

Метод декомпозиции в задаче акустического зондирования анизотропной структуры атмосферы

М.Н. Закиров*

Институт физики атмосферы имени А.М.Обухова Российской академии наук, Россия, 119017, Москва, Пыжевский пер., 3
(Поступила в редакцию 22.05.2023; подписана в печать 28.07.2023)

В работе представлен метод декомпозиции сигнала на составляющие известной формы в виде N - и U -волн, получаемых при частичном отражении инфразвука от тонких неоднородных слоев атмосферы. Предложена математическая модель сигнала как сумма пришедших волн с разными амплитудами и фазами, а также случайного шума. Показана полнота системы функций, состоящих из таких волн. Метод позволяет выделять из сигнала компоненты известной формы и определять их параметры. Предложенный метод может использоваться для поиска в сигнале компонент произвольной формы.

PACS: 94.20.Tt, 43.28.-g, 43.28.+h УДК: 534.4, 534.2

Ключевые слова: декомпозиция сигнала, морфологический анализ, инфразвук, ударные волны, стратификация, зондирование атмосферы.

ВВЕДЕНИЕ

Атмосфера представляет собой сложную динамическую, диссипативную и анизотропную среду. По своим акустическим свойствам атмосфера также является существенно неоднородной, подверженной влиянию множества внутренних и внешних факторов. Теория по распространению волновых процессов разработана очень хорошо [1–6], однако зачастую она наталкивается на ряд затруднений, связанных с неоднородностью среды и неопределенностью точных ее характеристик.

Традиционно для анализа распространения инфразвука на большие расстояния пользуются уравнениями типа Бюргерса [3]. Однако чтобы получить адекватную картину волнового поля, необходимо учитывать все факторы, влияющие на параметры сигнала. В настоящее время это является большой проблемой, не имеющей универсального решения.

За последние десятилетия выявлена тонкослоистая структура атмосферы [7] в виде долгоживущих и спорадически возникающих анизотропных неоднородностей с вертикальными масштабами от десятков метров до единиц километров. Особенно значительно данный эффект проявляется на высотах верхней атмосферы (20–130 км).

Данные тонкие слои эффективно рассеивают звук в зеркальном направлении относительно направления волны, падающий на слой, и благодаря этому акустическое поле проникает в так называемые зоны акустической тени на земной поверхности, где и обнаруживается экспериментально.

1. МОДЕЛЬ АКУСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА

Теоретически объяснено и экспериментально обнаружено [3, 8], что в процессе распространения инфразвуковых волн от взрывов сигнал приобретает особые формы, одна из которых называется N -волной:

$$N_w(t) = \begin{cases} -t, & |t| \leq w, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь w — это гиперпараметр, называемый полушириной волны. Другая форма волны, возникающая при отражении N -волны от слоев атмосферы, имеет форму U -волны. Фурье-образы N - и U -волн отличаются фазовым множителем $e^{\frac{i\pi}{2}}$. Фактически, U -волна является преобразованием Гильберта для N -волны. Графики волн показаны на рис. 1.

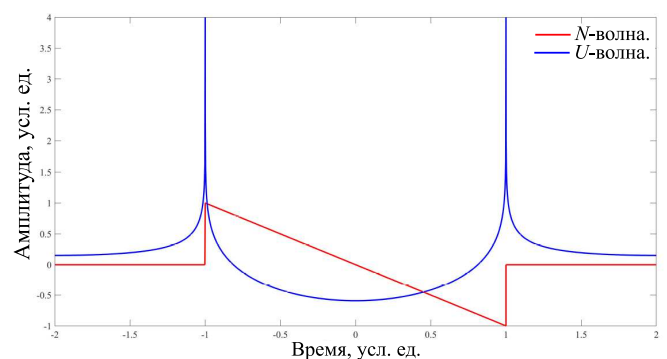


Рис. 1. Профили N - и U -волн

В настоящей работе зарегистрированный сигнал представляется суперпозицией этих двух волн с произвольными амплитудами и фазами. Зададим модель сигнала $\xi(t)$ в виде суперпозиции N - и U -волн и аддитивной шумовой погрешности $\nu(t)$:

