

Редкий полулептонный распад $B^+ \rightarrow \pi^+\tau^+\tau^-$ в рамках пертурбативной КХД

И. М. Парнова* А. Я. Пархоменко†

*Ярославский государственный университет им П.Г. Демидова,
физический факультет, кафедра теоретической физики
Россия, 150003, Ярославль, ул. Советская, д. 14.*

(Поступила в редакцию 25.10.2022; подписана в печать 02.12.2022)

Редкие распады B -мезонов, идущие за счет нейтральных токов с изменением аромата, т. е. обусловленные кварковыми $b \rightarrow s$ и $b \rightarrow d$ переходами, особенно чувствительны к вкладам Новой физики ввиду малости их вероятностей распадов. Распады B -мезонов, идущие за счет $b \rightarrow s$ перехода, хорошо исследованы как экспериментально, так и теоретически, в отличие от их аналогов, идущих за счет $b \rightarrow d$ перехода, а именно, эксклюзивный распад $B^+ \rightarrow \pi^+\mu^+\mu^-$ впервые наблюдался коллаборацией LHCb только в 2012 г. Этот распад достаточно хорошо изучен теоретически, и предсказания согласуются с экспериментальными данными, полученным коллаборацией LHCb в 2015 г. Представляет также интерес рассмотреть аналогичный полулептонный распад $B^+ \rightarrow \pi^+\tau^+\tau^-$, где пара конечных мюонов заменена парой тау-лептонов. Представлены теоретические предсказания для относительной вероятности распада в рамках метода слабых эффективных гамильтонианов в зависимости от выбора параметризации формфакторов, характеризующих матричный элемент $B \rightarrow \pi$ перехода. Обсуждается возможность его регистрации на LHC и SuperKEKB.

PACS: 13.25.Hw

УДК: 539.1.01.

Ключевые слова: кварк, матричный элемент перехода, полулептонный распад, тяжелый мезон, тау-лептон, относительная вероятность, эффективный электрослабый гамильтониан.

ВВЕДЕНИЕ

Физика B -мезонов и прелестных барионов играет важную роль для проверки Стандартной модели (СМ), а также поисков возможной Новой физики. В поисках Новой физики наиболее интересными являются процессы, идущие за счет нейтральных $b \rightarrow s$ и $b \rightarrow d$ токов с изменением аромата. В настоящее время, интерес к физике B -мезонов в значительной степени стимулируется экспериментами LHCb, CMS и ATLAS на LHC, которые предоставляют большое количество новых и точных экспериментальных данных, касающихся рождений и распадов B -мезонов и прелестных барионов. Новые данные поступают также и из эксперимента Belle-II, проводимого на фабрике B -мезонов SuperKEKB. К редким распадам, обусловленным нейтральными токами с изменением аромата кварков, относятся, в частности, полулептонные распады $B \rightarrow K^{(*)}\mu^+\mu^-$ и $B \rightarrow (\pi, \rho, \omega)\mu^+\mu^-$, где K - и π -мезоны — псевдоскалярные частицы со спин-четностью $J^P = 0^-$, а K^* -, ρ и ω -мезоны — векторные частицы со спин-четностью $J^P = 1^-$. Экспериментально и теоретически хорошо исследованы полулептонные распады B -мезонов, идущие за счет $b \rightarrow s$ перехода, такие как $B^\pm \rightarrow K^{(*)\pm}\mu^+\mu^-$, $B^0 \rightarrow K^{(*)0}\mu^+\mu^-$ и $B_s^0 \rightarrow \phi\mu^+\mu^-$, для них получены предсказания для вероятностей распадов, угловые характеристики, а также распределения по инвариантной массе лептонной пары [1–7]. Первое наблюдение редкого полулептонного распада $B^+ \rightarrow \pi^+\mu^+\mu^-$ коллаборацией LHCb в 2012

году [8] проложило путь для исследований процессов, идущих за счет нейтрального $b \rightarrow d$ тока с изменением аромата. Более того, в 2015 году коллаборацией LHCb на большей статистике было получено распределение по инвариантной массе мюонной пары [9]. Полученные экспериментальные данные хорошо согласуются с теоретическими предсказаниями для распределения по инвариантной массе в распаде $B^+ \rightarrow \pi^+\mu^+\mu^-$ [10–12] во всех областях спектра, за исключением области малых q^2 (q^2 – инвариантная масса лептонной пары), где экспериментальные данные существенно превышают теоретические предсказания, основанные на пертурбативном вкладе. Учет дополнительных вкладов, таких как аннигиляционные диаграммы и вклады больших расстояний, улучшает согласие теории и эксперимента в начале спектра [13–15].

Для редких распадов B -мезонов использование эффективного электрослабого гамильтониана, который получен после удаления из теории тяжелых степеней свободы, существенно упрощает вычисления ширин и других характеристик распадов. Такая эффективная теория содержит информацию о W - и Z -бозонах, t -кварке и стандартном хиггсовском бозоне в форме вильсоновских коэффициентов, которые определяют относительный вес того или иного локального оператора в эффективном гамильтониане [16, 17]. Относительные вероятности распадов имеют простой вид в терминах эффективных вильсоновских коэффициентов, однако структура самих коэффициентов существенно усложняется после учета радиационных поправок, обусловленных сильными взаимодействиями.

