

Численное сравнение итерационного и функционально-аналитического алгоритма при восстановлении рефракционно-поглощающих рассеивателей

С.С. Зорин^{1,*}, А.С. Шуруп^{1,2,3}

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

²Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Россия, Москва

³Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Россия, Москва
(Поступила в редакцию 31.05.2023; подписана в печать 09.10.2023)

В рамках численного моделирования выполнено сравнительное исследование итерационного и функционально-аналитического алгоритмов решения обратной задачи рассеяния при восстановлении возмущений скорости звука и поглощения. Математическая сторона этих алгоритмов была ранее изложена в работах Р.Г. Новикова для уравнения Шредингера. В настоящей работе для случая двумерного скалярного уравнения Гельмгольца продемонстрированы эффективность итерационного алгоритма при восстановлении рассеивателей средней силы и преимущества функционально-аналитического подхода при восстановлении сильных рассеивателей, что соответствует известным теоретическим оценкам сходимости этих алгоритмов. Для улучшения сходимости итераций используется процедура фильтрации в пространстве волновых векторов, реализующая постепенный учет высокочастотных составляющих пространственного спектра функции рассеивателя.

PACS: 02.30.Zz, 87.57.Q-, 43.30.Pc.

УДК: 534.143, 550.344.56.

Ключевые слова: акустическая томография, функционально-аналитический и итерационный методы решения обратной задачи рассеяния, восстановление неоднородностей скорости звука и поглощения.

ВВЕДЕНИЕ

Акустические волны могут распространяться практически в любых природных средах при соответствующем выборе частотного диапазона. Это обстоятельство привело к бурному развитию «дистанционных» или «неинвазивных» методов акустической диагностики природных сред, среди которых особую роль занимает акустическая томография [1–3]. Решение томографических задач, как правило, основано на линейном приближении, которое приводит к простым соотношениям между искомыми характеристиками исследуемой области и параметрами акустических сигналов, прошедших через нее. В случае отклонения от линейного приближения для уточнения результатов восстановления используют многошаговые итерационные процедуры в совокупности с различными методами регуляризации, основанными на априорной информации [1]. С математической точки зрения акустическая томография является частным случаем более общего класса обратных задач рассеяния. Известны математически строгие функционально-аналитические методы решения обратных задач [4–10], позволяющие избежать применения итераций и дополнительных процедур регуляризации при восстановлении акустических рассеивателей различной силы [11, 12].

Несмотря на всю свою привлекательность, применение этих алгоритмов для характерных условий натурного эксперимента требует большого количества приемно-передающих преобразователей, что не всегда

удается обеспечить на практике. Перспективным решением этой проблемы является применение предложенного в работе Р.Г. Новикова [13] итерационного алгоритма решения обратной задачи рассеяния для уравнения Шредингера при фиксированной энергии. В отличие от строгих функционально-аналитических методов [4–10] этот подход дает приближенное решение, но является весьма гибким и может быть адаптирован для решения различных задач акустической томографии, в том числе и по неполным данным. Следует отметить, что в [13] получены математически строгие оценки сходимости для рассматриваемого итерационного алгоритма, что выгодно отличает его от других известных итерационных алгоритмов решения обратных задач акустического рассеяния [1], вопросы сходимости которых были рассмотрены в основном качественно, исходя из физических соображений. Ранее рассматриваемый итерационный алгоритм был применен для решения обратной задачи для уравнения Шредингера [14], а также в акустических приложениях при восстановлении скорости звука [15]. В настоящей работе в рамках численного моделирования анализируются возможности итерационного алгоритма [13] в задачах акустической томографии при совместном восстановлении возмущений скорости звука и поглощения, что больше соответствует реальной ситуации, например при ранней диагностике злокачественных новообразований в мягких биологических тканях. Результаты восстановления сравниваются с данными, получаемыми функционально-аналитическим алгоритмом [16, 17], возможности которого в задачах акустической томографии подробно исследовались ранее [18, 19].

