

## Изучение свойств спеклоподобных световых полей в рамках учебных модулей кафедры оптики, спектроскопии и физики наносистем

Н.Н. Павлов,<sup>\*</sup> П.В. Короленко,<sup>†</sup> Ф.А. Тулапин<sup>‡</sup>  
 Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
 физический факультет, кафедра оптики, спектроскопии и физики наносистем  
 Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2  
 (Поступила в редакцию 26.05.2023; подписана в печать 07.07.2023)

Рассмотрены особенности реализации учебного модуля по статистической оптике с учетом развития новых научных направлений, особое внимание уделено актуальной задаче обновления и расширения методических материалов, посвященных изучению спекловых структур с релеевской и нерелеевской статистиками. Приводится описание новой задачи в специальном оптическом практикуме, созданной для экспериментального исследования свойств спеклоподобных световых полей.

PACS: 42.15.i, 42.25.Fx, 42.25.Hz, 01.30.-y

УДК: 535.1, 535.4, 535.8, 535-5, 535.015

Ключевые слова: оптика, когерентная оптика, лазеры, интерференция, статистическая физика, спеклы, релеевские спеклы, нерелеевские спеклы, преобразование Фурье, пространственный спектр, фрактал, скейлинг, сингулярность.

### ВВЕДЕНИЕ

Сохраняет актуальность проблематика, связанная с изучением свойств спеклоподобных световых структур с различными статистическими характеристиками [1–5]. Среди наиболее значимых результатов, достигнутых в последнее время в этой области, следует отметить построение фантомных изображений [6], использование микроскопии с динамическим структурированным освещением [7], реализацию пространственного сверхразрешения [8] и бездифракционного распространения излучения [9]. Важные аспекты общезначимого и прикладного характера появились в исследованиях после привлечения представлений о спеклах с нерелеевской статистикой [10].

В учебном процессе на кафедре оптики спектроскопии и физики наносистем физического факультета МГУ большую роль играет модуль по статистической оптике, который касается вышеупомянутых тем. Он включает набор лекций, читаемых в рамках отдельных спецкурсов, а также ряд разделов специального оптического практикума. Учебные программы модуля отражают материалы как классических учебников по статистической оптике и физике [1, 2], так и учебных пособий, написанных преподавателями ка-

федры [3, 4]. Современные представления статистической оптики, как и было упомянуто выше, находятся в постоянном развитии и обновлении. Это относится и к традиционно присутствующему в программах по статистической оптике разделу, посвященному изучению свойств спекловых и спеклоподобных световых полей [5].

### 1. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКЛОВЫХ СТРУКТУР

В процессе освоения учебного модуля студенты знакомятся с методом получения фрактальных спекловых световых пучков, который позволяет в широких пределах менять их статистические и скейлинговые характеристики. Программное обеспечение, реализующее указанный метод, было использовано при создании учебной задачи в компьютерном разделе специального практикума кафедры оптики, спектроскопии и физики наносистем. Задача включала в себя две части. В первой части студент по заданию преподавателя должен был осуществить численное моделирование световых пучков с фрактальной структурой распределения интенсивности. При проведении моделирования использовались свойства двумерной фрактальной функции Вейерштрасса со случайными фазами её гармоник. Она имела вид [10]:

$$W_{k,m} = \sigma \left[ \sum_{v=0}^V \sum_{n=0}^N \left[ b^{(D-2)n} \sin \left[ 2\pi s b^n \left[ \left( k - \frac{K+1}{2} \right) \sin(\alpha v) + \left( m - \frac{K+1}{2} \right) \cos(\alpha v) \right] + \psi_n + \psi_v \right] \right] \right] + A. \quad (1)$$

Здесь  $W_{k,m}$  — амплитуда поля,  $k, m$  — дискретные поперечные координаты ( $0 \leq k, m \leq K$ ).  $\sigma$  — стан-

дартное отклонение амплитуды от среднего значения,  $N$  — количество гармоник,  $V$  — количество азимутальных парциальных волн,  $n$  — номер гармоники,  $v$  — индекс азимутальной волны,  $\alpha$  — элементарный азимутальный угол поворота,  $D$  — фрактальная размерность,  $b$  — параметр скейлинга,  $s$  — масштабирующий параметр,  $\psi_n, \psi_v$  — случайные фазы,  $A$  — компонента

\* np5012@yandex.ru

† pvkorolenko@rambler.ru

‡ tulapinfilipp@gmail.com

с однородным распределением амплитуды поля.

