

Генерация длинных волн при движении подводного оползневого тела и сила волнового сопротивления

М.В. Лебков*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
физический факультет, кафедра физики моря и вод суши
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2
(Поступила в редакцию 23.06.2023; подписана в печать 28.07.2023)

В рамках линейной теории длинных волн на основе точного аналитического решения одномерной задачи исследуются особенности генерации гравитационных поверхностных волн при движении недеформируемого оползневого тела. Получены явные выражения, описывающие энергию волн, а также силу волнового сопротивления. Установлено, что накачка энергии к волнам, а, следовательно, и действие силы волнового сопротивления ограничены во времени. Показано, что расчёт силы волнового сопротивления по мгновенным параметрам движения тела невозможен в силу того, что величина этой силы определяется предьсторией движения оползневого тела. Оценки величины силы волнового сопротивления позволяют утверждать, что она может быть сопоставима с силами «сухого» и турбулентного трения.

PACS: 91.30.Nw. УДК: 551.46

Ключевые слова: цунами, подводные оползни, линейная теория длинных волн, сила волнового сопротивления.

ВВЕДЕНИЕ

Большинство цунами вызывается землетрясениями, но оползни, как субаэральные, так и подводные, могут также привести к генерации катастрофических волн. Вблизи источника высота оползневых цунами может быть значительной, однако эти волны обладают более выраженным затуханием с расстоянием от источника [1, 2]. Возможность подводных оползней создать мощное цунами окончательно подтвердилась после цунами в Папуа Новой Гвинее 17.07.1998 (PNG 1998), причиной которого послужил спровоцированный землетрясением подводный оползень [3]. Кроме того подводные оползни могут вносить дополнительный вклад в волны, формирующиеся в результате косейсмических смещений дна, что ярко проявилось 11.03.2011 в Японии и 28.09.2018 в Индонезии [4, 5]. Наблюдавшееся в реальности распределение высот заплеска невозможно было объяснить, считая землетрясение единственным источником цунами [4, 5]. Таким образом, даже если вклад оползня в формирование волн не является решающим, часто он оказывается достаточно значительным для того, чтобы повлиять на итоговую волну цунами.

На данный момент существует много подходов к изучению оползневых цунами, включая аналитические исследования [6], численное моделирование [7–9] и проведение физических экспериментов [9, 10]. Но некоторые особенности формирования волн при движении оползневого тела до сих пор оставались без внимания. В частности, недостаточно изученным является вопрос о влиянии силы волнового сопротивления [11, 12] на движение оползневого тела.

Основная цель данной работы — получение и анализ полностью аналитических формул для расчёта силы волнового сопротивления, действующей на недеформируемое оползневое тело, начинающее своё движение с постоянной скоростью из состояния покоя в канале постоянной глубины. Кроме того, планируется сопоставить силу «сухого» и турбулентного трения.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Будем рассматривать одномерную задачу вдоль оси Ox . Недеформируемое оползневое тело, форма которого определяется функцией $\eta(x)$, вначале покоится в канале постоянной глубины H . В момент времени $t = 0$ тело начинает движение с постоянной скоростью U в положительном направлении оси Ox . Математически этот процесс описывается как возмущение поверхности дна

$$\begin{cases} \eta(x) = \eta(x), & t < 0, \\ \eta(x, t) = \eta(x - Ut), & t \geq 0. \end{cases}$$

В рамках линейной теории мелкой воды (длинных волн) генерацию волн при динамических возмущениях поверхности дна можно описать неоднородными волновыми уравнениями [13, 14]:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - g \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t}, \quad (2)$$

где $\xi(x, t)$ — смещение свободной поверхности жидкости, $u(x, t)$ — скорость течения, g — ускорение свободного падения, скорость длинных волн $c = \sqrt{gH}$.

* mvlebkov@gmail.com

Уравнения (1)–(2) будем решать со следующими начальными условиями [14]:

$$\begin{aligned} \xi(x, 0) &= 0, \\ \left. \frac{\partial \xi}{\partial t} \right|_{t=0} &= -U \left. \frac{d\eta}{dx} \right|_{t=0}, \\ u(x, 0) &= 0, \\ \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

С помощью классического решения волнового уравнения на прямой [15] с учётом начальных условий (3) получим формулы для смещения свободной поверхности и скорости горизонтального течения:

$$\begin{aligned} \xi(x, t) &= \frac{U}{2(c-U)}\eta(x-ct) - \frac{U}{2(c+U)}\eta(x+ct) - \\ &\quad - \frac{U^2}{c^2-U^2}\eta(x-Ut), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \frac{gU}{2c(c-U)}\eta(x-ct) + \frac{gU}{2c(c+U)}\eta(x+ct) - \\ &\quad - \frac{gU}{c^2-U^2}\eta(x-Ut). \end{aligned} \quad (5)$$

Первые два слагаемых в формулах описывают свободные волны, распространяющиеся со скоростями c в положительном и в отрицательном направлениях оси Ox соответственно, а третье слагаемое — вынужденную волну, распространяющуюся в положительном направлении оси Ox со скоростью U .