* zorin.ss19@physics.msu.ru

1. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ ИТЕРАЦИОННЫМ АЛГОРИТМОМ Р. Г. НОВИКОВА

Предполагается, что исследуемая область окружена по периметру источниками и приемниками, расположенными в точках с радиус-векторами \mathbf{x} и \mathbf{y} , соответственно. Внутри области томографирования располагается неоднородность, которая характеризуется скоростью звука $c(\mathbf{r})$, \mathbf{r} — двумерный радиус-вектор произвольной точки, и амплитудным коэффициентом поглощения $\alpha(\mathbf{r}, \omega)$, ω — циклическая частота. При постоянном невозмущенном значении плотности среды и в пренебрежении влиянием течений пространственное распределение комплексной спектральной амплитуды акустического давления $p(\mathbf{r})$, описывается уравнением [20]:

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k_0^2 p(\mathbf{r}) = v(\mathbf{r}, \omega) p(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где $v(\mathbf{r}, \omega) = \omega^2 \left(\frac{1}{c_0^2} - \frac{1}{c^2(\mathbf{r})} \right) - 2i\omega \frac{\alpha(\mathbf{r}, \omega)}{c(\mathbf{r})}$ — функция рассеивателя, c_0 и $k_0 = \omega/c_0$ — скорость звука и волновое число в фоновой среде, временная зависимость полей $\sim \exp(-i\omega t)$. Источники и приемники предполагаются квазиточечными. В этом случае акустические поля $p(\mathbf{r})$ описываются классическими запаздывающими функциями Грина $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{x}; \omega) = -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{x}|)$ или $G(\mathbf{r}, \mathbf{x}; \omega)$ в отсутствие или в присутствии рассеивателя, соответственно; $H_0^{(1)}$ — функция Ханкеля 0-го порядка 1-го рода. Требуется восстановить рассеиватель $v(\mathbf{r}, \omega)$ на основе экспериментально измеряемых полей — данных рассеяния $G(\mathbf{r}, \mathbf{x}; \omega)$. Описанная постановка задачи является весьма общей для двумерных обратных задач и рассматривалась ранее в [11, 12] при моделировании различных вариантов функционально-аналитического алгоритма [9, 16, 17].

Следует отметить, что в рассматриваемом итерационном алгоритме [13] в качестве исходных данных выступают амплитуды рассеяния $f(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega)$ (\mathbf{k} , \mathbf{l} — волновые вектора падающей и рассеянной плоских волн:

$$\tilde{v}(\mathbf{k} - \mathbf{l}, \omega) = f(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega) - \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\text{Re}} \exp(-i \mathbf{l} \mathbf{r}) v(\mathbf{r}, \omega) [u(\mathbf{r}, \mathbf{k}; \omega) - \exp(i \mathbf{k} \mathbf{r})] d\mathbf{r}, \quad (5)$$

которое, с учетом (2), представляет собой тождество. Соотношение (5) позволяет предложить простую в плане численной реализации, но при этом весьма эффективную в смысле сходимости [13], процедуру итерационной оценки рассеивателя $\tilde{v}(\mathbf{k} - \mathbf{l}, \omega)$:

$$\tilde{v}^{(n)}(\mathbf{k} - \mathbf{l}, \omega) = \tilde{v}^{(n-1)}(\mathbf{k} - \mathbf{l}, \omega) + f(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega) - f^{(n-1)}(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega), \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (6)$$

где n — номер итерационного шага, $f^{(n-1)}(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega)$ — амплитуда рассеяния, которую нужно вычислить на $(n-1)$ -ом шаге по оценке рассеивателя $\tilde{v}^{(n-1)}(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega)$. В качестве начального приближения $\tilde{v}^{(0)}(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega)$ можно выбрать борновскую оценку (3), но это не обязательно; выбор начального приближения может

$\mathbf{k}^2 = \mathbf{l}^2 = k_0^2$), которые характеризуют рассеянные поля в дальней зоне [11, 12]. Тем самым, применение итерационного алгоритма [13] требует пересчета данных рассеяния в виде акустических полей $G(\mathbf{r}, \mathbf{x}; \omega_j)$, излученных и принятых квазиточечными преобразователями на границе области томографирования, в амплитуды рассеяния $f(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega)$, т.е. как если бы область томографирования облучалась плоскими волнами и регистрировались рассеянные поля плоскими приемниками. Возможный вариант такого пересчета подробно описан в [11], а его упрощенная версия предложена в [15].