Для задаваемых преподавателем параметров функции Вейерштрасса студент должен определить следующие характеристики оптического изображения: фурье-спектр, гистограмму распределения интенсивности, автокорреляционную и структурную функции, фрактальную размерность распределения интенсивности. Расчеты должны быть проведены в вычислительном пакете MathCad с использованием алгоритмов [11].

Имплементация формулы (1) позволяла получать спекловое поле при задании случайных величин  $\psi_n$  и  $\psi_n$ . Соответствующие ему фурье (пространственный) спектр и гистограмма показаны на рис. 1.

Для каждого варианта набора параметров изначальной структуры, предлагаемого преподавателем, студент должен построить ее пространственный спектр. Построение осуществляется с помощью стандартной процедуры быстрого преобразования Фурье. Пример структуры пространственного спектра, состоящей из системы концентрических окружностей, приведен на рис. 1, б. Студент должен зафиксировать и объяснить наличие скейлинга в структурных элементах графического представления спектра (на приведенном рисунке соотношение радиусов окружностей равно двум, что соответствует величине параметра скейлинга  $b = 2$  в формуле (1)).

В процессе тестирования задачи было обнаружено, что предложенный способ моделирования спекловых полей позволяет осуществлять важную для многих приложений процедуру изменения статистики распределения интенсивности. При нулевом значении величины  $A$  в формуле (1) статистика релеевская (кривая 1 на рис. 1, б), а при  $A > 0$  статистика приобретает нерелеевский вид (кривая 2 на рис. 1, б). Этот факт иллюстрирует рис. 2, в.

При выполнении этой части задачи обязательным является расчет автокорреляционной функции спеклового изображения. Он выполнялся с помощью алгоритма, предложенного в [11]. Оценка ширины автокорреляционной функции на полувысоте от максимума позволяет определить средний размер спеклов.

В отличие от других известных подходов к изучению спекловых изображений методическое обеспечение данной задачи предполагает определение их фрактальной размерности на основе анализа поведения структурной функции. Для нее использовалось следующее выражение:

$$C_n = \frac{1}{(K - 2^{2n})} \sum_{k=0}^{K-2^n} \sum_{m=0}^{K-2^n} |B_{k+2^n, m} - B_{k, m+2^n}|. \quad (2)$$

Здесь  $B$  — интенсивность,  $K$  — размер рабочего поля,  $n = 0, \dots, 3$ . По углу наклона графика этой функции, построенного в двойном логарифмическом масштабе, определяется сначала параметр Херста  $H$ , а затем из соотношения  $D = 2 - H$  — фрактальная размерность  $D$ . Студент должен убедиться, что, несмотря на значительный разброс задаваемых параметров генерируемые

спекловые изображения обладают фрактальными признаками.

Таким образом, в ходе моделирования учащийся должен был освоить навыки получения пространственных спектров моделируемого излучения, распределение плотности вероятности структуры автокорреляционной и структурной функций. Особое внимание студент должен был уделять методу расчета фрактальной размерности. В данной задаче фрактальная размерность определяется по поведению структурной функции, представленной в двойном логарифмическом масштабе.

