

Оптическая бистабильность в системе широкоапертурного полупроводникового лазераЕ.А. Ярунова^{1,2,*}, А.А. Кренц^{1,2,†}, Н.Е. Молевич^{1,2‡}¹Самарский университет им. С.П. Королёва, кафедра физики
Россия, 443086, Самара, Московское шоссе, д. 34²Самарский филиал Физического института им. П.Н. Лебедева РАН
Россия, 443011, Самара, ул. Ново-Садовая, д. 221

(Поступила в редакцию 30.05.2023; подписана в печать 28.07.2023)

В работе рассматривается широкоапертурный поверхностно-излучающий лазер с вертикальным резонатором (VCSEL), управляемый внешним оптическим излучением, что обеспечивает наличие оптической бистабильности в системе. Исследуется устойчивость пространственно-однородного приосевого режима лазерной генерации. Взаимодействие большого числа поперечных мод приводит к модуляционной неустойчивости, в результате чего могут формироваться пространственные паттерны, солитоны и нерегулярная динамика. Исследуется условия существования бистабильных режимов на фоне модуляционной неустойчивости. Построена кривая однородного стационарного решения и показана корреляция между ее бистабильностью и наличием неустойчивостей. Система дифференциальных уравнений решалась численно, для подтверждения эффекта переключения между стационарными значениями в бистабильной области. Получено, что рост значения фактора Генри увеличивает области модуляционной неустойчивости и неустойчивости плоской волны, которая также может реализовываться в данной системе.

PACS: 42.55.-f.

УДК: 535.374:621.375.8

Ключевые слова: VCSEL, оптическая инжекция, модуляционная неустойчивость, оптическая бистабильность.

ВВЕДЕНИЕ

Поверхностно-излучающие лазеры с вертикальным резонатором (VCSEL) имеют широкую область применений, а также активно используются для высокоскоростной передачи данных. Это обусловлено рядом неотъемлемых преимуществ VCSEL: миниатюрность, низкий пороговый ток генерации, монолитное изготовление [1–3], а также круглое сечение, обеспечивающих высокоэффективное волоконное соединение. Кроме того, VCSEL востребованы как элементы сенсорных систем распознавания жестов или лиц [3]. Несмотря на ряд вышеупомянутых преимуществ, подобные лазеры обладают и недостатками. Длина резонатора VCSEL составляет порядка длины волны, что намного меньше, чем у лазеров с краевым излучением, что дает существенные отличия в производительности устройств. Один из способов увеличения выходной мощности — это увеличение ширины апертуры. На динамику лазеров, у которых поперечная апертура гораздо больше продольной, оказывают сильное влияние пространственно-временные неустойчивости. Известно, что для динамики широкоапертурных лазеров класса В характерна волновая неустойчивость, приводящая к филаментации излучения [4–6]. В этих же устройствах модуляция параметра тока накачки вызывает параметрическую неустойчивость (неустойчивость Фарадея) и в результате может приводить к формированию пространственно-временных структур

[7, 8]. Для VCSEL причиной пространственно-временной нерегулярной динамики является модуляционная неустойчивость [9, 10]. Кроме того, данный тип неустойчивости является основой для формирования различных пространственных структур (паттернов) [11, 12]. Для использования широкоапертурных лазеров в качестве мощных компактных источников излучения необходимо подавлять перечисленные пространственно-временные неустойчивости.

Существует большое разнообразие методов для стабилизации лазерного излучения [13–18]. Известно, что метод внешней оптической инжекции является эффективным методом стабилизации пространственно-временной динамики [5, 6, 8, 19]. В работе [8] было показано, что дополнительное внешнее оптическое излучение малой амплитуды позволяет подавить как волновую, так и параметрическую неустойчивости. При этом внешнее инжектируемое оптическое излучение не обязано быть в строгом резонансе с генерируемым излучением и наличие небольшой частотной отстройки не разрушает эффект стабилизации [20, 21]. В тоже время, непрерывное внешнее оптическое излучение может выполнять роль управляющего входного параметра и приводить к оптической бистабильности в системе [22–24]. Данный эффект также известен как гистерезис по интенсивности. Наличие оптической бистабильности и гистерезиса означает, что такое устройство может быть использовано как ячейка памяти, а также для оптической обработки информации и оптических параллельных вычислений. Большой интерес представляет формирование в системах с бистабильностью диссипативных оптических солитонов, что может быть полезно в различных практических приложениях. Было обнаружено, что диссипативные солитоны могут существовать в условиях бистабильности, в отсутствии

