовлетворяет верхнему экспериментальному пределу. Таким образом, экспериментальное измерение ширины распада $\Xi_b^- \to \Xi^-\gamma$ необходимо для определения точности различных подходов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках релятивистской кварковой модели рассчитана относительная вероятность редкого радиационного распада $\Xi_b^- \to \Xi^-\gamma$. В разд. 1 подробно исследован эффективный гамильтониан процесса, значение коэффициента Вильсона найдено путём решения системы ренормгрупповых уравнений. Затем, в разд. 2 рассмотрена релятивистская кварковая модель, основанная на квазипотенциальном подходе и КХД. В ее рамках найдены выражения для форм факторов, параметризующих матричный элемент слабого тока между начальным и конечным барионными состояниями. Форм факторы выражены как интегралы перекрытия волновых функций начального и конечного барионов [11]. Волновые функции найдены с последовательным учётом всех релятивистских эффектов, таких как преобразование волновой функции в движущуюся систему отсчёта и вкладов промежуточных состояний с отрицательной энергией. В разд. 3 подробно рассмотрен вывод формулы для ширины распада. Полученный результат согласуется с теоретическими расчётами, представленными в работах [4–6] и согласуется с верхним экспериментальным пределом, установленным коллаборацией LHCb [1]. Таким образом, необходимо экспериментальное наблюдение исследуемого распада чтобы определить точность различных методов.

[1] *Aaij R. [LHCb]* et al. // JHEP **01** 069. (2022).
[2] *Aaij R. [LHCb]* et al. // Phys. Rev. Lett. **123** N 3, 031801 (2019).
[3] *Liu Y.l., Gan L.f., Huang M.Q.* et al. // Phys. Rev. D **83**. 054007. (2011).
[4] *Wang R.M., Cheng X.D., Fan Y.Y.* // J. Phys. G **48**, N 8. 085001 (2021).
[5] *Olamaei A.R., Azizi K.* // Eur. Phys. J. C **82**, N 1. 68 (2022).
[6] *Geng C.Q., Liu C.W., Wei Z.Y., Zhang J.* // Phys. Rev. D **105**, N 7. 073007. (2022).
[7] *Buras A. J.* Weak Hamiltonian, CP violation and rare decays. // arXiv preprint hep-ph/9806471. – 1998.
[8] *Ciuchini M.* et al. Leading Order QCD Corrections to $b \to s\gamma$ and $b \to sg$ Decays in Three Regularization Schemes.// arXiv preprint hep-ph/9311357 (1993).
[9] *Ciuchini M., Franco E., Reina L., Silvestrini L.* // Nucl. Phys. B **421**. 41. (1994).
[10] *Фаустов Р.Н.* // Теоретическая и математическая физика. **3**(2). 240. (1970).
[11] *Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Rev. D **96**, N 5. 053006 (2017).
[12] *Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Rev. D **92**, N 5. 054005 (2015).
[13] *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Rev. D **84**. 014025 (2011).
[14] *Комминс Ю., Буксбаум Ф.* Слабые взаимодействия лептонов и кварков. М.: Энергоатомиздат, 1987.
[15] *Zyla P.A. (Particle Data Group)* et al. // Review of Particle Physics. Prog. Theor. Exp. Phys. **2020**. 083C01 (2020).

Rare radiative decay of the Ξ_b^- baryon

V. O. Galkin[1,a], **A. O. Davydov**[2,b]

[1] *Federal Research Center «Computer Science and Control», Russian Academy of Sciences, 119333 Moscow, Russia*
[2] *epartment of Quantum theory and High Energy Physics, Faculty of Physics,*
Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia
E-mail: [a]galkin@ccas.ru, [b]davydov.ao18@physics.msu.ru

Recently, the LHCb collaboration established an upper experimental limit on the branching fraction of the rare radiative decay of the Ξ_b^--baryon: $Br(\Xi_b^- \to \Xi^-\gamma) < 1.3 \times 10^{-4}$. The measured value is below the branching fraction predicted within the light-cone sum rules. In this paper, the process $\Xi_b^- \to \Xi^-\gamma$ is investigated in the framework of the relativistic quark model, based on the quasi-potential approach in quantum field theory. Form factors are calculated with the consistent consideration of the relativistic effects. The obtained result for the decay branching fraction is below the upper experimental limit set by the LHCb, and is also consistent with some other theoretical calculations within error bars.

PACS: 12.39.Ki, 13.30.-a, 13.30.Ce.
Keywords: relativistic quark model, quasipotential approach, heavy baryons, rare decays.
Received 31 May 2023.

Сведения об авторах

1. Галкин Владимир Олегович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (499)135-01-48, e-mail: galkin@ccas.ru.
2. Давыдов Артем Олегович студент 1 курса магистратуры; e-mail: davydov.ao18@physics.msu.ru.