## 2. ПОЛУЧЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Во второй части учащийся должен был собрать на базе учебной кафедральной установки оптическую систему, позволяющую с использованием лазера фиксировать на экране распределение спеклов, формирующихся в результате рассеяния излучения на неоднородной фазовой пластине. При сборе оптической системы студент должен установить, как зависят от геометрии расположения оптических элементов размеры спеклов. Зарегистрированная с помощью ССД камеры картина распределения интенсивности передавалась в компьютер. В нём экспериментальные данные обрабатывались с помощью программы, которая использовалась и при моделировании. При этом использовались возможности вычислительного пакета MathCAD. Это позволяло студентам наглядно убедиться в справедливости численных моделей, используемых для создания модельных спеклов. Особенность используемой в эксперименте оптической системы состояла в том, что она позволяла путём внесения в исследуемый пучок некогерентной компоненты качественно менять статистику спеклового изображения. У студентов была возможность наблюдать переход от релеевской статистики к нерелеевской, можно было убедиться, что существует возможность контролируемых изменений статистических характеристик двумерных структур.

Некоторые характеристики зарегистрированного в эксперименте спекл-поля приведены на рис. 2. Из-за большого динамического диапазона изменения интенсивности для наглядности распределение интенсивности на рис. 2а приведено в логарифмическом масштабе. Структура автокорреляционной функции (рис. 2б) показала высокую чувствительность к изменению среднего размера спеклов. Анализ структурной функции распределения интенсивности показал, что, как и в случае численного моделирования, регистрируемые в эксперименте спекловые структуры обладают фрактальными свойствами.

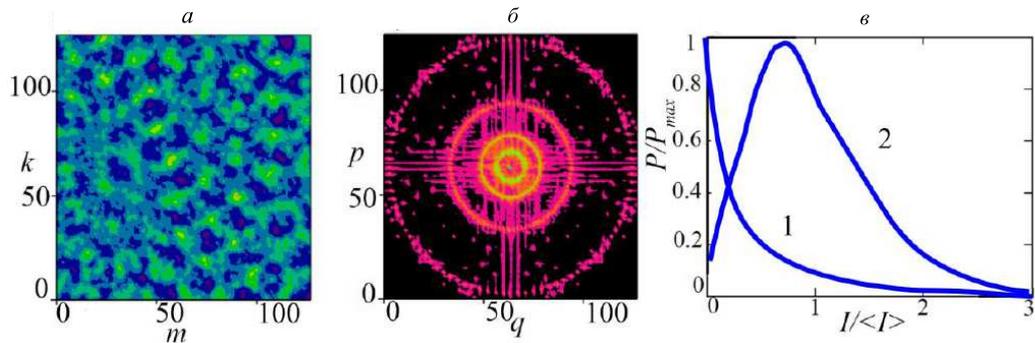


Рис. 1. Характеристики спеклоподобного поля: *а* — характерное распределение интенсивности, *б* — характерная структура пространственного спектра ( $p, q$  — пространственные частоты), *в* — аппроксимированные гистограммы распределения интенсивности (1, 2 — релеевская и нерелеевская статистики соответственно). По оси абсцисс — интенсивность, нормированная на среднее значение интенсивности, а по оси ординат — количество регистраций значения интенсивности, нормированное на количество регистраций той интенсивности, у которой обнаружилось максимальное количество регистраций