* elisabetayarunova@yandex.ru

† krenz86@mail.ru

‡ nonna.molevich@mail.ru

модуляционной неустойчивости, но также и при ее наличии [25].

Цель данного исследования рассмотреть возможности управления динамикой такого устройства с помощью внешнего дополнительного излучения. В частности, продемонстрированы возможности создания бистабильных режимов, а также изучено влияние фактора Генри на оптическую бистабильность на фоне модуляционной неустойчивости. Статья организована следующим образом. В первом разделе представлена математическая модель, описывающая VCSEL с дополнительным внешним оптическим излучением. Во втором разделе проводится линейный анализ устойчивости системы, позволяющий исследовать модуляционную неустойчивость. В последних двух разделах проводится численное моделирование системы и исследуется влияние такого параметра, как фактор Генри, на область устойчивых стационарных значений.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Динамика широкопертурного полупроводникового лазера с вертикальным резонатором может быть описана моделью, представленной в работах [10, 26].

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial t} = -[1 + i\theta + 2C(i\alpha - 1)(N - 1)]E + i\Delta_{\perp}E + E_{inj}, \\ \frac{\partial N}{\partial t} = -\gamma[N - I + |E|^2(N - 1)] + \gamma d\Delta_{\perp}N, \end{cases} \quad (1)$$

где E, N — безразмерные огибающие электрического поля и инверсии населённости, соответственно, θ — частотная отстройка резонатора. Величина $\gamma = \tau_p/\tau_n$, где τ_n — скорость релаксации инверсии населенности. Время t обезразмерено на время жизни фотона в резонаторе $\tau_p = 2L/vT$ [26], где T — коэффициент пропускания зеркал, $v = c/n$, а n — коэффициент преломления среды, L — длина полости резонатора. Пространственные координаты (x, y) обезразмерены на \sqrt{a} , $a = L\lambda_0/2\pi T$, где λ_0 — длина волны центральной линии излучения. В уравнениях (1) C — параметр, который определяется коэффициентом усиления лазера и скоростью релаксации фотонов. Δ_{\perp} — двумерный поперечный Лапласиан, используемый для описания дифракции излучения и диффузии носителей в поперечном направлении. Ток накачки I генерирует носители внутри активной области, $d = l_D^2/a$ — безразмерный коэффициент диффузии, где l_D — характерная длина диффузии. Параметр α является важной характеристикой полупроводниковых сред и известен в литературе как фактор Генри [27]. В данной работе рассмотрен случай $\alpha + \theta \neq 0$. В качестве базовых параметров системы в данной работе были выбраны параметры, соответствующие лазеру класса В: $\theta = -1.5$, $\alpha = 5$, $C = 0.6$, $d = 0.052$, $I = 1.85$, $\gamma = 0.1$ [26, 28].

2. СТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ ЛАЗЕРНОЙ ГЕНЕРАЦИИ И ЛИНЕЙНЫЙ АНАЛИЗ ЕГО УСТОЙЧИВОСТИ

2.1. Пространственно-однородное стационарное решение

Исследуем устойчивость однородного стационарного режима лазерной генерации. Установив равными нулю производные по времени и оператор Лапласа, получаем однородное стационарное решение системы уравнений в виде:

$$|E_{inj}|^2 = |E_s|^2 \left[\left(\theta + 2C\alpha \left(\frac{I + |E_s|^2}{|E_s|^2 + 1} - 1 \right) \right)^2 + \left(1 - 2C \left(\frac{I + |E_s|^2}{|E_s|^2 + 1} - 1 \right) \right)^2 \right], \quad (2)$$