В настоящей работе представлен теоретический анализ редкого полулептонного $B^+ \rightarrow \pi^+\tau^+\tau^-$ распада. Получены предсказания для дифференциальной и полной вероятностей распада, а также распределение по

* parnova.irina@yandex.ru† parkh@uniyar.ac.ru

инвариантной массе пары тау-лептонов. Исследуется влияние выбора параметризации формфакторов, входящих в матричные элементы $B \rightarrow \pi$ перехода, на теоретические предсказания.

1. ТЕОРИЯ РЕДКИХ РАСПАДОВ B -МЕЗОНОВ

Анализ проводится методом эффективных электро-слабых гамильтонианов [16, 17], которые получаются после удаления из СМ тяжелых степеней свободы — t -кварка, W - и Z -бозонов, а также бозона Хиггса. Эта эффективная теория также не содержит фотоны и глюоны с энергиями, существенно превышающими массу b -кварка m_b , которая представляет собой наибольший энергетический масштаб теории. Лагранжиан теории включает стандартные лагранжианы квантовой электродинамики и квантовой хромодинамики, а также набор эффективных электрослабых гамильтонианов. Полный эффективный лагранжиан теории для $b \rightarrow d$ перехода имеет вид [16, 17]:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(x) = \mathcal{L}_{\text{QED}}(x) + \mathcal{L}_{\text{QCD}}(x) - \mathcal{H}_{\text{weak}}^{b \rightarrow d}(x), \quad (1)$$

$$\mathcal{L}_{\text{QED}}(x) = -e \sum_f Q_f [\bar{f}(x) \gamma^\mu f(x)] A_\mu(x), \quad (2)$$

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}}(x) = g_{\text{st}} \sum_q [\bar{q}(x) \gamma^\mu T^a q(x)] G_\mu^a(x), \quad (3)$$

где $e > 0$ — элементарный заряд, Q_f — относительный заряд фермиона $f(x) = \{\ell(x), q(x)\}$, $A_\mu(x)$ — поле фотона, g_{st} — постоянная сильного взаимодействия, T^a ($a = 1, \dots, 8$) — генераторы цветовой группы $SU(3)_C$, $G_\mu^a(x)$ — глюонные поля. Гамильтониан, отвечающий за нейтральный ток с изменением аромата в (1), следующий [16, 17]:

$$\mathcal{H}_{\text{weak}}^{b \rightarrow d} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} \sum_{p=u,c} V_{pd}^* V_{pb} \sum_j C_j(\mu) \mathcal{P}_j(\mu) + \text{h. c.}, \quad (4)$$

где G_F — константа Ферми, $C_j(\mu)$ — коэффициенты Вильсона, $\mathcal{P}_j(\mu)$ — локальные операторы $b \rightarrow d$ перехода, $V_{q_1 q_2}$ — элементы матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава. Для операторов $\mathcal{P}_j(\mu)$ размерности $d = 6$ выбран следующий базис [17]:

- Древесные операторы ($p = u, c$):

$$\mathcal{P}_1^{(p)} = (\bar{d} \gamma_\mu L T^a p) (\bar{p} \gamma^\mu L T^a b), \quad (5)$$

$$\mathcal{P}_2^{(p)} = (\bar{d} \gamma_\mu L p) (\bar{p} \gamma^\mu L b),$$

- Пингвинные операторы:

$$\mathcal{P}_3 = (\bar{d} \gamma_\mu L b) \sum_q (\bar{q} \gamma^\mu q),$$

$$\mathcal{P}_4 = (\bar{d} \gamma_\mu L T^a b) \sum_q (\bar{q} \gamma^\mu T^a q), \quad (6)$$

$$\mathcal{P}_5 = (\bar{d} \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho L b) \sum_q (\bar{q} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho q), \quad (7)$$

$$\mathcal{P}_6 = (\bar{d} \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho L T^a b) \sum_q (\bar{q} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho T^a q),$$

- Электромагнитный и хромомангнитный дипольные операторы:

$$\mathcal{P}_{7\gamma} = \frac{e}{16\pi^2} [\bar{d} \sigma^{\mu\nu} (m_b R + m_d L) b] F_{\mu\nu}, \quad (8)$$

$$\mathcal{P}_{8g} = \frac{g_{\text{st}}}{16\pi^2} [\bar{d} \sigma^{\mu\nu} (m_b R + m_d L) T^a b] G_{\mu\nu}^a,$$

- Полулептонные операторы:

$$\mathcal{P}_{9\ell} = \frac{\alpha}{2\pi} (\bar{d} \gamma_\mu L b) \sum_\ell (\bar{\ell} \gamma^\mu \ell), \quad (9)$$

$$\mathcal{P}_{10\ell} = \frac{\alpha}{2\pi} (\bar{d} \gamma_\mu L b) \sum_\ell (\bar{\ell} \gamma^\mu \gamma^5 \ell),$$

где $L, R = (1 \mp \gamma_5)/2$ — проекционный оператор на правое и левое фермионные состояния, $F_{\mu\nu}$ и $G_{\mu\nu}^a$ — тензоры электромагнитного и глюонного полей, m_b и m_d — массы b - и d -кварков, $\sigma^{\mu\nu} = i(\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)/2$, и $\alpha = e^2/(4\pi)$ — постоянная тонкой структуры. Суммы по q и ℓ подразумевают суммирование по всем ароматам кварков, кроме t -кварка, и всем заряженным лептонам, соответственно.