Рассматриваемый итерационный алгоритм [13] использует известное соотношение между данными в виде амплитуды рассеяния $f(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega)$ и искомой неоднородностью (рассеивателем) $v(\mathbf{r}, \omega_j)$ [10, 11]:

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\text{Re}} \exp(-i \mathbf{l} \mathbf{r}) v(\mathbf{r}, \omega) u(\mathbf{r}, \mathbf{k}; \omega) d\mathbf{r}, \quad (2)$$

где $u(\mathbf{k}, \mathbf{r}; \omega)$ — поле в области рассеяния Re (двумерной в рассматриваемом случае), возникающее в ответ на падающую плоскую волну $u_0(\mathbf{r}, \mathbf{k}; \omega) = \exp(i \mathbf{k} \mathbf{r})$. В случае, когда отклонение параметров среды распространения от их фоновых значений мало (слабый рассеиватель), то (2) приводит к так называемой борновской оценке рассеивателя [1]:

$$\tilde{v}(\mathbf{k} - \mathbf{l}, \omega) = f(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega). \quad (3)$$

Искомая функция $v(\mathbf{r}, \omega_j)$ находится из (3) обратным Фурье-преобразованием:

$$v(\mathbf{r}, \omega) = \int_{B_{2k_0}} \exp(-i \boldsymbol{\xi} \mathbf{r}) \tilde{v}(\boldsymbol{\xi}, \omega) d\boldsymbol{\xi}, \quad \boldsymbol{\xi} = \mathbf{k} - \mathbf{l}, \quad (4)$$

где интегрирование ведется в пространстве волновых векторов $\boldsymbol{\xi}$ по области B_{2k_0} в 2D случае представляющей круг с центром в начале координат и радиусом $2k_0$. Когда первое борновское приближение не выполняется, оценка рассеивателя может быть основана на следующем соотношении (см. (2.10) в [13]):

быть основан, например, на априорной информации о восстанавливаемых функциях. Таким образом, при численной реализации рассматриваемого итерационного алгоритма (6) требуется лишь уметь делать Фурье-преобразование, т.е. выполнять переход $\tilde{v}^{(n-1)}(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega) \rightarrow v^{(n-1)}(\mathbf{r}, \omega)$ (4), и решать

прямую задачу, т.е. по восстановленному рассеивателю $v^{(n-1)}(\mathbf{r}, \omega)$ вычислять амплитуду рассеяния $f^{(n-1)}(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega)$, что может быть выполнено на основе результатов [11, 15].

2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Параметры моделей, рассматриваемых далее, носят преимущественно иллюстративный характер и выбраны с целью исследования возможностей рассматриваемого итерационного алгоритма. При численном моделировании рассматривалась двумерная область V_S радиуса $R_0 = 4 \lambda_0$, где $\lambda_0 = 7.7$ е.д.д. — длина волны в фоновой среде, выраженная в условных единицах дискретизации длины (е.д.д.). Вдоль периметра томографируемой области располагались с равным угловым шагом 60 приемоизлучающих преобразователей. Поля $G(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \omega)$, являющиеся исходными данными рассеяния для решения обратной задачи, рассчитывались путем решения уравнений Липпмана–Швингера [21] в присутствии в области томографирования неоднородности $v(\mathbf{r}, \omega)$. Точность результатов восстановления $\hat{v}^{(n)}(\mathbf{r}, \omega)$ функции $v(\mathbf{r}, \omega)$ на n -ом итерационном шаге оценивалась с помощью невязки:

$$\delta_v^{(n)} \equiv \frac{\sqrt{\int_{V_S} |\hat{v}^{(n)}(\mathbf{r}, \omega) - v(\mathbf{r}, \omega)|^2 d\mathbf{r}}}{\sqrt{\int_{V_S} |v(\mathbf{r}, \omega)|^2 d\mathbf{r}}};$$

