

Распространение электромагнитного излучения в графеновых структурах

К. В. Бухенский¹, А. Б. Дюбуа^{1,а,*}, А. Н. Конюхов¹, С. И. Кучерявый², А. С. Сафошкин¹

¹Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, кафедра высшей математики. Россия, 390005, Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1

²Обнинский институт атомной энергетики НИЯУ МИФИ,

Институт общей профессиональной подготовки, кафедра общей и специальной физики
Россия, 249039, Калужская область, городской округ «Город Обнинск», г. Обнинск, тер. Студгородок, д. 1
(Поступила в редакцию 05.10.2022; подписана в печать 14.10.2022)

В работе развит модовый метод для изучения процессов дифракции электромагнитной волны с гауссовым распределением интенсивности на планарной структуре «металл–нелинейная пленка (графен)–полупроводник». Найдены условия возбуждения поверхностного поляритона в зависимости от геометрии структуры и параметров гауссова пучка.

PACS: 71.36.+c

УДК: 535.329

Ключевые слова: модовый метод, дифракция электромагнитной волны, поверхностный поляритон.

ВВЕДЕНИЕ

Процессы возбуждения поверхностной волны (поляритона) в результате дифракции электромагнитного излучения в средах представляют собой одну из важнейших задач интегральной оптики. По сравнению с процессами распространения электромагнитного излучения вдоль многослойных структур с параллельными границами раздела, которые хорошо изучены и систематизированы к настоящему времени [1, 2], дифракционные задачи изучены гораздо слабее. Особый интерес представляют процессы возбуждения и распространения электромагнитных волн вдоль планарных наноструктур, прежде всего на графене. Однако даже в самом простом приближении решение уравнений Максвелла при заданных граничных и краевых условиях приводит к громоздким интегродифференциальным уравнениям [3], которые имеют строго аналитическое решение только для определенных геометрий структур [4].

В данной работе решена задача для поверхностной волны на планарной гетероструктуре, привлекательность которой объясняется следующими факторами:

1. относительная простота используемых теоретических моделей распространения электромагнитного излучения вдоль таких структур;
2. фундаментальность получаемых результатов, позволяющая обобщить их на более сложные геометрии структур;
3. планарная геометрия в достаточной степени близка к действительности.

Поверхностный поляритон представляет собой поперечную магнитную ТМ-поляризованную оптическую волну, распространяющуюся вдоль поверхности границы металл-диэлектрик. Это связанное возбуждение

включает в себя колебания плотности электронного заряда в металлах и электромагнитных волн с максимумом на границе раздела и экспоненциально убывающих вглубь обеих сред.

Открытие графена и создание терагерцовых лазеров на графене [5] стимулировали теоретические [6] и экспериментальные [7] исследования процессов перераспределения электромагнитных волн на планарных структурах.

В работе [5] исследована дифракция электромагнитных волн для ТЕ и ТМ поляризаций для изотропных и анизотропных структур. При этом рассматривался процесс отражения падающей волны из воздуха ($\varepsilon_1 = 1$) в среду с проницаемостью $\varepsilon_2 = (\varepsilon_t, \varepsilon_t, \varepsilon_n)$ (графен). Из классической электромагнитной теории [7] коэффициенты отражения для ТМ- и ТЕ-волн выводятся как

$$r_{1/2}^{\text{TM}} = \frac{\varepsilon_t \cos \theta - \sqrt{\varepsilon_t - \left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_n}\right) \sin^2 \theta}}{\varepsilon_t \cos \theta + \sqrt{\varepsilon_t - \left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_n}\right) \sin^2 \theta}}, \quad (1)$$

$$r_{1/2}^{\text{TE}} = \frac{\cos \theta - \sqrt{\varepsilon_t - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon_t - \sin^2 \theta}},$$

где θ — угол падения. Таким образом, коэффициенты пропускания для ТМ- и ТЕ-волн составляют

$$t_{1/2}^{\text{TM}} = \frac{2\varepsilon_t \cos \theta}{\varepsilon_t \cos \theta + \sqrt{\varepsilon_t - \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_n} \sin^2 \theta}}, \quad (2)$$

$$t_{1/2}^{\text{TE}} = \frac{2 \cos \theta}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon_t - \sin^2 \theta}}$$

соответственно; в идеальном случае без потерь пропускная способность ТЕ-волн равняется $T^{\text{TE}} = 1 - |r_{1/2}^{\text{TE}}|^2$. Когда область 2 является изотропной средой (т.е. $\varepsilon_t = \varepsilon_n$), из анализа выражений для коэффициентов отражения следует, что для ТМ-

* dubois.a.b@rsreu.ru

и ТЕ-волн отражательная способность будет отлична от нулевой, за исключением случаев, когда угол падения является углом Брюстера для ТМ-волн [7].

Когда область 2 (графен) является оптически одноосной средой (т.е. $\varepsilon_t \neq \varepsilon_n$), мы находим, что полного поляризационного расщепления можно достичь с помощью $|r_{1|2}^{\text{TM}}| = 1$ и $|r_{1|2}^{\text{TE}}| = 0$, т.е. полной отражательной способности для ТМ-волн и полной пропускной способности для ТЕ-волн для произвольного угла падения. Соответствующим условием является $\varepsilon_t = 1$ и $\varepsilon_n = 0$. В рассмотренной в работе [5] структуре полное поляризационное расщепление не зависит от угла падения благодаря вращательной симметрии структуры относительно нормали к поверхности. Кроме того, полного поляризационного расщепления также можно добиться с помощью тонкого слоя такой одноосной среды.