$$N_s = I + |E_s|^2 / (|E_s|^2 + 1). \quad (3)$$

Полученную передаточную функцию (2) будем называть S-кривой — она определяет зависимость модуля амплитуды внешнего излучения $|E_{inj}|$ от модуля стационарных значений $|E_s|$ (сплошная кривая на рис. 1). В отсутствие внешнего излучения $|E_{inj}| = 0$ лазерная генерация не происходит $|E_s| = 0$. В случае постепенного увеличения амплитуды внешнего оптического излучения E_{inj} от нулевого значения осуществляется «движение» по нижней ветви передаточной функции до точки поворота $E_s = |E_s^1|$, для которой $dE_s/dE_{inj} = \infty$, что показано пунктирной кривой на рис. 1. При дальнейшем возрастании E_{inj} происходит резкий скачок с нижней ветви на более высокую. Если же постепенно уменьшать значение E_{inj} , начиная с высоких значений, то переключение на нижнюю ветвь осуществляется при достижении другой точки поворота $E_s = |E_s^2|$.

На рис. 1 хорошо видно, что кривая однородного стационарного решения (2) бистабильна. Кроме того можно получить область стационарных значений, удовлетворяющих бистабильным режимам в зависимости от частотной отстройки θ (рис. 2).

2.2. Дисперсионное уравнение

Линейная устойчивость однородного стационарного решения (2) и (3) анализируется путем изучения реакции системы на малые возмущения вблизи стационарных значений. Установим

$$\begin{cases} E = E_s + \delta E_s \exp(\lambda t + i(q_x x + q_y y)), \\ E^* = E_s^* + \delta E_s^* \exp(\lambda t + i(q_x x + q_y y)), \\ N = N_s + \delta N_s \exp(\lambda t + i(q_x x + q_y y)), \end{cases} \quad (4)$$

где $\delta E_s, \delta N_s$ — малые возмущения соответствующих величин, а \mathbf{q} — двумерный волновой вектор возмущения с проекциями (q_x, q_y) . Подставляя выражения

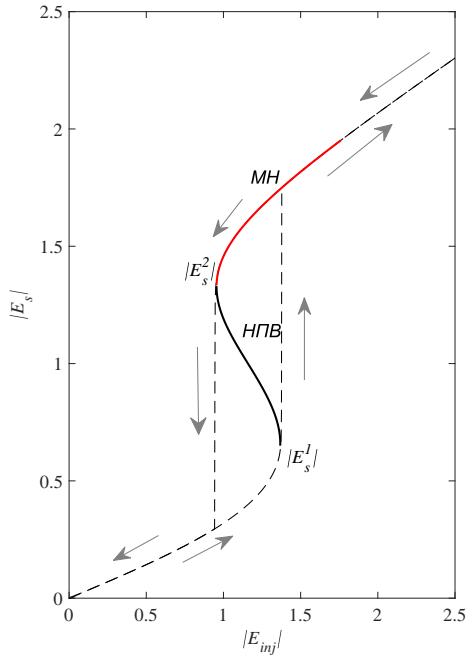


Рис. 1. Кривая однородного стационарного решения (2)