результаты восстановления, полученные с помощью функционально-аналитического алгоритма, и соответствующие им невязки по решению обозначаются как $\hat{v}(\mathbf{r}, \omega)$ и δ_v . Однако, в реальной ситуации невязки $\delta_v^{(n)}$, δ_v рассчитать нельзя, так как искомая функция $v(\mathbf{r}, \omega)$ заведомо не известна. Для оценки сходимости итераций также рассчитывалась невязка по амплитуде рассеяния:

$$\delta_f^{(n)} \equiv \frac{\sqrt{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{2\pi} d\phi' |\hat{f}^{(n)}(\phi, \phi') - f(\phi, \phi')|^2}}{\sqrt{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{2\pi} d\phi' |f(\phi, \phi')|^2}},$$

здесь $\hat{f}^{(n)}(\phi, \phi')$ — оценка амплитуды рассеяния на n -ом итерационном шаге; аналогично вычислялась невязка δ_f для результатов, полученных функционально-аналитическим алгоритмом. Как показало численное моделирование, а также результаты предыдущих исследований [15], характер поведения $\delta_v^{(n)}$ и $\delta_f^{(n)}$ совпадает в рассматриваемых обратных задачах. Для сокращения объема работы и иллюстративного материала далее будут приводиться только значения невязок $\delta_f^{(n)}$.

Для описания силы восстанавливаемых рассеивателей, т.е. для оценки того, насколько сильно они искажают падающее акустическое поле, рассчитывались дополнительные набеги фазы $\Delta\psi = \int_{l_{Re}} [k_0 - k(\mathbf{r})] dl_{\mathbf{r}} = k_0 \int_{l_{Re}} \frac{\Delta c(\mathbf{r})/c_0}{1 + \Delta c(\mathbf{r})/c_0} dl_{\mathbf{r}}$, которые приобретает волна, распространяясь вдоль траектории l_{Re} через рассеиватель с относительным

контрастом скорости $\Delta c(\mathbf{r})/c_0 \equiv \{c(\mathbf{r}) - c_0\}/c_0$; $k(\mathbf{r}) = \omega/c(\mathbf{r})$, $dl_{\mathbf{r}}$ — длина элемента траектории в окрестности точки \mathbf{r} ; амплитудное затухание волны при прохождении через рассеиватель оценивалось как $\exp\left(-\int_{l_{Re}} \alpha(\mathbf{r}, \omega) dl_{\mathbf{r}}\right)$. Также вычислялась норма данных рассеяния в виде $\|f(\phi, \phi')\| \equiv \sqrt{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{2\pi} d\phi' |f(\phi, \phi')|^2}$, где ϕ, ϕ' — угловые компоненты волновых векторов $\mathbf{k} = \{k_0, \phi\}$, $\mathbf{l} = \{k_0, \phi'\}$. Норма $\|f(\phi, \phi')\|$, наряду с дополнительным набегом фазы $\Delta\psi$, характеризует силу рассеивателя (см. работу [18] и ссылки в ней).

Область сходимости рассматриваемых итераций можно расширить, если ввести дополнительную фильтрацию пространственного спектра восстанавливаемых рассеивателей. Подобного рода фильтрация эквивалентна рассмотрению в (4) вместо области B_{2k_0} круга меньшего радиуса $2\tau^{(n)}k_0$, $\tau^{(n)} < 1$ [13, 15], где параметр фильтрации $\tau^{(n)}$ изменяет в ходе итерационного восстановления. В рассматриваемой работе введение такой фильтрации позволяет постепенно учитывать высокочастотные составляющие пространственного спектра рассеивателя, отвечающие за мелкомасштабные детали функции $v(\mathbf{r}, \omega)$, восстановление которых представляется наиболее сложной задачей.