Вес локальных операторов в эффективном гамильтониане (4) определяется вильсоновскими коэффициентами $C_j^{(k)}$. Отметим, что вильсоновские коэффициенты являются масштабно зависимыми величинами. Гамильтониан — масштабно инвариантный оператор, поэтому масштабная зависимость вильсоновского коэффициента компенсируется масштабной зависимостью локального оператора. Поскольку коэффициенты Вильсона (КВ) определяются вкладами тяжелых частиц, исключенных из эффективной теории, то они вычисляются на масштабе $\mu_W \sim m_W$ массы W -бозона, где Стандартная модель и эффективная теория сшиваются друг с другом. На этом масштабе вычисления $C_j^{(k)}$ проводятся по теории возмущений КХД, поскольку константа взаимодействия $\alpha_s(\mu_W)$ мала:

$$C_j(\mu_W) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{\alpha_s(\mu_W)}{4\pi} \right]^k C_j^{(k)}(\mu_W). \quad (10)$$

Перенормировка локальных операторов приводит к смешиванию КВ, причем нулевые коэффициенты приобретает отличные от нуля значения на более низком масштабе энергии μ . Значения КВ на масштабе массы b -кварка определяются после решения уравнений ренормгруппы на КВ. Иерархия значений КВ представлена в табл. 1, где, как можно заметить, КВ пингвинных операторов имеют наименьшие значения.

Матричные элементы $B \rightarrow P$ перехода, где P — псевдоскалярный мезон, стандартным образом определяются тремя переходными формфакторами $f_+(q^2)$, $f_0(q^2)$ и $f_T(q^2)$ [18], где $q^\mu = (p_B - k)^\mu$ — четырехмерный импульс, передаваемый лептонной паре:

Таблица 1. Численные значения коэффициентов Вильсона на масштабе $\mu = m_b = 4.8$ ГэВ

$C_1(m_b)$	-0.146	$C_3(m_b)$	0.011	$C_5(m_b)$	0.010	$C_{7\gamma}(m_b)$	-0.317	$C_{9\ell}(m_b)$	4.15
$C_2(m_b)$	1.056	$C_4(m_b)$	-0.033	$C_6(m_b)$	-0.039	$C_{8g}(m_b)$	0.149	$C_{10\ell}(m_b)$	-4.26

$$\langle P(k) | \bar{p} \gamma^\mu b | B(p_B) \rangle = f_+(q^2) \left[p_B^\mu + k^\mu - \frac{m_B^2 - m_P^2}{q^2} q^\mu \right] + f_0(q^2) \frac{m_B^2 - m_P^2}{q^2} q^\mu, \tag{11}$$

$$\langle P(k) | \bar{p} \sigma^{\mu\nu} q_\nu b | B(p_B) \rangle = i \left[(p_B^\mu + k^\mu) q^2 - q^\mu (m_B^2 - m_P^2) \right] \frac{f_T(q^2)}{m_B + m_P}, \tag{12}$$

$$\langle P(k) | \bar{p} \gamma^\mu \gamma_5 b | B(p_B) \rangle = 0, \quad \langle P(k) | \bar{p} \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 q_\nu b | B(p_B) \rangle = 0, \tag{13}$$

где m_B и m_P — массы B - и псевдоскалярного мезона, соответственно. Для формфакторов при нулевом передаваемом импульсе выполняется соотношение:

$$f_+(0) = f_0(0).$$

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕДКОГО РАСПАДА $B^+ \rightarrow \pi^+ \tau^+ \tau^-$