Несложно убедиться, что скорость течения и смещение свободной поверхности в свободных волнах связаны между собой классической формулой

$$u(x, t) = \mp \xi(x, t) \sqrt{\frac{g}{H}}$$

2. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ И КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ВОЛН

Потенциальную и кинетическую энергию волн будем рассчитывать по формулам

$$E_p = \frac{\rho_w g}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 dx, \quad (6)$$

$$E_k = \frac{\rho_w H}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} u^2 dx. \quad (7)$$

где ρ_w — плотность воды.

Формулы (4) и (5) были получены для произвольной формы возмущения поверхности дна. Для обеспечения возможности получения полностью аналитических выражений будем полагать, что оползневое тело является

прямоугольником высотой η_0 и длиной $2a$, что описывается формулой

$$\eta(x) = \eta_0 (\theta(x+a) - \theta(x-a)), \quad (8)$$

где $\theta(x)$ — функция Хевисайда.

Анализируя выражения (4) и (5) с учётом (8), можно заключить, что процесс генерации волн претерпевает качественные изменения в следующие ключевые моменты времени:

$$t_1 = \frac{a}{c}, \quad t_2 = \frac{2a}{c+u}, \quad t_3 = \frac{2a}{c-u}.$$

В момент времени t_1 свободные волны, бегущие в положительном и отрицательном направлениях, перестают пересекаться друг с другом. В момент времени t_2 перестают пересекаться свободная и вынужденная волны, распространяющиеся в отрицательном и положительном направлениях, а в момент времени t_3 — свободная и вынужденная волна, распространяющиеся в положительном направлении. Вид смещения свободной поверхности и скорости горизонтального течения представлен на рис. 1 и рис. 2 соответственно:

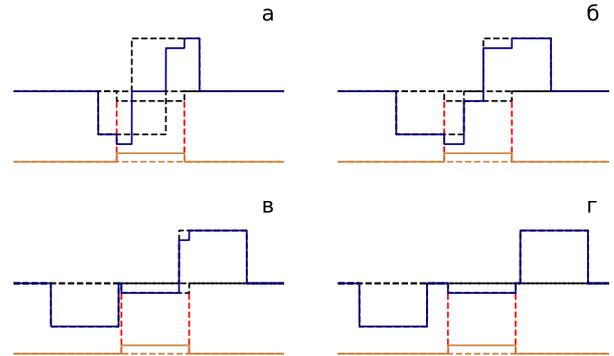


Рис. 1. Форма возмущения свободной поверхности жидкости (синяя линия), которое вызывается движением оползневого тела (коричневая линия), в различные моменты времени: а — $0 < t < t_1$, б — $t_1 < t < t_2$, в — $t_2 < t < t_3$, г — $t > t_3$. Возмущение свободной поверхности и высота оползневого тела показаны в разных масштабах

Воспользовавшись формулами (4)–(7), можно получить итоговые выражения для кинетической, потенциальной и полной энергии волн:

$$E_p = E_0 \begin{cases} \frac{Fr}{2(1-Fr)} \frac{t}{t_1}, & 0 < t < t_1 \\ \frac{Fr}{2(1-Fr)}, & t_1 < t < t_2 \\ \frac{Fr}{2} \left(\frac{1}{(1+\sqrt{Fr})^2} + \frac{\sqrt{Fr}}{1-Fr} \frac{t}{t_1} \right), & t_2 < t < t_3 \\ \frac{Fr(1+3Fr)}{2(1-Fr)^2}, & t > t_3 \end{cases}$$