Рассматривалось восстановление рассеивателя $v(\mathbf{r}, \omega)$, действительная и мнимая части которого представлены на рис. 1, а, б. Максимальный дополнительный набег фазы составляет $\Delta\psi \approx 0.64 \pi$ при прохождении волны через этот рассеиватель вдоль оси OX на участке с положительным контрастом скорости (т.е. при $\Delta c(\mathbf{r})/c_0 > 0$, $\text{Re } v(\mathbf{r}, \omega) > 0$), норма данных при этом составляет $\|f(\phi, \phi')\| \approx 4/\pi$. Максимальное амплитудное поглощение в рассеивателе — в ≈ 1.8 раза происходит при распространении волны вдоль оси OY . Тем самым, описанный рассеиватель является достаточно сильным и не может быть восстановлен с приемлемой точностью в рамках борновского приближения. На рис. 1, в, г приведены сечения вдоль оси OX действительных и мнимых составляющих исходной функции v , результатов ее восстановления $\hat{v}^{(103)}$ обсуждаемым итерационным алгоритмом за $n = 103$ шагов, а также оценки \hat{v} , полученной функционально-аналитическим алгоритмом [11]. Как видно на рис. 1, в, г, местонахождение неоднородностей, их форма и амплитудные значения восстанавливаются с высокой точностью в отсутствие помех. Следует отметить, что попытка восстановления этого же рассеивателя в первом борновском приближении (т.е. в приближении однократного рассеяния) дает неудовлетворительные результаты (см. рис. 1, в, г). В качестве иллюстрации характера сходимости итераций, на рис. 1, д приведен график зависимости невязки $\delta_f^{(n)}$ от номера итерации n , а также значения коэффициента фильтрации $\tau^{(n)}$ на различных итерационных шагах.

При дальнейшем увеличении силы рассеивателя результаты восстановления итерационным алгоритмом