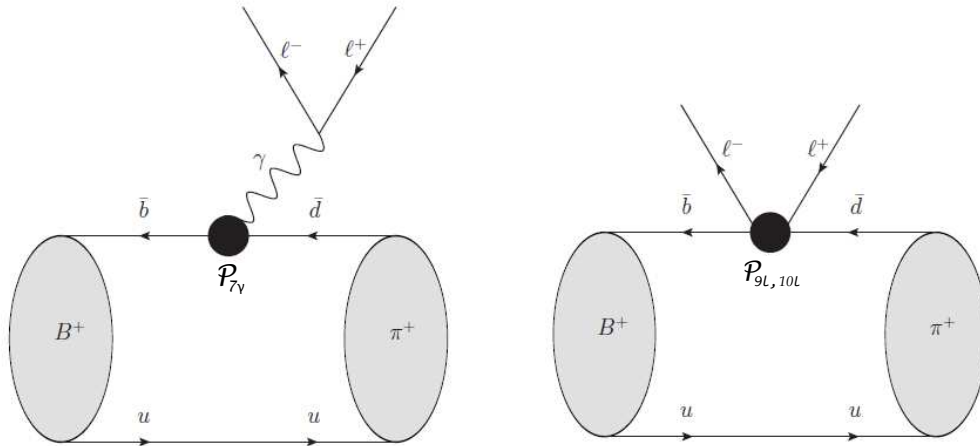


Рис. 1. Вклады операторов $\mathcal{P}_{7\gamma}$, $\mathcal{P}_{9\ell}$ и $\mathcal{P}_{10\ell}$ в амплитуду распада $B^+ \rightarrow \pi^+ \ell^+ \ell^-$

Операторы $\mathcal{P}_{7\gamma}$, $\mathcal{P}_{9\ell}$, и $\mathcal{P}_{10\ell}$ дают основной вклад в амплитуду распада $\mathcal{M} = \mathcal{M}_7 + \mathcal{M}_9 + \mathcal{M}_{10}$ в древесном приближении. Вклады от каждого из операторов представлены на диаграммах, изображенных на рис. 1, и могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_7 &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{td}^* V_{tb} \frac{em_b}{g_{st}^2} \frac{(-2ie) q_\nu}{q^2} C_{7\gamma} \langle \pi(p_\pi) | \bar{d}_L \sigma^{\mu\nu} b_R | B(p_B) \rangle [\bar{u}(q_1) \gamma_\mu u(-q_2)], \\ \mathcal{M}_9 &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{td}^* V_{tb} \frac{e^2}{g_{st}^2} C_{9\ell} \langle \pi(p_\pi) | \bar{d}_L \gamma^\mu b_L | B(p_B) \rangle [\bar{u}(q_1) \gamma_\mu u(-q_2)], \\ \mathcal{M}_{10} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{td}^* V_{tb} \frac{e^2}{g_{st}^2} C_{10\ell} \langle \pi(p_\pi) | \bar{d}_L \gamma^\mu b_L | B(p_B) \rangle [\bar{u}(q_1) \gamma_\mu \gamma_5 u(-q_2)], \end{aligned} \tag{14}$$

где q_1 и q_2 — четырехмерные импульсы лептона и антилептона соответственно.

В общем случае, дифференциальную вероятность распада $B \rightarrow P\ell^+\ell^-$ с учетом вкладов больших расстояний и аннигиляционных вкладов можно записать как [12]:

$$\frac{d\text{Br}(B \rightarrow P\ell^+\ell^-)}{dq^2} = S_P \frac{2G_F^2 \alpha^2 \tau_B}{3(4\pi)^5 m_B^3} |V_{tp}^* V_{tb}|^2 \lambda^{3/2}(q^2) F^{BP}(q^2) \sqrt{1 - 4m_\ell^2/q^2}, \quad (15)$$

$$F^{BP}(q^2) = F_{97}^{BP}(q^2) + F_{10}^{BP}(q^2), \quad \lambda(q^2) = (m_B^2 + m_P^2 - q^2)^2 - 4m_B^2 m_P^2 \quad (16)$$

$$F_{97}^{BP}(q^2) = \left(1 + \frac{2m_\ell^2}{q^2}\right) \left| C_9^{\text{eff}}(q^2) f_+^{BP}(q^2) + \frac{2m_b}{m_B + m_P} C_7^{\text{eff}}(q^2) f_T^{BP}(q^2) + L_A^{BP}(q^2) + \Delta C_V^{BP}(q^2) \right|^2, \quad (17)$$

$$F_{10}^{BP}(q^2) = \left(1 - \frac{4m_\ell^2}{q^2}\right) \left| C_{10}^{\text{eff}} f_+^{BP}(q^2) \right|^2 + \frac{6m_\ell^2}{q^2} \frac{(m_B^2 - m_P^2)^2}{\lambda(q^2)} \left| C_{10}^{\text{eff}} f_0^{BP}(q^2) \right|^2, \quad (18)$$

где S_P — множитель, учитывающий кварковую структуру конечного мезона, в частности, $S_{\pi^\pm} = 1$ и $S_{\pi^0} = 1/2$ для π -мезонов, $C_{7,9,10}^{\text{eff}}$ — эффективные коэффициенты Вильсона, включающие КХД поправки следующего за главным порядком теории возмущений [19], $L_A^{BP}(q^2)$ — слагаемое, учитывающее вклад аннигиляционных диаграмм, и $\Delta C_V^{BP}(q^2)$ — слагаемое, отвечающее за вклады больших расстояний.