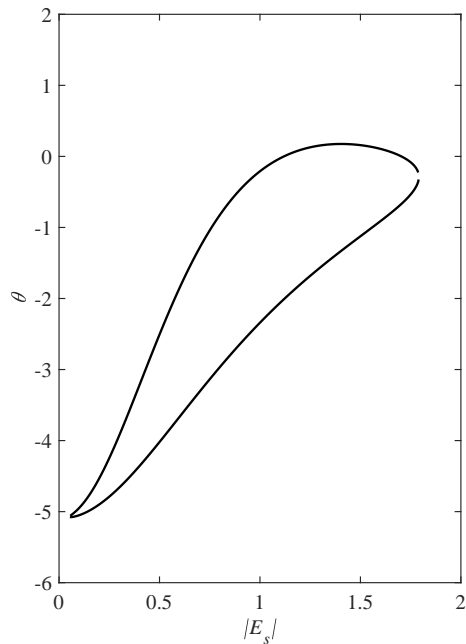


Рис. 2. Область бистабильности в пространстве $(\theta, |E_s|)$

(4) в систему (1), получим следующее дисперсионное уравнение

$$\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0. \tag{5}$$

Полученное дисперсионное уравнение (5) является кубическим и может иметь как действительные, так и комплексно-сопряженные корни. Виды неустойчивостей, развивающихся в системе, определяются типом и поведением корней дисперсионного уравнения (5).

2.3. Модуляционная неустойчивость

При выбранных ранее параметрах в системе (1) реализуется неустойчивость Тьюринга, которая определяется действительным корнем дисперсионного уравнения. Это означает, что существует диапазон неустойчивых волновых чисел q , для которых действительный корень дисперсионного уравнения (5) неотрицательный и определяет инкремент нарастания малых возмущений. Тогда могут существовать такие волновые числа, для которых действительный корень дисперсионного уравнения обращается в ноль $\lambda = 0$. Данное предположение позволяет определить границу неустойчивости, которая определяется обращением в ноль свободного члена дисперсионного уравнения (5), то есть выражением $a_3 = 0$ (рис. 3).

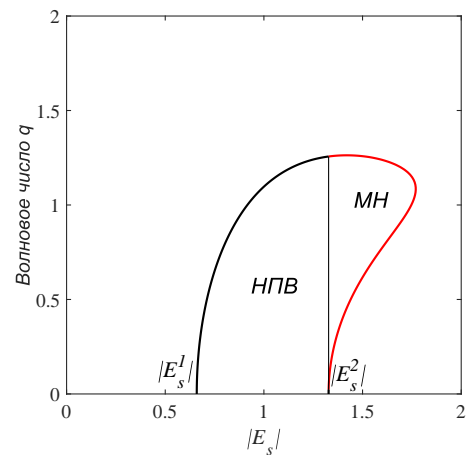


Рис. 3. Область неустойчивости Тьюринга

По критерию Рауса–Гурвица область неустойчивости Тьюринга находится внутри языка кривой (рис. 3). Данный тип неустойчивости может подразделяться на два подвида: неустойчивость плоской волны (НПВ) и модуляционная неустойчивость (МН), соответствующие различному поведению дисперсионной кривой. МН ограничена на рис. 3 красной кривой. Пересечение области неустойчивости Тьюринга с осью $q = 0$ определяет стационарные значения, которые неустойчивы к возмущениям плоской волны, и данная область ограничена на рис. 3 черной кривой. Предельные стационарные значения для НПВ соответствуют точкам поворота $|E_s^1|$ и $|E_s^2|$ на бистабильной S-кривой (рис. 1).

Если найти производную $\partial |E_{inj}|^2 / \partial |E_s|^2$, то для стационаров из области НПВ указанная производная всегда будет отрицательна. Таким образом, область НПВ существует только тогда, когда S-кривая имеет отрицательный наклон (соответствующая часть кривой выделена на рис. 1 черным цветом). Можно сделать вывод, что однородные стационарные значения из области НПВ физически не могут быть реализованы в системе. Это связано с «перепрыгиванием» системы