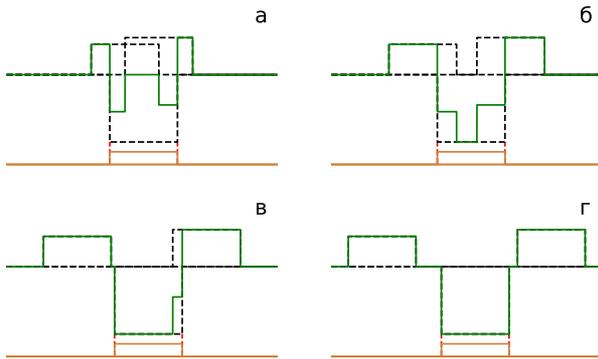


Рис. 2. Скорость горизонтального течения жидкости (зелёная линия), которое вызывается движением оползневоего тела (коричневая линия), в различные моменты времени: а — $0 < t < t_1$, б — $t_1 < t < t_2$, в — $t_2 < t < t_3$, г — $t > t_3$

$$E_k = E_0 \begin{cases} \frac{Fr}{2(1-Fr)} \frac{t}{t_1}, & 0 < t < t_1 \\ Fr \left(-\frac{1}{2(1-Fr)} + \frac{1}{1-Fr} \frac{t}{t_1} \right), & t_1 < t < t_2 \\ \frac{Fr}{2} \left(\frac{1}{(1+\sqrt{Fr})^2} + \frac{1}{1-Fr} \frac{t}{t_1} \right), & t_2 < t < t_3 \\ \frac{Fr(3+Fr)}{2(1-Fr)^2}, & t > t_3 \end{cases} \quad (9)$$

$$E = E_0 \begin{cases} \frac{Fr}{1-Fr} \frac{t}{t_1}, & 0 < t < t_2 \\ Fr \left(\frac{1}{(1+\sqrt{Fr})^2} + \frac{1}{2(1-\sqrt{Fr})} \frac{t}{t_1} \right), & t_2 < t < t_3 \\ \frac{2Fr(1+Fr)}{(1-Fr)^2}, & t > t_3 \end{cases}$$

где $Fr = U^2/(gH)$ — число Фруда, а E_0 — потенциальная энергия поднятия воды, эквивалентного по форме оползневому телу:

$$E_0 = \rho_w g \eta_0^2 a.$$

Несмотря на то, что потенциальная энергия не изменяется на интервале $t_1 < t < t_2$, мощность кинетической энергии возрастает таким образом, что полная энергия растёт в диапазонах $t_0 < t < t_1$ и $t_1 < t < t_2$ одинаково.

На рис. 3 представлен временной ход потенциальной, кинетической и полной энергий в зависимости от времени при различных числах Фруда:

Из рис. 3 видно, что накачка энергии происходит в течение ограниченного времени, при достижении которого происходит выход энергии на стационар. При этом кинетическая энергия преобладает над потенциальной. С увеличением числа Фруда интервал времени между t_1 и t_2 уменьшается, рост полной энергии стремится к линейному, а её значения существенно возрастают. При этом, как видно из рис. 3 (в), при $Fr > 1$ интервал времени между t_1 и t_2 становится почти неразличим.

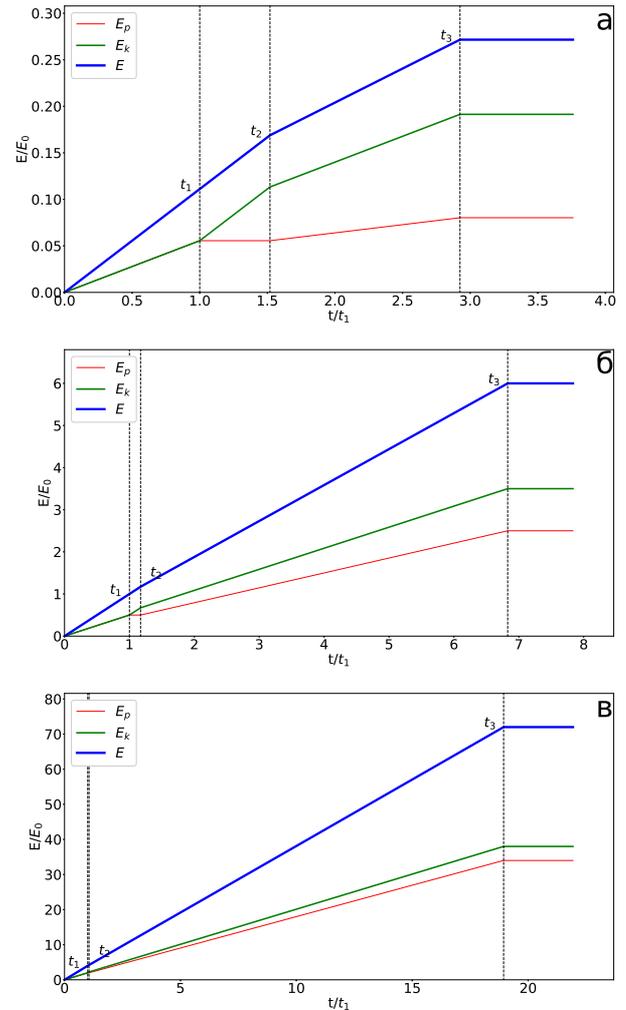


Рис. 3. Зависимость потенциальной E_p , кинетической E_k и полной E энергии от времени при $Fr = 0.1$ (а), $Fr = 0.5$ (б) и $Fr = 0.8$ (в). На рисунке отмечены характерные моменты времени t_1, t_2 и t_3