Вклад аннигиляционных диаграмм [20] оказывает существенное влияние только на начало спектра по q^2 , поэтому его учет имеет смысл только для распадов $B^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-$ и $B^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ \mu^-$. Вклады больших расстояний получаются из двухчастичных распадов $B \rightarrow V\pi$, где $V = \rho^0, \omega, \phi, J/\psi, \psi(2S)$ — нейтральные векторные мезоны, с последующим рождением мезоном лептонной пары $V \rightarrow \ell^+ \ell^-$. Они могут быть представлены следующим образом [13]:

$$\Delta C_V^{B\pi}(q^2) = -16\pi^2 \times \frac{V_{ud}^* V_{ub} H^{(u)}(q^2) + V_{cd}^* V_{cb} H^{(c)}(q^2)}{V_{td}^* V_{tb}}, \quad (19)$$

$$H^{(p)}(q^2) = (q^2 - q_0^2) \times \sum_V \frac{k_V f_V A_{BV\pi}^p}{(m_V^2 - q_0^2)(m_V^2 - q^2 - im_V \Gamma_V^{\text{tot}})}, \quad (20)$$

где f_V и Γ_V^{tot} — постоянная распада и полная ширина распада векторного мезона соответственно, k_V — коэффициент кварковой структуры мезона, $A_{BV\pi}^p$ ($p = u, c$) — амплитуды перехода, и свободный параметр $q_0^2 = -1.0 \text{ ГэВ}^2$ выбран таким образом, чтобы обеспечить более хорошую сходимость знаменателя (20). Поскольку в работе рассматривается только пертурбативный вклад в распад $B \rightarrow \pi\tau^+\tau^-$, то вклад больших расстояний будет проанализирован в другой работе.

3. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ФОРМФАКТОРОВ $B \rightarrow P$ ПЕРЕХОДА

Дифференциальная вероятность распада (15) включает в себя три формфактора $B \rightarrow P$ перехода: $f_+(q^2)$,

$f_0(q^2)$ и $f_T(q^2)$. Среди известных в литературе параметризаций этих формфакторов рассмотрим такие, в которых ведется разложение по степеням функции $z(q^2, q_0^2)$, проецирующей q^2 в круг единичного радиуса. Первой рассмотрим параметризацию Бойда-Гринштейна-Лебеда (БГЛ) [21] ($i = +, 0, T$):

$$f_i(q^2) = \frac{1}{P_i(q^2) \phi_i(q^2, q_0^2)} \sum_{k=0}^N a_k^{(i)} [z(q^2, q_0^2)]^k, \quad (21)$$

$$z(q^2, q_0^2) = \frac{\sqrt{m_+^2 - q^2} - \sqrt{m_+^2 - q_0^2}}{\sqrt{m_+^2 - q^2} + \sqrt{m_+^2 - q_0^2}},$$

где $P_{i=+,T}(q^2) = z(q^2, m_{B^*}^2)$ и $P_0(q^2) = 1$ — множители Блашке, m_{B^*} — масса векторного B^* -мезона, $\phi_i(q^2, q_0^2)$ — функция [21], зависящая от изоспина и определяемая тремя параметрами K_i , α_i и β_i , $m_+ = m_B + m_\pi$, и $q_0^2 = 0.65(m_B - m_\pi)^2$. Коэффициенты разложения $a_k^{(i)}$ — непертурбативные параметры, значения которых определяются либо феноменологически, либо непертурбативными методами.

Параметризация более простого вида была предложена Боррелеем, Каприни и Леллошем (БКЛ) [22] ($i = +, T$):

$$f_i(q^2) = \frac{1}{1 - q^2/m_{B^*}^2} \sum_{k=0}^{N-1} b_k^{(i)} \times \left([z(q^2, q_0^2)]^k - (-1)^{k-N} \frac{k}{N} [z(q^2, q_0^2)]^N \right),$$

$$f_0(q^2) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k^{(0)} z(q^2, q_0^2)^k, \quad q_0^2 = m_+(\sqrt{m_B} - \sqrt{m_\pi})^2. \quad (22)$$

В расчетах для этой параметризации будет использовано разложение вплоть до $N = 4$.