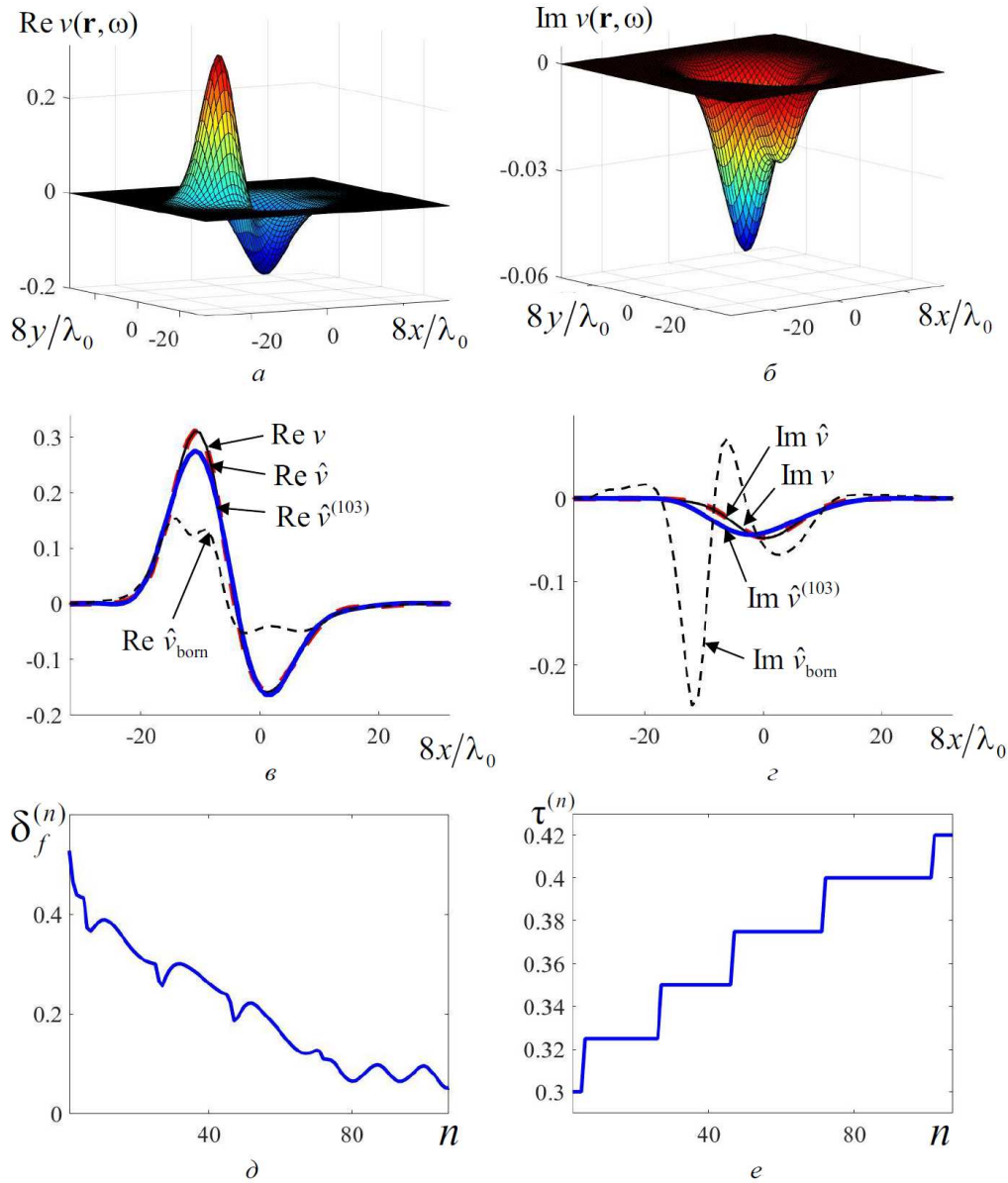


Рис. 1. Общий вид действительной $\text{Re } v(\mathbf{r}, \omega)$ (а) и мнимой $\text{Im } v(\mathbf{r}, \omega)$ (б) составляющих исходного рассеивателя, для которого максимальный дополнительный набег фазы составляет $\Delta\psi \approx 0.64\pi$, норма данных рассеяния $\|f(\varphi, \varphi')\| \approx 4/\pi$, максимальное амплитудное поглощение в рассеивателе — в ≈ 1.8 раза; центральные сечения при $y = 0$ действительных составляющих рассеивателей (в): истинного распределения $\text{Re } v$ (жирная пунктирная линия), результата восстановления функционально-аналитическим $\text{Re } \hat{v}$ (тонкая сплошная линия) и итерационным $\text{Re } \hat{v}^{(103)}$ (результат 103-й итерации, жирная сплошная линия) алгоритмами, а также борновской оценки $\text{Re } \hat{v}_{\text{born}}$ (тонкая пунктирная линия); центральные сечения мнимых составляющих рассеивателей (г); зависимость от номера итерации n невязки по амплитуде рассеяния $\delta_f^{(n)}$ (д) и параметра фильтрации в пространстве волновых векторов $\tau^{(n)}$ (е)

ухудшаются. Так, в случае рассеивателя, дающего дополнительный набег фазы $\Delta\psi \approx \pi$ на участке с положительным контрастом скорости $\Delta c(\mathbf{r})/c_0 > 0$ (норма данных при это составляет $\|f(\varphi, \varphi')\| \approx 5.3/\pi$, поглощение в рассматриваемом случае не изменялось), итерации начинают сходиться к решению с невязкой $\delta_f^{(n)} \approx 0.65$ (рис. 2, а), существенно превышающей зна-

чения $\delta_f^{(n)} \approx 0.08$, полученные ранее (рис. 1, д). Использование различных вариантов значений параметра $\tau^{(n)}$ не позволяет значительно улучшить результат восстановления. При этом использование функционально-аналитического алгоритма дает практически идеальный результат восстановления с невязкой $\delta_f \approx 0.01$.

