# Численное решение задачи распада разрыва в случае частичного раскрытия перегородки между областями

Е.З. Бирюлин<sup>1,2</sup>,\* В.Ю. Цыбенко<sup>1,2</sup>,<sup>†</sup> И.М. Позняк<sup>1,2</sup>, И.А. Алябьев<sup>1,2</sup>, З.И. Новоселова<sup>1,2</sup>, Е.Д. Федулаев<sup>1,2‡</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт, кафедра плазменной энергетики

Россия, 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9

<sup>2</sup>АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ». Россия, 108840, г. Москва, г. Троицк, ул. Пушковых, вл. 12

(Поступила в редакцию 31.05.2023; подписана в печать 14.07.2023)

Численным методом получено решение задачи распада разрыва в случае неполного раскрытия перегородки между областями высокого и низкого давления газа в прямоугольном канале. Для верификации численной модели проведены эксперименты по измерению давления газового потока на стенде ударной трубы в ГНЦ РФ ТРИНИТИ. Продемонстрировано качественное и количественное соответствие расчетных зависимостей и экспериментальных данных.

РАСS: 47.40.Nm, 43.28.Mw, 43.35.Yb. 06.20.fb. УДК: 004.942, 53.087.92, 53.089.62. Ключевые слова: распад произвольного газодинамического разрыва, вычислительная газовая динамика, датчики давления, ударные волны, калибровка датчиков давления.

### введение

Один из методов калибровки датчиков давления заключается в воздействии импульса давления, изменяющегося во времени подобно функции Хевисайда в виде ступеньки с резким фронтом нарастания и плато постоянного уровня. С помощью такой калибровки по отклику на плато определяется чувствительность датчика. При этом быстрый рост давления на чувствительный элемент датчика возбуждает широкий спектр частот акустических колебаний в его конструкции. На практике это используется для определения резонансных свойств датчика.

Отклик датчика давления на воздействие является существенно нелинейным в спектральной области вблизи резонансной частоты и выше неё. В быстропротекающих процессах резкие перепады давления определяются составляющими в высокочастотной части спектра. Для их точного разрешения необходимо, чтобы резонансная частота датчика была достаточно высокой.

Измерение давления важно проводить при исследовании таких быстропротекающих процессов как: динамика пристеночной плазмы токамака и облучение материалов на установках с плазменными ускорителями [1], процесс горения в ДВС, детонация взрывчатых веществ, движение ударных волн в газах и жидкостях [2]. Для проведения измерений давления в этих процессах могут использоваться пьезокерамические и пьезорезистивные датчики, которые имеют высокую точность, компактность и надёжность. Современные индустриальные датчики динамического давления (см. например [2, 3]) имеют собственную резонансную частоту более 500 кГц, диапазон измерения давления до 100 атм. Ошибка, связанная с резонансом, может быть нивелирована включением в измерительную схему фильтра нижних частот — типично с частотой срез на 20% меньше резонанса [2].

На практике в качестве калибровочного импульса можно использовать перепад давления на фронте ударной волны (УВ) газа. Для создания УВ могут использоваться ударные трубы (УТ), так как с их помощью возможно получить УВ с достаточно резким фронтом воздействия и определённым перепадом давления. Стандартная конструкция УТ состоит из двух секций: высокого и низкого давления, разделенных мембраной-перегородкой. По достижению требуемых значений давлений в секциях мембрану разрывают, и газ начинает перетекать из одной области в другую. При достаточно высоком перепаде давления между секциями образуется ударная волна, распространяющаяся в секцию низкого давления [4].

Мембрана обычно изготавливается из металлической фольги или полимерной пленки. Разрыв мембраны возможен с помощью термического нагрева, разрезания специальным ножом, а также возможен самопроизвольный разрыв под действием высокого давления. При этом необходимо учитывать, что раскрытие мембраны происходит не мгновенно и ее разрыв может быть неполным. Это влияет на формирование УВ и ее воздействие на датчик: изменяется форма импульса воздействия, скорость нарастания фронта, величина давления на «ступеньке». Для повышения точности калибровки датчиков необходимо исследовать влияние формы и размера отверстия в мембране на параметры УВ.