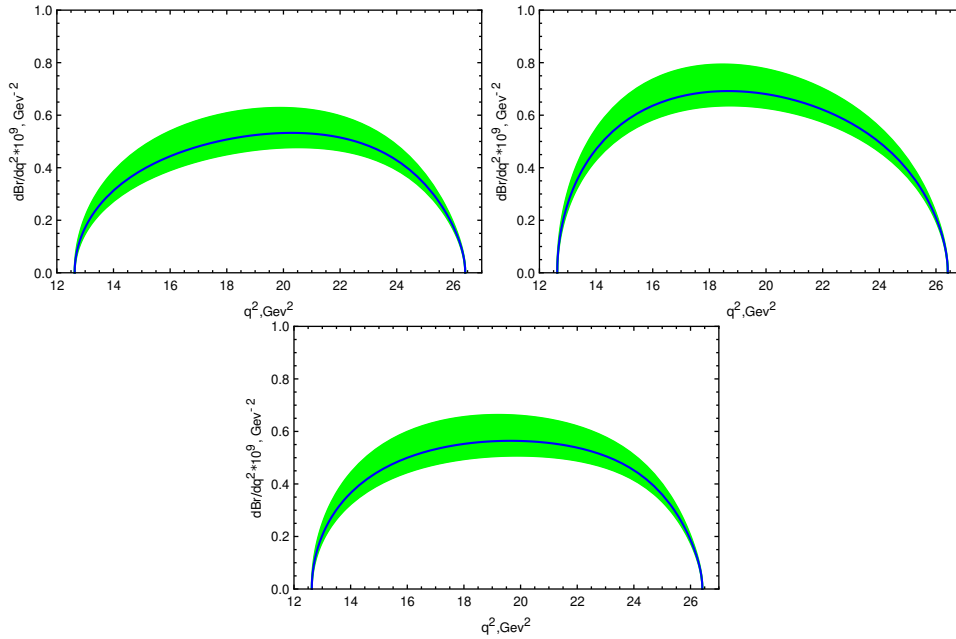


Рис. 2. Распределение по инвариантной массе лептонной пары в распаде $B^+ \rightarrow \pi^+ \tau^+ \tau^-$ для БГЛ (слева), БКЛ (справа) и мБКЛ (по центру) параметризаций формфакторов. Области зеленого цвета показывают разброс значений, возникающий из неопределенностей в выборе масштаба факторизации и ошибки экспериментального определения элемента V_{td} матрицы Каббиро-Кобаяши-Маскава

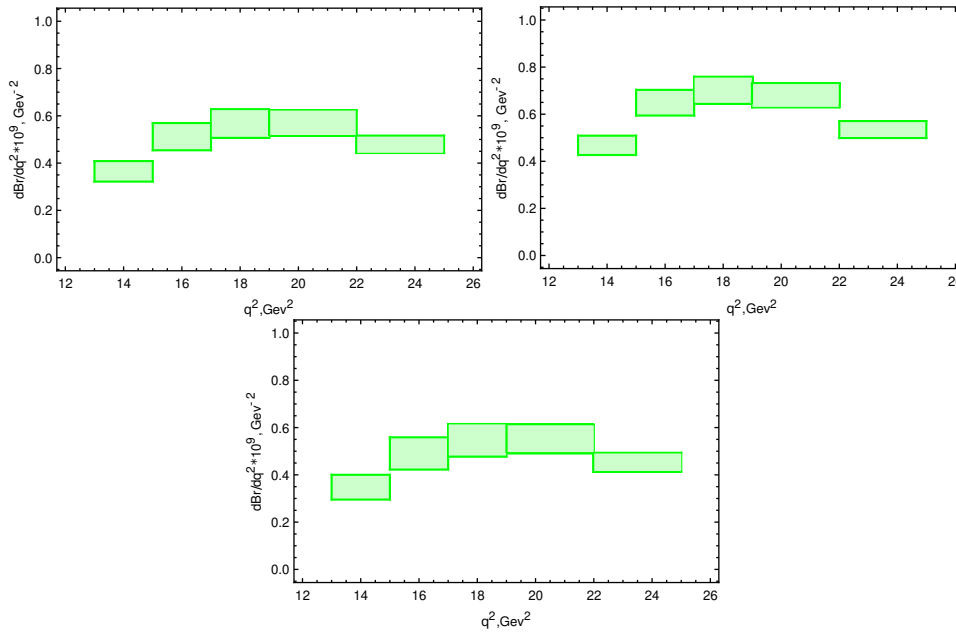


Рис. 3. Распределение по инвариантной массе лептонной пары в распаде $B^+ \rightarrow \pi^+ \tau^+ \tau^-$ по бинам для БГЛ (слева), БКЛ (справа) и мБКЛ (по центру) параметризаций формфакторов

Третья параметризация, используемая в настоящей работе, это модифицированная параметризация Боррелея, Каприни и Леллоша (мБКЛ) [23] ($i = +, T$):

$$f_i(q^2) = \frac{f_i(q^2 = 0)}{1 - q^2/m_{B^*}^2} \left[1 + \sum_{k=1}^{N-1} b_k^{(i)} \left(\bar{z}_k(q^2, q_0^2) - (-1)^{k-N} \frac{k}{N} \bar{z}_N(q^2, q_0^2) \right) \right], \tag{23}$$

$$f_0(q^2) = \frac{f_+(q^2 = 0)}{1 - q^2/m_{B_0}^2} \left[1 + \sum_{k=1}^N b_k^{(0)} \bar{z}_k(q^2, q_0^2) \right],$$

Таблица 2. Теоретические предсказания для полной вероятности распада $B^+ \rightarrow \pi^+\tau^+\tau^-$

	БГЛ	БКЛ	мБКЛ	[11]	[24]
$\text{Br}_{\text{th}} \times 10^9$	$7.56^{+0.74}_{-0.43}$	$6.00^{+0.81}_{-0.49}$	$6.28^{+0.76}_{-0.46}$	7.00 ± 0.70	$6.00^{+2.60}_{-2.10}$

где $\bar{z}_n(q^2, q_0^2) = z^n(q^2, q_0^2) - z^n(0, q_0^2)$ и q_0^2 принимает оптимальное значение из (22). Здесь, как и в двух других формфакторах $f_+(q^2)$ и $f_T(q^2)$, $f_0(q^2)$ также имеет полюс, но этот полюс реализуется при больших значениях q^2 , а именно, при $q^2 = m_{B_0}^2$, где m_{B_0} — масса скалярного B_0 -мезона.