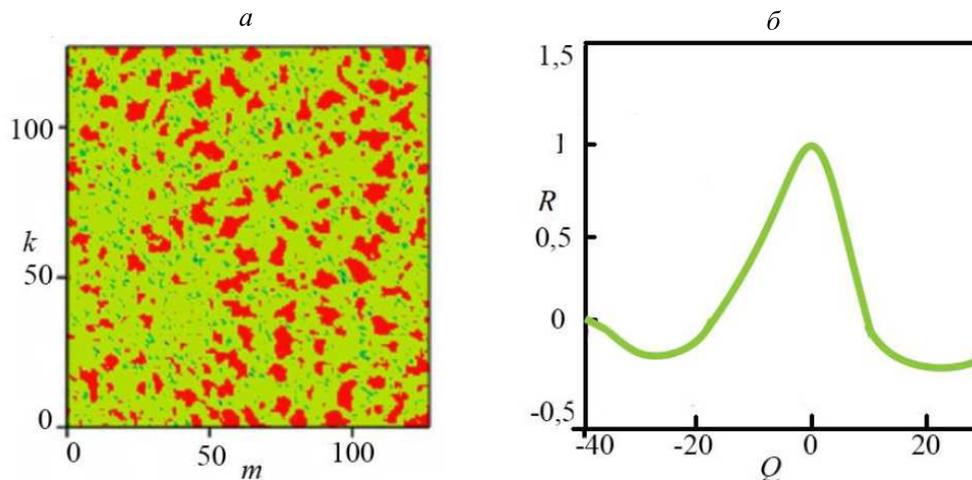


Рис. 2. Характеристики спекл-изображений: *а*) — характерное распределение интенсивности в логарифмическом масштабе, *б*) — аппроксимированная автокорреляционная функция ( $Q$  - разностная координата)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тестирование описанной в данной работе задачи студентами кафедры показало, что ее выполнение позволяет дополнительно закрепить материал спецкурсов, в которых излагаются вопросы статистической, фрактальной и когерентной оптики. Требуемое для ее вы-

полнения сочетание навыков численного моделирования и приемов экспериментального исследования дает возможность усовершенствовать процесс подготовки специалистов-оптиков на кафедре.

Авторы выражают благодарность старшему научному сотруднику кафедры оптики Зотову Алексею Михайловичу за вклад в создание необходимого программного обеспечения.

- [1] Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Статистическая радиофизика и оптика. М.: Физматлит, 2010.
- [2] Гудмен Дж. Статистическая оптика. М.: Мир, 1988.
- [3] Короленко П.В., Маганова М.С. Основы статистических методов в оптике. Учебное пособие. Университетская книга. М., 2010.
- [4] Вохник О.М., Зотов А.М., Короленко П.В., Рыжикова Ю.В. Моделирование и обработка стохастических сиг-

- налов и структур. МГУ. М., 2013.
- [5] Короленко П.В. Оптика когерентного излучения. МГУ. М., 1993.
- [6] Kuplicki K., Chan K.W.C. // Optics Express. **24**, N 23. 26766. (2016).
- [7] Gateau J., Chaigne T., Katz O. et al. // Opt. Lett. **38**. 5188. (2013).
- [8] Bender N., Sun M., Yilmaz H. et al. // Optica. **8**, N 2.

122. (2021).  
[9] *Liu R., Qing B., Zhao S. et al.* // Phys. Rev. Lett. **127**. 180601. (2021).  
[10] *Зотов А.М., Короленко П.В.* Сборник материалов конференции ARMIMP. 2022. С. 51.  
[11] *Алтынов А.Е., Грузинов В.С., Мишин И.В.* Статистический анализ аэрокосмических изображений. М.: МИИГАиК, 2015.

## The study of the properties of speckle-like light fields within the educational modules of the Department of Optics, Spectroscopy and Physics of Nanosystems

**N.N. Pavlov<sup>a</sup>, P.V. Korolenko<sup>b</sup>, F.A. Tulapin<sup>c</sup>**

*Department of Optics, Spectroscopy and Physics of Nanosystems, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University  
Moscow 119991, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>np5012@yandex.ru, <sup>b</sup>pvkorolenko@rambler.ru, <sup>c</sup>tulapinfilipp@gmail.com*

The features of the implementation of the educational module on statistical optics are considered, taking into account the development of new scientific areas, special attention is paid to the urgent task of updating and expanding methodological materials devoted to the study of speckle structures with Rayleigh and non-Rayleigh statistics. A description is given of a new problem in a special optical workshop created for the experimental study of the properties of speckle-like light fields.

PACS: 42.15.-i, 42.25.Fx, 42.25.Hz, 01.30.-y

*Keywords:* optics, coherent optics, lasers, interference, statistical physics, speckles, Rayleigh speckles, non-Rayleigh speckles, Fourier transform, spatial spectrum, fractal, scaling, singularity.

*Received 26 May 2023.*

### Сведения об авторах

1. Павлов Николай Николаевич — инженер; e-mail: np5012@yandex.ru.
2. Короленко Павел Васильевич — доктор физ.-мат. наук, профессор; e-mail: pvkorolenko@rambler.ru.
3. Тулапин Филипп Андреевич — студент; e-mail: tulapinfilipp@gmail.com.