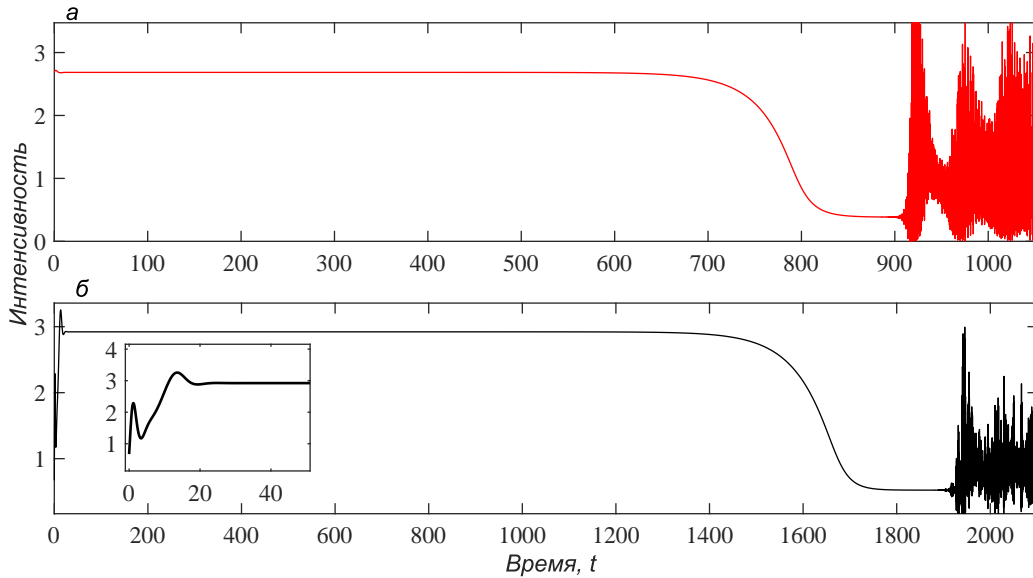


Рис. 4. Динамика временной зависимости интенсивности для областей *a* — МН, *б* — НПВ

с нижней ветви на верхнюю и наоборот при достижении точек поворота. Для подтверждения данного вывода система (1) решалась численно.

3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ В БИСТАБИЛЬНОМ ЦИКЛЕ

Для численного решения системы уравнений (1) мы использовали неявную схему Кранка–Николсона с периодическими граничными условиями.

Выберем в качестве начального условия $|E_s| = 1.63$, то есть стационарное значение из области МН (рис. 3) с добавлением шума малой амплитуды. Получена зависимость интенсивности от времени, показанная на рис. 4, *a*, где хорошо видно, что нерегулярная динамика постепенно развивается от выбранного неустойчивого стационарного значения с интенсивностью $|E_s|^2 = 2.65$.

Для сравнения была получена зависимость интенсивности от времени для стационарного значения из НПВ $|E_s| = 0.82$ (рис. 3). На рис. 4, *б* хорошо видно, происходит сначала «переключение» с интенсивности $|E_s|^2 = 0.67$ в точку верхней ветви S-кривой, соответствующей стационару $|E_s| = 1.63$, а потом динамика развивается аналогично рис. 4, *a*.

4. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ФАКТОРА ГЕНРИ

Основной интерес представляет исследование модуляционной неустойчивости, так как она может приводить к появлению различных паттернов и оптических солитонов. Поэтому необходимо идентифицировать именно те области в пространстве параметров, где

может развиваться модуляционная неустойчивость.