4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ РАСПАДА $B^+ \rightarrow \pi^+\tau^+\tau^-$

Распределение по инвариантной массе пары тауонов для трех видов параметризаций формфакторов в рамках пертурбативных вычислений представлено на рис. 2.

Для полной вероятности распада, определяемой только пертурбативным вкладом, получаем результат $\text{Br}_{\text{th}}(B^+ \rightarrow \pi^+\tau^+\tau^-) = (6.00^{+0.81}_{-0.49}) \times 10^{-9}$ для БКЛ параметризации, который, как видно из табл. 2, находится в хорошем согласии со сделанными ранее предсказаниями [11, 24] в рамках других теоретических подходов. Значения коэффициентов БГЛ параметризации взяты из [10], где проводится процедура фитирования данных по распаду $B \rightarrow \pi \ell \nu_\ell$ и использованы соотношения между формфакторами $B \rightarrow K$ и $B \rightarrow \pi$ переходов. Значения коэффициентов БКЛ параметризации были получены в рамках решеточных вычислений КХД [25, 26], при этих значениях наиболее удачно описываются данные в конечной части спектра. В подходе мБКЛ [23] были использованы как решеточные вычисления [25, 26], так и правила сумм на световом конусе. Результаты расчетов относительной вероятности представлены в табл. 2. Хоть и наблюдается достаточно большой разброс в средних значениях, все они согласуются между собой в пределах двух стандартных отклонений.

Для исследования зависимости от параметризаций формфакторов, использованных в работе, мы построили интервальные распределения по инвариантной массе лептонной пары в распаде $B^+ \rightarrow \pi^+\tau^+\tau^-$, которые представлены на рис. 3. Видно, что предсказания для БГЛ параметризации лежат систематически выше предсказаний БКЛ и мБКЛ в каждом бине. По этой причине, и полная вероятность распада в этой параметризации оказалось наибольшей.

Поскольку распределение по инвариантной массе тауонной пары попадает в интервал $q^2 \in [4m_\tau^2, (m_B - m_\pi)^2]$, на него должны оказывать влияние $\psi(2S)$ - и более высокие чармониевые резонансы. Легко проверить, что вклад $\psi(2S)$ -резонанса является доминирующим и превышает все остальные более, чем на три порядка.

По этой причине следует учитывать только вклад от векторного $\psi(2S)$ -мезона. Поскольку в данной работе рассматривается только пертурбативный вклад, то влияние $\psi(2S)$ -мезона на вероятность $B \rightarrow \pi\tau^+\tau^-$ распада будет рассмотрено в следующей работе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрены редкие полулептонные распады B -мезонов, идущие за счет нейтрального $b \rightarrow d$ тока с изменением аромата. Получена дифференциальная вероятность редкого распада $B \rightarrow P\ell^+\ell^-$ в рамках метода эффективных электро-слабых гамильтонианов. Рассмотрены три параметризации формфакторов $B \rightarrow P$ перехода, и в рамках каждой из них получены теоретические предсказания для вероятности распада $B^+ \rightarrow \pi^+\tau^+\tau^-$. Расчеты проводились в следующем за главным порядке по α_s . Влияние выбора параметризации наиболее сильно проявляется при сравнении БГЛ и БКЛ параметризаций, что может быть объяснено получением коэффициентов разложения формфакторов в различных областях q^2 . Теоретические предсказания для каждой из параметризаций находятся в согласии друг с другом и с предсказаниями, сделанными ранее, в пределах погрешностей. Что касается экспериментальной проверки полученных значений, то обнаружение распадов, содержащих тауоны как конечные продукты распада, с достаточной точностью планируется коллаборацией Belle-II на масштабах интегральной светимости $\sim 5 \text{ абн}^{-1}$. Следует также отметить, что и коллаборация LHCb на имеющейся статистике B -мезонов детектирует события их распадов с рождением одиночных тау-лептонов, поэтому не исключена возможность поиска и обнаружения распадов с рождением тауонов и анти-тауонов на статистике, набранной коллаборацией LHCb в течение последующих периодов работы LHC.

Благодарности

Авторы выражают благодарность профессору Ахмеду Али (DESY, Гамбург) за обсуждения полученных результатов, ценные замечания и помощь при работе над статьей. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 22-22-00877, <https://rscf.ru/project/22-22-00877/>).