3. СИЛА ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Сила волнового сопротивления описывает влияние процесса генерации волн на движение оползневоего тела, её работа и является полной энергией волн. В случае движения оползневоего тела с постоянной скоростью она выражается как

$$F_w = \frac{1}{U} \frac{\partial E}{\partial t}.$$

Тогда получим выражение для значения силы волнового сопротивления в различные интервалы времени из

выражения (9):

$$F_w = \rho_w g \eta_0^2 \begin{cases} \frac{\sqrt{Fr}}{1-Fr}, & 0 < t < t_2 \\ \frac{\sqrt{Fr}}{2(1-\sqrt{Fr})}, & t_2 < t < t_3 \\ 0, & t_3 < t \end{cases} \quad (10)$$

Так как энергия меняется в течение ограниченного времени, то и сила волнового сопротивления действует в течение ограниченного промежутка времени. Кроме того, из анализа зависимостей энергии волн от времени можно сделать вывод о том, что сила волнового сопротивления зависит от истории движения тела — её значение определяется не только размерами тела, скоростью его движения и глубиной канала, но и положением системы волн относительно оползневого тела. Таким образом, получение общей параметрической формулы без учёта движения тела как целостного процесса не представляется возможным. Также можно обратить внимание на то, что сила волнового сопротивления не зависит от длины тела, но пропорциональна квадрату его высоты.

Помимо силы волнового сопротивления на оползневое тело действуют сила «сухого» трения

$$F_d = 2\mu g (\rho_s - \rho_w) \eta_0 a, \quad (11)$$

где ρ_s — плотность оползневого тела, а μ — коэффициент «сухого» трения и сила турбулентного трения

$$F_t = C_d \rho_w \eta_0 \frac{U^2}{2}, \quad (12)$$

где C_d — коэффициент турбулентного трения [16].

Из формул (11) и (12) видно, что сила «сухого» трения зависит и от длины, и от высоты тела, а сила турбулентного трения зависит от высоты, но не зависит от длины тела.

Несмотря на то, что в момент времени t_2 сила волнового сопротивления меняется, это изменение, особенно при достаточно больших числах Фруда, незначительно. Это хорошо видно по малозаметному излому кривых на рис. 3. Для сравнения тормозящих сил используем типичное значение силы волнового сопротивления, определяемое по формуле

$$F_w = \frac{E(t_3)}{Ut_3},$$

откуда получим

$$F_w = \rho_w g \frac{\eta_0^2 \sqrt{Fr} (1 + Fr) (1 - \sqrt{Fr})}{(1 - Fr)^2}.$$

Сравнение тормозящих сил при разных параметрах оползневого тела представлено на рис. 4:

Учитывая широкий диапазон силы «сухого» трения, можно сказать, что все силы вполне сравнимы между собой. На рис. 4 хорошо заметна зависимость силы

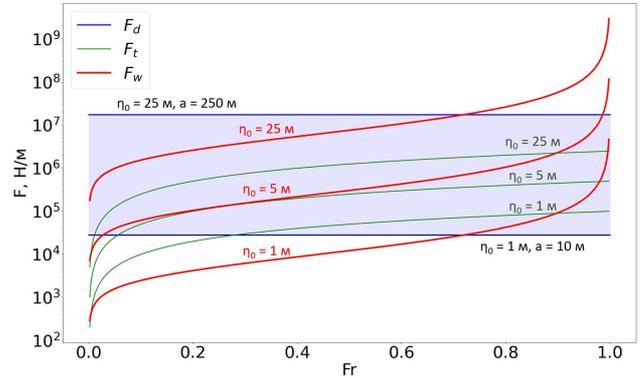


Рис. 4. Зависимость сил, действующих на оползневое тело, от числа Фруда. Коэффициент $C_d = 0.4$, $\mu = 0.1$. $\rho_s = 2400 \text{ кг/м}^3$, $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$, $H = 50 \text{ м}$

волнового сопротивления от высоты — если при $\eta_0 = 1$ сила турбулентного трения ощутимо превышает силу волнового сопротивления, то при $\eta_0 = 5$ эти силы уже равны. Кроме того, при $Fr > 1$ возникает резонанс Праудмана [17], что приводит к тому, что сила волнового сопротивления начинает резко возрастать.