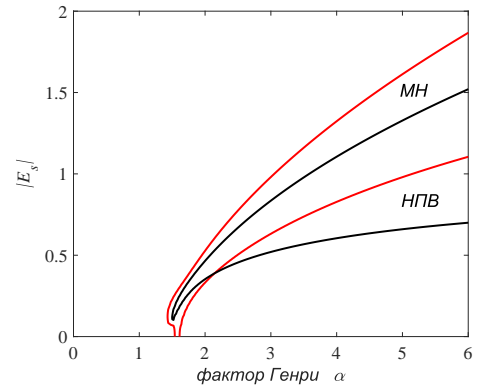


Рис. 5. Области НПВ и МН в пространстве $(\alpha, |E_s|)$

На рис. 5 построена область МН в плоскости $(\alpha, |E_s|)$ и ограничена кривой красного цвета. Накладывая условие $q = 0$ на дисперсионное уравнение (5), можно определить границу НПВ, которая ограничена на рис. 5 кривой черного цвета. Видно, что с ростом фактора Генри области неустойчивостей увеличиваются. Кроме того заметно, что для положительных значений фактора Генри всегда будут существовать оба типа неустойчивостей: как модуляционная, так и плоской волны. Это означает, что кривая однородного стационарного решения всегда будет бистабильной для выбранных параметров системы. В случае реализации только модуляционной неустойчивости кривая однородного стационарного решения представляет собой монотонную функцию.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассматривается широкоапертурный поверхностно-излучающий лазер с вертикальным резонатором, управляемый дополнительным внешним оптическим излучением. Проведен линейный анализ устойчивости и показано, что в системе существует два типа неустойчивостей: модуляционная неустойчивость и неустойчивость плоской волны. Внешнее оптическое излучение создает гистерезис по интенсивности. Точки поворота кривой однородного стационарного решения всегда соответствуют границам неустойчивости плоской волны. Построенная бифуркационная диаграмма в пространстве

однородных стационарных значений поля и значений фактора Генри демонстрирует, что для выбранных параметров системы всегда будут существовать оба типа неустойчивостей. Это означает, что при введении в систему внешнего оптического излучения, всегда будет наблюдаться петля гистерезиса по интенсивности при выбранных параметрах системы. Рост значения фактора Генри увеличивает диапазон неустойчивых стационарных значений, что увеличивает величину амплитуды оптической инжекции необходимой для получения стабильной генерации.

Работа частично поддержана Министерством науки и высшего образования (проекты № FSSS-2023-0009).

- [1] Cheng H.-T., Yang Y.-C., Liu T.-H., Wu C.-H. // *Photonics*. 2022. **9**, N 2. P. 107.
- [2] Cheng C.-H., Lo W.-C., Su B., Wu C.-H., Lin G.-R. // *IEEE Photonics J.* 2021. **13**, N 5. P. 1–13.
- [3] Liu A., Wolf P., Lott J., Bimberg D. // *Photonics Res.* 2019. **7**, N 2. P. 121–136.
- [4] Pakhomov A. V., Molevich N. E., Krents A. A., Anchikov D. A. // *Opt. Commun.* 2016. **372**. P. 14–21.
- [5] Anchikov D.A., Krents A. A., Molevich N. E., Pakhomov A. V. // *Computer Optics*. **40**, N 1. P. 31–35.
- [6] Pakhomov A. V., Arkhipov R.M., Molevich N. E. // *J. Opt. Soc. Am. B.* 2017. **34**, N 4. P. 756.
- [7] Krents A. A., Molevich N. E., Anchikov D. A. // *J. Opt. Soc. Am. B.* 2017. **34**, N 8. P. 1733.
- [8] Yarunova E.A., Krents A.A., Molevich N.E. // *Radiophys. Quantum Electron.* 2021. **64**, N 4. P. 290–299.
- [9] Medina J., Ahmed W.W., Kumar S., Botey M., Herrero R., Staliunas K. // *IEEE 20th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON)*. 2018.
- [10] Ahmed W.W., Kumar S., Herrero R., Botey M., Radziunas M., Staliunas K. // *Nonlinear Optics and its Applications IV*. SPIE. 2016. **9894**. P. 989406.
- [11] Perego A.M., Tarasov N., Churkin D. V., Turitsyn S. K., Staliunas K. // *Phys. Rev. Lett.* 2016. **116**, N 2. P. 028701.
- [12] Michaelis D., Peschel U., Lederer F. // *Phys. Rev. A* 1997. **56**, N 5. P. R3366.
- [13] Kim K., Bittner S., Jin Y., Zeng Y., S. Guazzotti S., Hess O., Wang Q. J., Cao H. // *APL Photonics*. 2022. **7**, N 5. P. 056106.
- [14] Herrero R., Botey M., Radziunas M., Staliunas K. // *Opt. Lett.* 2012. **37**, N 24. P. 5253.
- [15] Tachikawa T., Takimoto S., Shogenji R., Ohtsubo J. // *Quantum Electronics*. 2010. **46**. P. 140–149.
- [16] Simmendinger C., Hess O. // *Proc. SPIE. Physics and Simulation of Optoelectronic Devices VI*. 1999. **3625**.
- [17] Bittner S., Kim K., Zeng Y., Wang J., Cao H. // *New J. Phys.* 2020. **22**. P. 083002.
- [18] Kim K., Bittner S., Jin Y., Zeng Y., Wang J., Cao H. // *Optics Letters*. 2023. **48**, N 3. P. 574–577.
- [19] Takimoto S., Tachikawa T., Shogenji R., Ohtsubo J. // *IEEE Photonics Technology Letters*. 2009. **21**, N 15. P. 1051–1053.
- [20] Yarunova E.A., Krents A. A., Anchikov D. A., Molevich N. E. // *Bull. Lebedev Phys. Inst.* 2021. **48**, N 2. P. 55–58.
- [21] Yarunova E.A., Krents A. A., Anchikov D. A., Molevich N. E. // *Bull. Lebedev Phys. Inst.* 2019. **46**, N 4. P. 130–132.
- [22] Coen S., Haelterman M. // *Opt. Lett.* 1999. **24**, N 2. P. 80–82.
- [23] Sfez B.G., Kuszelewicz R., Oudar J.L. // *Opt Lett.* 1991. **16**, N 11. P. 855–857.
- [24] Haldar R., Roy A., Mondal P., Mishra V., Varshney S. K. // *Phys. Rev. A*. 2019. **99**, N 3. P. 033848.
- [25] Rozanov N.N. // *Opt Spectrosc.* 2004. **96**, N 4. P. 569–574.
- [26] Ahmed W.W., Kumar S., Herrero R., Botey M., Radziunas M., Staliunas K. // *Phys Rev A*. 2015. **92**, N 4. P. 043829.
- [27] Henry C. // *IEEE J Quantum Electron.* 1982. **18**, N 2. P. 259–264.
- [28] Brambilla M., Lugiato L. A., Prati F., Spinelli L., Firth W. J. // *Phys. Rev. Lett.* 1997. **79**, N 11. P. 2042.