* zakirov.mn16@physics.msu.ru

$$\xi(t) = \sum_{k=1}^K [a_k N_{w_k}(t - t_{0,k}) + b_k U_{w_k}(t - t_{0,k})] + \nu(t), \quad (2)$$

$t = t_1, \dots, t_N$. Число K является гиперпараметром модели. Задача декомпозиции заключается в оценке числа регистрируемых волн K , их амплитуд a_k , b_k и времен задержек $t_{0,k}$, $k = 1, \dots, K$.

Для решения задачи поиска в сигнале участков заданной формы можно воспользоваться методами морфологического анализа [9]. Для оценки времен прихода импульсов большой мощности, можно воспользоваться вейвлет-преобразованием [10].

При заданном K и гауссовой погрешности оценку параметров волн получим как оценку максимального правдоподобия, что приводит к задаче на минимум:

$$\inf_{w_1, \dots, w_K, t_{0,1}, \dots, t_{0,K}, a_1, \dots, a_K, b_1, \dots, b_K} \sum_{j=1}^N |\xi(t_j) - \sum_{k=1}^K [a_k N_{w_k}(t_j - t_{0,k}) + b_k U_{w_k}(t_j - t_{0,k})]|^2. \quad (3)$$

Данная задача является сугубо многомерной и ее решение вычислительно ресурсоемко, причем важно удачно выбрать начальное приближение. Опишем алгоритм, которым можно воспользоваться, чтобы найти приближенное решение.

2. ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА МИНИМИЗАЦИИ

Алгоритм состоит из двух частей — грубой оценки параметров методом решения системы уравнений для нахождения начального приближения и вычислительной более точной поправки путем процедуры нелинейной минимизации с ограничениями.

В качестве первого приближения положим все $w_k = w$, $k = 1, \dots, K$. Здесь предполагается, что все приходящие волны имеют примерно равную полуширину, так как порождены одним источником. Параметр w можно оценить, пользуясь его связью с частотой максимума Фурье-спектра N - и U -волны:

$$w \approx \frac{1}{3f_{\max}}. \quad (4)$$

Далее сведем (2) к решению системы уравнений относительно a_k и b_k , $k = 1, \dots, K$, для этого положим формально, что в каждый m -й момент времени может начинаться участок N - или U -волны ($m \geq 2$, чтобы число неизвестных коэффициентов не превышало длины сигнала N). Большая часть из этих коэффициентов окажется близки к нулю, а остальные будут начальным приближением для положений волн:

$$\xi = Ax. \quad (5)$$

Размерность ξ такая же, как длина сигнала, столбец x содержит неизвестные коэффициенты a_k и b_k , а матрица A составлена из значений N - и U -волн в соответствующие эквидистантные моменты времени. В первом и втором столбцах матрицы стоят значения волны, начинающиеся в первый момент времени, в следующей паре столбцов — волны, сдвинутые на m отсчетов по времени вправо и так далее.

Зависимость ранга матрицы A от ее размера при $m = 2$ показана на рис. 2. Видим, что с ростом длины сигнала ранг матрицы линейно растет, следовательно, построенная таким образом система функций, составленная из N - и U -волн, полна в том смысле, что любой вектор (сигнал) произвольной размерности N можно представить в виде линейной комбинации этих волн, взяв достаточное их число.