## 1. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО СТЕНДА

Для испытания и калибровки датчиков давления в ГНЦ РФ ТРИНИТИ используется экспериментальный стенд ударной трубы (рис. 1). Рабочая часть установки изготовлена из прямоугольного алюминиевого

<sup>\*</sup> birulin@triniti.ru

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> vadimtsybenko@triniti.ru

<sup>&</sup>lt;sup>‡</sup> fedulaev@triniti.ru

Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2023» Секция «Физика», подсекция «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»



Рис. 1. Стенд ударной трубы

профиля 50×30 мм с толщиной стенок 3 мм.

Соединение секций высокого и низкого давления ударной трубы производится через фланец из стеклотекстолита, в середине которого имеется отверстие по размеру профиля сечения ударной трубы. На этом фланце также закрепляется мембрана, разделяющая зоны высокого и низкого давления. Для герметизации места соединения предусмотрены прокладки из резины, которые прижимаются к торцевым фланцам секций при соединении.



Рис. 2. Фланцы: *а* – с мембраной, разделяющей секции ударной трубы, *б* – с измерительными датчиками для калибровки

Датчики, предназначенные для калибровки, устанавливаются на торце тестовой секции в специальный фланец (рис. 2,  $\delta$ ). На стенде также имеются боковые фланцы вдоль тестовой секции, куда также возможна установка датчиков давления (рис. 1).

Накачка газа в секцию высокого давления производится с помощью воздушного компрессора. Уровень давления в секции контролируется с помощью манометра, подключенного к секции высокого давления через штуцер и шланг. Для упрощения конструкции экспериментального стенда, в секции низкого давления не предусматривается откачка воздуха, поэтому во время экспериментов начальное давление в ней равняется атмосферному.

Мембрана между секциями разрывается посредством термического нагрева проволочек, закрепленных на текстолитовом фланце (рис. 2, *a*). Используется проволока из материала с высоким удельным сопротивлением (нихрома), нагрев которой обеспечивается за счет протекания электрического тока. Для этого проволочки подключены к аккумулятору через удлиняющие медные провода, разъёмы и MOSFET транзистор, управляемый оператором стенда.

Запись показаний датчиков проводится с помощью USB-осциллографа Tie-Pie, подключенного к персональному компьютеру. На первый канал подается сигнал с пьезоэлектрического датчика давления Kistler 603CBA, установленного в боковой фланец трубы. Фронт импульса давления, возникающего при прохождении ударной волны напротив этого датчика, использовался для запуска развертки осциллографа.

## 2. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ УТ С ЧАСТИЧНО РАЗРЫВАЮЩЕЙСЯ МЕМБРАНОЙ

Для уточнения калибровки датчиков разработана численная модель, описывающая движение газа в УТ в трехмерном случае. В модели учитывалось изменение температуры в результате адиабатического сжатия газа при движении УВ, а также наличие пограничного слоя вблизи стенок УТ. Для упрощения модели мембрана между областями задана как жесткая перегородка с прямоугольным отверстием в центре.

В основе численной модели лежит система уравнений, включающая уравнение Навье-Стокса движения вязкой сжимаемой жидкости и уравнение неразрывности:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho(u \cdot \nabla)u = \nabla \cdot [-pl + K] + F,$$
  

$$K = \mu \left(\nabla u + (\nabla u)^T\right) - \frac{2}{3}\mu(\nabla u) \cdot l,$$
  

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho u) = 0.$$

Изменение температуры из-за адиабатического сжатия отражено в следующей системе уравнений:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p u \nabla T + \nabla q = Q + Q_p + Q_{vd},$$
  

$$q = -k \nabla T, \quad \rho = p_A / (R_s T),$$
  

$$Q_{vd} = \mu \left( \nabla u + (\nabla u)^T \right) - \frac{2}{3} \mu (\nabla u) l,$$
  

$$Q_p = \alpha T \left( \frac{\partial p_A}{\partial t} + u \nabla p_A \right), \quad \alpha_p = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Проведена серия расчетов, в которых площадь отверстия в мембране варьировалась от 20% до 100% площади сечения ударной трубы. Результаты расчетов приведены на рис. 3.