Optical bistability in a broad-area semiconductor laser system

E.A. Yarunova^{1,2,a}, A.A. Krents^{1,2,b}, N.E. Molevich^{1,2,c}¹Department of Physics, Samara National Research University. Samara 443086, Russia²Department of Theoretical Physics, Lebedev Physical Institute. Samara 443011, Russia
E-mail: ^aelisabetayarunova@yandex.ru, ^bkrenz86@mail.ru, ^cnonna.molevich@mail.ru

This paper considers a broad-area surface-emitting laser with a vertical resonator (VCSEL) controlled by external optical radiation, which provides the presence of optical bistability in the system. The stability of the spatially homogeneous near-axis mode of laser generation is investigated. Interaction of a large number of transverse modes

leads to modulation instability, as a result of which spatial patterns, solitons and irregular dynamics can be formed. Conditions for the existence of bistable modes on the background of modulation instability are investigated. A curve of a homogeneous stationary solution is constructed and the correlation between its bistability and the presence of instabilities is shown. The system of differential equations was solved numerically to confirm the effect of switching between the stationary values in the bistable region. It is obtained that the growth of the Henry factor value increases the areas of modulation instability and plane wave instability, which can also be realized in this system. PACS: 42.55.-f

Keywords: VCSEL, optical injection, modulation instability, optical bistability.

Received 30 May 2023.

Сведения об авторах

1. Ярунова Елизавета Андреевна — аспирант, мл. науч. сотрудник; e-mail: elisabetayarunova@yandex.ru.
2. Кренц Антон Анатольевич — канд. физ.-мат. наук, доцент, науч. сотрудник; e-mail: krenz86@mail.ru.
3. Молевич Нонна Евгеньевна — доктор физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотрудник/и.о. зав. теоретическим сектором СФ ФИАН; e-mail: nonna.molevich@mail.ru