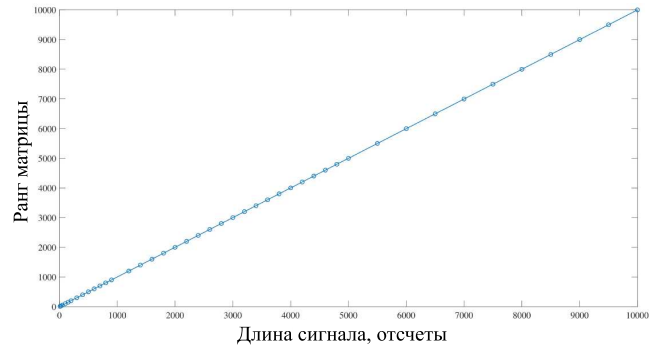


Рис. 2. Зависимость ранга матрицы A от размерности сигнала

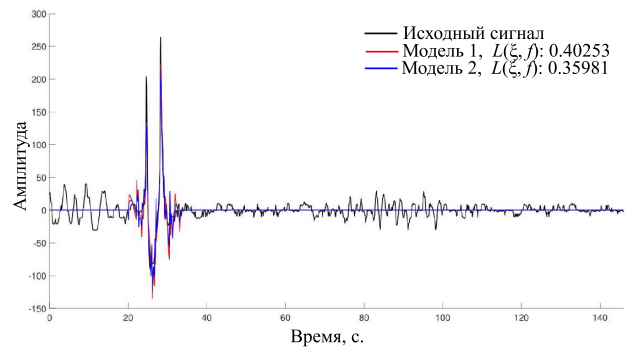


Рис. 3. Исходный сигнал и его аппроксимация двумя моделями

Наконец, решив систему уравнений (5), возьмем позиции только K пар волн с наибольшей амплитудой, например из условия, что квадрат амплитуды $a_k^2 + b_k^2$ превышает некоторый порог, и подадим найденные все значения параметров в качестве начального приближения процедуре нелинейной минимизации, ограничив диапазон значений, на который могут измениться аргументы w_k , $t_{0,k}$, a_k , b_k . Такой подход позволяет точнее оценить значения параметров, сэкономив на вычислениях.

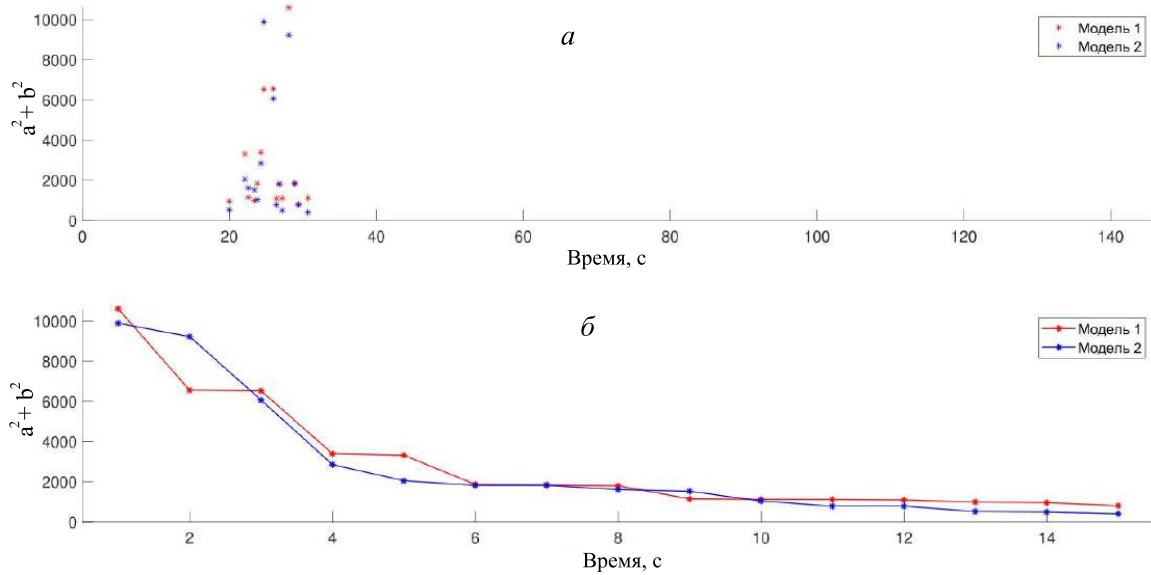


Рис. 4. *а* — Расположения волн и их амплитуды после декомпозиции сигнала; *б* — график отсортированных по убыванию амплитуды коэффициентов