Следует отметить, что трудности, с которыми приходится сталкиваться при итерационном восстановле-

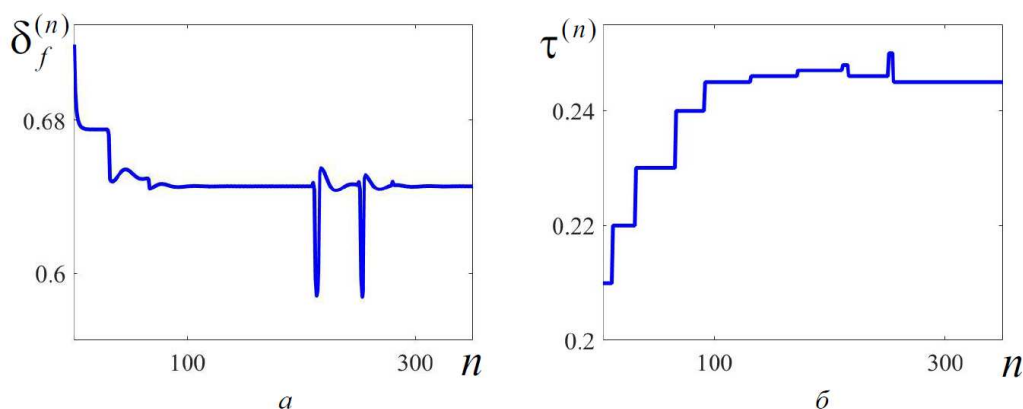


Рис. 2. Зависимость от номера итерации n невязки по амплитуде рассеяния $\delta_f^{(n)}$ (а) и параметра фильтрации $\tau^{(n)}$ (б) при восстановлении рассеивателя, более сильного по сравнению с рис. 1: максимальный дополнительный набег фазы теперь составляет $\Delta\psi \approx \pi$, норма данных рассеяния $\|f(\varphi, \varphi')\| \approx 5.3/\pi$, амплитудное поглощение в рассеивателе при этом не изменялось. Невязка по амплитуде рассеяния при восстановлении этого же рассеивателя функционально-аналитическим алгоритмом составила ≈ 0.01

нии сильных рассеивателей хорошо известны [1, 21]. Приведенные примеры численного моделирования соответствуют полученным ранее теоретическим оценкам точности итерационного [13] и функционально-аналитического [16] подходов при решении обратной задачи для уравнения Шредингера. В соответствии с этими оценками функционально-аналитический алгоритм должен давать более низкие значения невязок по решению в сравнении с итерационным алгоритмом при увеличении энергии, что в акустическом случае соответствует увеличению квадрата волнового числа. Таким образом, полученные результаты численного моделирования подтверждают справедливость известных теоретических оценок и для акустических приложений, демонстрируя тем самым преимущества строгого функционально-аналитического алгоритма при восстановлении сильных рассеивателей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного исследования было показано, что рассматриваемый итерационный алгоритм [13] позволяет восстанавливать не только возмущения скорости звука, как было продемонстрировано ранее [15], но и поглощение в среде. При этом удает-

ся восстанавливать рассеиватели средней силы с точностью, сопоставимой с точностью функционально-аналитического подхода. При восстановлении же сильных рассеивателей наблюдается сходимость итераций к оценкам, существенно отличающимся от истинных значений. Использование функционально-аналитического алгоритма в этом случае дает решение обратной задачи с высокой точностью. Основным преимуществом функционально-аналитического алгоритма является его математическая строгость, позволяющая учесть процессы многократного перерассеяния при решении обратной задачи, тем самым обеспечивая безытерационное восстановление рассеивателей различной силы с высокой точностью. Однако при его практической реализации может потребоваться большое количество приемопередающих преобразователей, что не всегда возможно обеспечить в условиях реального эксперимента. В то же время итерационные методы являются более гибкими, могут быть применены для восстановления по неполным данным [21]. Перспективным представляется совместное использование итерационных и функционально-аналитических алгоритмов для разработки новых схем акустической томографии, обеспечивающих восстановление рассеивателей различной силы при использовании разумного количества источников и приемников.

- [1] Буров В.А., Румянцева О.Д. Обратные волновые задачи акустической томографии. Ч. II: Обратные задачи акустического рассеяния. М., 2019.
- [2] Гончаров В.В., Зайцев В.Ю., Куртенов В.М. и др. Акустическая томография океана. Н. Новгород, 1997.
- [3] Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Шуруп А.С. // Акуст. журн. **67**. № 1. 72. (2021).
- [4] Faddeev L.D. // J. of Soviet Math. **5**. 334. (1976).