- [1] *He J.* // Nucl. Part. Phys. Proc. 2016. **273–275** P. 1370.
 [2] *Aaij R.* et al. (LHCb collaboration) // J. High Energy Phys. 2013. **08**. P. 131.
 [3] *Aaij R.* et al. (LHCb collaboration) // J. High Energy Phys. 2014. **06**. P. 133.
 [4] *Aaij R.* et al. (LHCb collaboration) // J. High Energy Phys. 2021. **11**. P. 043.
 [5] *Bobeth C., Hiller G., van Dyk D.* // J. High Energy Phys. 2011. **07**. P. 067.
 [6] *Bobeth C., Hiller G., van Dyk D.* // J. High Energy Phys. 2012. **01**. P. 107.
 [7] *Bouchard C., Lepage G. P., Monahan C., Na H., Shigemitsu J.* // Phys. Rev. Lett. 2013. **111**. P. 162002
 [8] *Aaij R.* et al. (LHCb collaboration) // J. High Energy Phys. 2012. **12**. P. 125.
 [9] *Aaij R.* et al. (LHCb collaboration) // J. High Energy Phys. 2015. **10**. P. 034.
 [10] *Ali A., Parkhomenko A.Ya., Rusov A.V.* // Phys. Rev. D. 2014. **89**. P. 094021.
 [11] *Faustov R.N., Galkin V.O.* // Eur. Phys. J. C. 2014. **74**. P. 2911.
 [12] *Ali A., Parkhomenko A.Ya., Rusov A.V.* // Phys. Atom. Nucl. 2015. **78**. P. 436.
 [13] *Hambrock C., Khodjamirian A., Rusov A.* // Phys. Rev. D. 2015. **92**. P. 074020.
 [14] *Ali, A., Parkhomenko, A., Parnova, I.* // J. Phys.: Conf. Ser. 2020. **1690**. P. 012162.
 [15] *Parnova I., Ali A., Parkhomenko A.* // PoS(PANIC2021). 2021. **158**.
 [16] *Buchalla G., Buras A. J., Lautenbacher M. E.* // Rev. Mod. Phys. 1996. **68**. P. 1125.
 [17] *Chetyrkin K. G., Misiak M., Munz M.* // Phys. Lett. B. 1997. **400**. P. 206–219. [Erratum: Phys. Lett. B. 1998. **425**. P. 414].
 [18] *Beneke M., Feldmann T.* // Nucl. Phys. B. 2001. **592** P. 3.
 [19] *Asatrian H.M., Bieri K., Greub C., Walker M.* // Phys. Rev. D. 2004. **69**. P. 074007.
 [20] *Beneke M., Feldmann T., Seidel D.* // Eur. Phys. J. C. 2005 **41**. P. 173.
 [21] *Boyd C., Grinstein B., Lebed R.* // Nucl. Phys. B. 1996. **461**. P. 493.
 [22] *Bourrely C., Caprini I., Lellouch L.* // Phys. Rev. D. 2009. **79**. P. 013008.
 [23] *Leljak D., Melic B., van Dyk D.* // J. High Energy Phys. 2021. **07**. P. 36.
 [24] *Wang W.-F., Xiao Z.-J.* // Phys. Rev. D. 2014. **86**. P. 114025.
 [25] *Bailey J. A.* et al. (Fermilab Lattice, MILC) // Phys. Rev. Lett. 2015. **115**. P. 152002.
 [26] *Bailey J. A.* et al. (Fermilab Lattice, MILC) // Phys. Rev. D. 2015. **92**. P. 014024.

Rare Semileptonic $B^+ \rightarrow \pi^+ \tau^+ \tau^-$ Decay within Perturbative QCD

I. M. Parnova^a, A. Ya. Parkhomenko^b

*Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, P.G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl 150003, Russia.
 E-mail: ^aparnova.irina@yandex.ru, ^bparkh@uniyar.ac.ru*

Rare B -meson decays originated by flavor changing neutral currents (FCNCs), $b \rightarrow s$ and $b \rightarrow d$ quark transitions, are especially sensitive to New physics effects due to the smallness of their decay widths. B -meson decays due to the $b \rightarrow s$ transition have been studied experimentally and theoretically, in a difference to $b \rightarrow d$ transitions, in particulear, the $B^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ \mu^-$ decay was observed by the LHCb collaboration in 2012 only. This decay is well studied theoretically and predictions are in agreement with experimental data obtained by the same collaboration in 2015. It is also of interest to consider a similar decay, where a pair of tauons is chosen as the final pair of leptons. Theoretical predictions for the $B^+ \rightarrow \pi^+ \tau^+ \tau^-$ branching fraction are presented based on the effective electroweak Hamiltonian approach, depending on the choice of the parametrization of the formfactors entering the $B \rightarrow \pi$ matrix elements. A possibility of the $B \rightarrow \pi \tau^+ \tau^-$ observation at the LHC and SuperKEKB is discussed.

PACS: 13.25.Hw.

Keywords: quark, transition matrix element, semileptonic decay, heavy meson, τ -lepton, branching fraction, effective electroweak Hamiltonian.

Received 25 October 2022.

Сведения об авторах

1. Парнова Ирина Михайловна — мл. науч. сотрудник; e-mail: parnova.irina@yandex.ru.
2. Пархоменко Александр Яковлевич — канд. физ.-мат. наук, доцент, зав. каф. теоретической физики; тел.: (485) 279-77-66, e-mail: parkh@uniyar.ac.ru.