Предложена функция L оценки качества декомпозиции на основе метрики RMSE (квадратный корень из квадратичного отклонения восстановленного сигнала f от исходного ξ). Для нормировки величина отклонения делится на норму исходного сигнала. Декомпозиция

представляет сигнал в виде конечного набора волн, поэтому область U , по которой вычисляется метрика, разумно выбрать в виде объединения областей, которые аппроксимируются волнами — а именно, окрестностью некоторой ширины вокруг центров волн:

$$L(\xi, f) = \frac{\sqrt{\int_{t \in U} (\xi(t) - \sum_{k=1}^K [a_k N_{w_k}(t - t_{0,k}) + b_k U_{w_k}(t - t_{0,k})])^2 dt}}{\sqrt{\int_{t \in U} \xi^2(t) dt}}. \tag{6}$$

$$U = \bigcup_{k=1}^K [t_{0,k} - 2w_k; t_{0,k} + 2w_k]. \tag{7}$$

3. ДЕКОМПОЗИЦИЯ АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

На рис. 3 показан результат работы алгоритма на примере сигнала, зарегистрированного в Цимлянске, амплитуда в условных единицах. Сигнал аппроксимировался $K = 15$ волнами. Видим крупный приход в области 20–40 с, метод подбирает параметры волн таким образом, чтобы восстановленный сигнал оказался как можно ближе к исходному. Красной кривой показан восстановленный сигнал с помощью решения уравнения (5), взяты K его решений с наибольшей амплитудой. Синяя кривая есть результат уточнения параметров волн с помощью процедуры нелинейной минимизации, где в качестве начального приближения выбраны параметры, полученные при решении (5). Видно, что после этого шага среднеквадратичная ошибка уменьшилась, при этом вычисления не потребовали больших ресурсов.

На рис. 4, *а*, показано распределение величины коэффициентов для каждой волны, каждая точка отражает положение и квадрат амплитуды волны. Видно, что расположение волн соответствует их позициям на рис. 3. Заметим, что большинство коэффициентов близки к нулю, то есть, число волн невелико. На рис. 4, *б*, показан график зависимости величины коэффициентов по их убыванию: видно, что есть небольшое число крупных приходов, которые заметно превышают остальные.

На рис. 5 показан пример декомпозиции другого сигнала. Виден приход в области 30–40 с. Метод минимизирует квадратичное отклонение, и в первую очередь аппроксимируются самые крупные волны. Так же видно, что в областях, где волн нет, сигнал аппроксимирован нулевым значением — это связано с предположением о нулевом среднем шумовой составляющей.