Необходимо отметить, что данные выводы справедливы в первую очередь для малых глубин, так как при росте глубины при постоянстве скорости оползневого тела уменьшается число Фруда, в то время как сила турбулентного трения от глубины не зависит, что приводит к её росту относительно силы волнового сопротивления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе была получена аналитическая формула для вычисления значения силы волнового сопротивления, действующей на движущееся с постоянной скоростью в бассейне постоянной глубины оползневое тело. Было обнаружено, что, так как генерация энергии происходит в течение ограниченного времени, сила волнового сопротивления также действует ограниченное время. Кроме того, сила волнового сопротивления определяется не только параметрами тела и среды в конкретный момент времени, но и всей предысторией движения, что лишает возможности получить общую параметрическую формулу для её описания. При этом было продемонстрировано, что тормозящие оползневое тело силы вполне сравнимы между собой, особенно на малых глубинах,

Автор выражает благодарность профессору М. А. Носову за многочисленные консультации касательно предмета данного исследования.

- [1] Harbitz, C. B., Luwiholt, F., Pedersen, G., Masson, D. G. // Norwegian Journal of Geology/Norsk Geologisk Forening. **86**. N 3. (2006).
- [2] Okal E.A., Synolakis C.E. // Pure and applied geophysics. **160**. 2177. (2003).
- [3] Tappin D.R., Watts P., Grilli S.T. // Natural Hazards and Earth System Sciences. **8**, N 2. 243. (2008).
- [4] Tappin D.R., Grilli S.T., Harris J.C. et al. // Marine Geology. **357**. 344. (2014).
- [5] Nakata K., Katsumata A., Muhari A. // Earth, Planets and Space. **72**, N 1. 1. (2020).
- [6] Tinti S., Bortolucci E., Chiavettieri C. // Pure and Applied Geophysics. **158**. 759. (2001).
- [7] Satake K. Tsunami modeling from submarine landslides // Proceedings of the International Tsunami Symposium, Session. **6**. 6. (2001).
- [8] Jiang L., Leblond P.H. // Journal of physical oceanography. **24**, N 3. 559. (1994).
- [9] Wang J., Xiao L., Ward S.N. // Engineering Geology. **288**. 106141. (2021).
- [10] Wiegel R.L. // Eos, Transactions American Geophysical Union. **36**, N 5. 759. (1955).
- [11] Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977.
- [12] Havelock T.H. // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character. **138**, N 835. 339. (1932).
- [13] Носов М.А. Введение в теорию волн цунами. Учебное пособие. М.: Янус-К, 2019.
- [14] Sementsov K.A., Nosov M.A., Kolesov S.V. et al. // Journal of Geophysical Research: Oceans. **124**, N 11. 8468. (2019).
- [15] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Издание 5-е, стереотипное. М.: Наука, 1977.
- [16] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. том VI. Гидродинамика. М: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
- [17] Proudman J. // Geophysical Supplements to the Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. **2**, N 4. 197. (1929).

Generation of long waves during the movement of a submarine landslide body and wave resistance force

M.V. Lebkov

*Department of geophysics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia
E-mail: mvlebkov@gmail.com*

Within the framework of the linear theory of long waves, on the basis of an accurate analytical solution of a one-dimensional problem, the features of the generation of gravitational surface waves during the movement of a non-deformable landslide body are investigated. Explicit expressions describing the energy of the waves, as well as the strength of the wave resistance, are obtained. It is established that the pumping of energy to the waves, and, consequently, the action of the wave resistance force, is limited in time. It is shown that the calculation of the wave resistance force by the instantaneous parameters of the body motion is impossible due to the fact that the magnitude of this force is determined by the prehistory of the movement of the landslide body. Estimates of the magnitude of the wave resistance force suggest that it can be comparable to the forces of «dry» and turbulent friction.

PACS: 91.30.Nw

Keywords: tsunami, submarine landslides, linear long wave theory, wave resistance force.

Received 23 June 2023.

Сведения об авторах

Лебков Михаил Викторович — студент кафедры физики моря и вод суши Физического факультета МГУ;
e-mail: mvlebkov@gmail.com.