Рис. 3. Зависимость давления на конце ударной трубы от размера отверстия в мембране. Результаты численного моделирования

Стоит отметить, что в случае полного раскрытия мембраны рассматриваемая задача имеет аналитическое решение, которое было предложено Б. Риманом. При заданных температуре, перепаде давления и плотности оно представляется в виде ударной волны, формирующейся в тестовой секции и волны разрежения, уходящей в область высокого давления. Полученное в данном случае численное решение с хорошей точностью совпадает с теоретическим в центральной области газового потока.

## 3. ДАТЧИКИ ДАВЛЕНИЯ

Для верификации численной модели проведена серия измерений давления на торце УТ. Для этого были использованы промышленные пьезорезистивные датчики давления Keller и пьезокерамические датчики PCB Piezotronics.

Пьезорезистивный датчик давления Keller PAA-8 L реализован по мостовой схеме: измерительная ячейка датчика состоит из 4 пьезорезисторов, подключенных по схеме мостика Уинстона. Внешний вид датчика представлен на рис. 4. Чувствительной поверхностью датчика является тонкая мембрана, приваренная лазерной сваркой к корпусу. На боковой поверхности корпуса в выемке установлено резиновое кольцо, необходимое для уплотнения места установки датчика. На задней части датчика находятся контакты питания и измерительные выводы.



Рис. 4. Вид датчика сзади и со стороны принимающей части

Корпус датчика выполнен из нержавеющей стали. Под мембраной находится масло, которое передает внешнее давление на кремниевые пьезорезисторы моста (рис. 5). При воздействии внешнего давления на мембрану меняется сопротивление пьезорезисторов, вследствие чего меняется разность потенциалов на измерительных выводах датчика. Пересчёт напряжения на измерительных выводах в единицы давления осуществляется с помощью калибровочного коэффициента, указанного в паспорте датчика. Пьезорезистивный датчик Keller PAA-8 L позволяет измерять как статическое, так и изменяющееся во времени давление. На электрической схеме датчика (рис. 6) измерительные выводы имеют маркировку +OUT и -OUT.

Для датчика Keller PAA 8-L был изготовлен источник питания и усилитель сигнала — использован двухканальный операционный усилитель в режиме источника тока и разностного усилителя соответственно.

Измерения также проводились с помощью пьезокерамических датчиков давления PCB Piezotronics (рис. 7). Принцип действия датчика основан на пьезоэлектрическом эффекте: при изменении внешнего давления на мембрану датчика на обкладках кварцевых элементов возникает разделенный заряд, пропорциональный давлению.

Датчик РСВ 113В реализован по стандарту IEPE (Integrated Electronics Piezo-Electric, рис. 8): внутри корпуса встроен преобразователь заряда. Это суще-

# Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2023» Секция «Физика», подсекция «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»

УЗФФ №4, 2340701 (2023)



Рис. 5. Внутреннее устройство датчика Keller



Рис. 6. Нумерация выводов датчика и принципиальная схема его подключения



Рис. 7. Датчик давления PCB Piezotronics

ственно упрощает работу с пьезоэлектрическими датчиками, так как чувствительность измерительной системы такого датчика не зависит от емкости коаксиального кабеля. Кроме того, в конструкции датчика РСВ предусмотрена виброкомпенсация (рис. 9), что позволяет увеличить точность измерений.

Датчики давления устанавливались на торце ударной трубы во фланце. Давление в секции высокого давления УТ в экспериментах равнялось 3 атм. Результаты измерений в сравнении с расчетом приведены на рис. 10, 11.