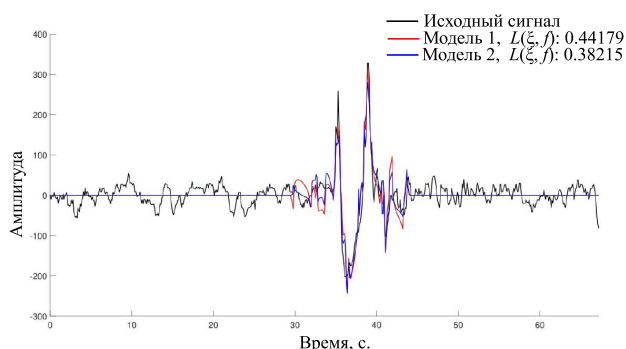


Рис. 5. Декомпозиция сигнала 15 парами волн

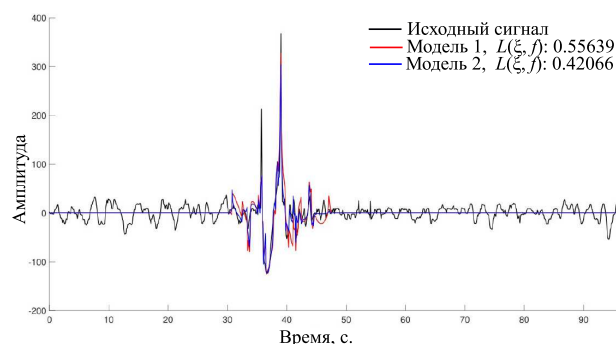


Рис. 6. Результат декомпозиции сигнала

На рис. 6 изображен результат декомпозиции еще одного сигнала. Видим, что первая модель находит достаточно похожую по форме огибающую, однако, уточнение решения с помощью второй модели дает дополнительный выигрыш по метрике качества декомпозиции.

Данные декомпозиции позволяют оценивать параметры сигнала, а также могут оказаться полезными для зондирования атмосферы — время задержки сигнала связано с высотой слоя, от которого произошло отражение, а амплитуда сигнала — интенсивность его отражения.

декомпозиция продемонстрирована на примере выделения из сигнала N - и U -волн, однако, гибкость алгоритма позволяет выбрать в качестве базовых функций сигналы произвольной формы. Сочетание методов решения системы уравнений и нелинейной минимизации функции многих переменных позволяет добиться высокой точности при небольших вычислительных затратах. Применение метода к реальным данным показало его высокую эффективность.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, метод позволяет выделять из сигнала компоненты известной формы. В настоящей работе

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-29-09044).

- [1] Чунчузов И.П., Куличков С.Н. Распространение инфразвуковых волн в анизотропной флуктуирующей атмосфере. М.: ГЕОС, 2020.
- [2] Виноградова М.Б., Руденко, О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979.
- [3] Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
- [4] Госсард Э., Хук У. Волны в атмосфере. М.: Мир, 1978.
- [5] Kulichkov S., Chunchuzov I., Bush G., Perpelkin V. // *Izvestiya. Atmospheric and Oceanic Physics*. **44**. 175. (2008).
- [6] Kurdyaeva Y., Kshevetskii S., Borchevskina O. et al. // *Annales Geophysicae*. **37**, N 3. 447. (2019).
- [7] Whiteway J.A., Carswell A.I. // *Journal of the Atmospheric Sciences*. **51**, 3122. (1994).
- [8] Чунчузов И.П., Куличков С.Н., Фирстов П.П. // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. **49**(3): 285. (2013).
- [9] Пытьев Ю.П., Чуличков А.И. Методы морфологического анализа изображений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.
- [10] Chulichkov, A.I., Tsybul'skaya, N.D., Zakirov, M.N. et al. // *Pure Appl. Geophys.* **179**. 4609. (2022).

Decomposition method in the problem of acoustic sounding of the anisotropic structure of the atmosphere

M.N. Zakirov

Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences
Moscow, 119017 Russia
E-mail: zakirov.mn16@physics.msu.ru

The paper presents a method for decomposing a signal into components of a known shape in the form of N - and U -waves obtained by partial reflection of infrasound from thin inhomogeneous layers of the atmosphere. A mathematical

model of the signal is proposed as the sum of incoming waves with different amplitudes and phases, as well as random noise. The completeness of the system of functions consisting of such waves is shown. The method allows to separate components of a known shape from the signal and determine their parameters. The proposed method can be used to search for components of arbitrary shape in the signal.

PACS: 94.20.Tt, 43.28.-g, 43.28.+h

Keywords: signal decomposition, morphological analysis, infrasound, shock waves, stratification, atmospheric sounding.

Received 22 May 2023.

Сведения об авторах

Закиров Марат Нафисович — мл. науч. сотрудник; e-mail: zakirov.mn16@physics.msu.ru.