- [5] Новиков Р.Г. // Функцион. анализ и его прил. **20**. № 3. 90. (1986).
- [6] Гриневич П.Г., Манаков С.В. // Функцион. анализ и его прил. **20**. № 2. 14. (1986).
- [7] Novikov R.G. // Journal of Functional Analysis. **103**. N 2. 409. (1992).
- [8] Новиков Р.Г. // Функцион. анализ и его прил. **22**. N 4. 11. (1988).

- [9] *Novikov R.G., Santacesaria M.* // Int. Math. Res. Notices. **2013**. N 6. 1205. (2013).
- [10] *Agaltsov A.D., Novikov R.G.* // J. Math. Phys. **55**. N 10. P. 103502. (2014).
- [11] *Буров В.А., Шуруп А.С., Зотов Д.И., Румянцева О.Д.* // Акуст. журн. **59**. № 3. 391. (2013).
- [12] *Шуруп А.С., Румянцева О.Д.* // Акуст. журн. **63**. № 6. 700. (2017).
- [13] *Novikov R.G.* // Sbornik: Mathematics. **206**. N 1. 120. (2015).
- [14] *Agaltsov A.D., Hohage T., Novikov R.G.* // Inverse Problems. **35**. N 2. 024001. (2019).
- [15] *Shurup A.S.* // Euras. Jour. Math. Comp. Appl.. **10**. N 1. P. 79. (2022)
- [16] *Novikov R.G.* // Physics Letters A. **238**. N 2–3. 73. (1998).
- [17] *Новиков Р.Г.* // Сб.: Труды Мат инст. им. В.А.Стеклова. М., **225**. 301. (1999).
- [18] *Буров В.А., Вечерин С.Н., Морозов С.А., Румянцева О.Д.* // Акуст. журн. **56**. № 4. 516. (2010).
- [19] *Буров В.А., Алексеенко Н.В., Румянцева О.Д.* // Акуст. журн. **55**. № 6. 784. (2009).
- [20] *Румянцева О.Д., Шуруп А.С.* // Акуст. журн. **63**. № 1. 94. (2017).
- [21] *Горюнов А. А., Сасковец А. В.* Обратные задачи рассеяния в акустике. М., 1989.

Numerical comparison of iterative and functional-analytical algorithms for reconstruction of refraction-absorbing scatterers

S.S. Zorin^{1,a}, A. S. Shurup^{1,2,3}

¹*Department of acoustics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*

²*P.P. Shirshov Institute of Oceanology, RAS. Moscow, Russia*

³*The Schmidt Institute of Physics of the Earth, RAS. Moscow, Russia*

E-mail: ^azorin.ss19@physics.msu.ru

Numerical simulation was carried out for comparative study of iterative and functional-analytical algorithms for solving inverse scattering problem of sound speed and absorption reconstruction. The mathematical properties of these algorithms were previously described in works of R.G. Novikov for the Schrödinger equation. In the present paper, for the case of two-dimensional scalar Helmholtz equation, the efficiency of iterative algorithm in reconstructing medium-strength scatterers and the advantages of functional-analytic approach in reconstructing strong scatterers are demonstrated, which corresponds to the known theoretical estimates of these algorithms convergence. To improve the convergence of iterations, a filtering procedure in the space of wave vectors is used, which gradually takes into account the high-frequency components of the spatial spectrum of the scatterer function.

PACS: 02.30.Zz; 87.57.Q-; 43.30.Pc

Keywords: acoustic tomography, functional-analytical and iterative algorithms for solving inverse scattering problem, reconstruction of sound speed and absorption inhomogeneities.

Received 31 May 2023.

Сведения об авторах

1. Зорин Сергей Сергеевич — студент; e-mail: zorin.ss19@physics.msu.ru.
2. Шуруп Андрей Сергеевич — канд. физ.-мат. наук, доцент; e-mail: shurup@physics.msu.ru.