## 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Разработанная численная модель позволяет качественно оценить влияние формы отверстия в мембране



Рис. 8. Схема ІЕРЕ интерфейса



Рис. 9. Схема датчика PCB Piezotronics



Рис. 10. Сравнение расчетной с экспериментальной зависимости давления на торце УТ от времени (без учета мембраны). Результат численного моделирования

на формирование фронта ударной волны, а также на результирующее давление на торце ударной трубы. Зависимость давления, полученная методом численного моделирования, совпадает с экспериментальной по уровню плато давления. С другой стороны, численная модель имеет расхождение с экспериментом относительно промежутка времени между приходящими последовательно отраженными ударными волнами.

В дальнейшем предполагается выяснить причину



Рис. 11. Сравнение расчетной с экспериментальной зависимости давления на торце УТ от времени (при размере отверстия 80% от площади сечения УТ. Результат численного моделирования)

расхождения между экспериментом и расчётом по времени прихода отражённых ударных волн. Также следует провести серию экспериментов с различным раскрытием мембраны для лучшей верификации модели.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе показано, что размер прорываемого отверстия в мембране существенно влияет на формирование фронта ударной волны и ее движение в ударной трубе. Дальнейшее развитие может быть направлено на создание численной модели с деформируемой сеткой, чтобы описать деформацию мембраны и, в результате, определить оптимальный метод разрыва мембраны. Помимо этого, для уточнения численной модели необходимо учесть возникающие в конструкции УТ колебания, которые также влияют на измерения и калибровку с помощью датчиков давления.

- [1] Позняк И.М., Климов Н.С., Подковыров В.Л. и др. Эрозия металлов при воздействии интенсивных потоков плазмы. Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез. вып. 4, 2012.
- [2] PCB PIEZOTRONICS Pressure Fundamentals 2021. https://www.pcb.com/contentstore/

mktgcontent/linkeddocuments/Pressure/ TM-PRS-PosterBook\_Lowres.pdf

- [3] Keller Druck: https://keller-druck.com/ru
- [4] Липман Г.В., Рошко А. Элементы газовой динамики. М.: Издательство иностранной литературы, 1960.

# Numerical solution of the Riemann problem in the case of membrane partial opening between the regions

E.Z. Biryulin<sup>1,2,a</sup>, V.Y. Tsybenko<sup>1,2,b</sup>, I.M. Poznyak<sup>1,2</sup>, I.A. Alyabyev<sup>1,2</sup>, Z.I. Novoselova<sup>1,2</sup>, E.D. Fedulaev<sup>1,2,c</sup>

<sup>1</sup>MIPT (Phystech), Department of Plasma Energy, Moscow, Dolgoprudny, 141701, Moscow region

<sup>2</sup>JSC "SSC RF TRINITI". Moscow, Troitsk, 108840 Russia

*E-mail:* <sup>a</sup>birulin@triniti.ru, <sup>b</sup>vadimtsybenko@triniti.ru, <sup>c</sup>fedulaev@triniti.ru

A numerical method has been used to solve the problem of the Riemann in the case of incomplete opening of the membrane between the regions of high and low gas pressure in a rectangular channel. To verify the numerical model, experiments were carried out to measure the pressure of the gas flow in the shock tube at the TRINITY RF Research Center. The qualitative and quantitative correspondence of the calculated dependencies and experimental data is demonstrated.

PACS: 47.40.Nm, 43.28.Mw, 43.35.Yb. 06.20.fb.

Keywords: Rieman problem, computational gas dynamics, pressure sensors, shock waves, calibration of pressure sensors.

Received 31 May 2023.

### Сведения об авторах

- 1. Бирюлин Егор Захарович студент, стажер; e-mail: birulin@triniti.ru.
- 2. Цыбенко Вадим Юрьевич мл. науч. сотрудник; e-mail: vadimtsybenko@triniti.ru.
- 3. Позняк Игорь Михайлович канд. физ.-мат. наук, зав. лабораторией; e-mail: pozn@triniti.ru.
- 4. Алябьев Илья Александрович студент, стажер; e-mail: alyabev@triniti.ru.
- 5. Новоселова Зоя Ивановна инженер, студент; e-mail: novoselova@triniti.ru.
- 6. Федулаев Егор Дмитриевич инженер, студент; e-mail: fedulaev@triniti.ru.