Недостаток данной теории в этом случае состоит, во-первых, в том, что расчеты были выполнены без учета возбуждения поверхностного поляритона, а во-вторых, не была учтена зависимость диэлектрической проницаемости от частоты. Однако при рассмотрении дифракционной задачи возможно достижение необходимых условий для распространения поверхностного поляритона при терагерцовых частотах.

На рис. 1 представлены частотные зависимости диэлектрических функций для распространения колебаний в направлениях вдоль и перпендикулярно к плоскости планарной структуры [12].

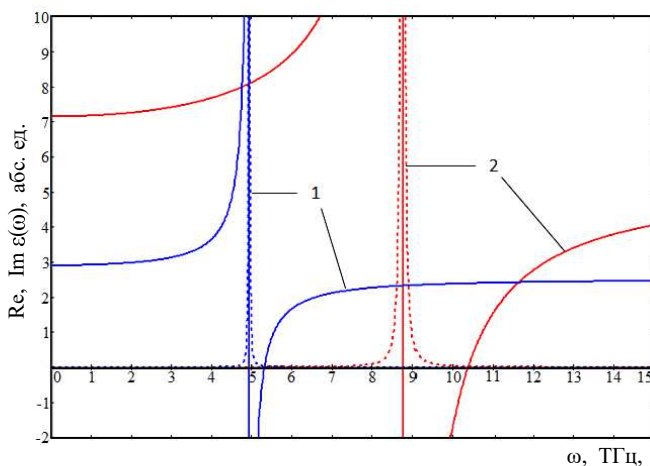


Рис. 1. Частотная зависимость диэлектрической функции для монослоя графена. Сплошные линии — действительная часть диэлектрической функции, пунктирные — мнимая часть. 1 — распространение колебаний в направлении плоскости пленки, 2 — распространение колебаний в направлении, перпендикулярном к плоскости пленки

1. МОДОВЫЙ МЕТОД

Впервые модовый метод решения задачи о дифракции электромагнитной волны был предложен в ра-

боте [8]. Планарная структура, в которой границы раздела — параллельные и перпендикулярные плоскости, легко исследуется в рамках существующих теорий дифракции плоских и поверхностных волн. Основная особенность метода — сведение достаточно сложных интегродифференциальных уравнений к алгебраическим, что делает этот метод привлекательным с точки зрения вычислительных процедур. Так, например, в [9] была решена задача отражения поверхностного поляритона от структуры «полупроводник–металл».

Рассмотрим процесс дифракции электромагнитной волны с гауссовым распределением на структуре из 4 сред (рис. 2) с диэлектрическими проницаемостями: ε_1 — вакуум, $\varepsilon_2(\omega)$ — металл, $\varepsilon_3(\omega)$ — нелинейная тонкая пленка, ε_4 — полупроводник.

В левой полуплоскости (при $x < 0$) присутствуют отраженное и падающее излучения, в правой полуплоскости ($x > 0$) будут присутствовать моды прошедшего излучения и, как будет показано далее, моды поверхностного поляритона [10]. Суть метода — представление падающего, отраженного и прошедшего излучения как интеграла перекрытия мод. Исследование процесса возбуждения поверхностного поляритона на планарной структуре представляет собой обычную краевую задачу с заданными граничными условиями.

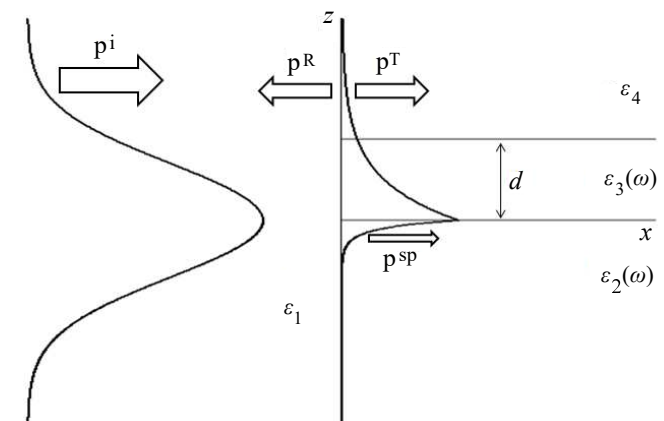


Рис. 2. Геометрия структуры и процесс возбуждения поверхностного поляритона. Пояснения в тексте

В соответствии с гармоническим характером вдоль оси x получим:

$$\{\mathbf{H}(x, z), \mathbf{E}(x, z)\} = \{\mathbf{H}(z), \mathbf{E}(z)\} e^{ik_x x}. \quad (3)$$

Наибольший интерес вызывает процесс дифракции электромагнитной волны с возбуждением поверхностного поляритона. Данный процесс возможен лишь в случае Н-волны [11] (так называемое ТМ-поляризованное излучение), для которой с учетом выбранной геометрии структуры отличны от нуля проекции E_x , E_z , H_y , и при $\varepsilon_2(\omega) < 0$.

Легко показать, что эти проекции электромагнитной

волны связаны друг с другом как:

$$\begin{aligned} E_x(x, z) &= \frac{ic}{\omega \varepsilon(\omega)} \frac{\partial H_y(x, z)}{\partial z}, \\ E_x(z) &= \frac{ic}{\omega \varepsilon(\omega)} \frac{dH_y(z)}{dz}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} E_z(x, z) &= \frac{ic}{\omega \varepsilon(\omega)} \frac{\partial H_y(x, z)}{\partial x}, \\ E_z(z) &= -\frac{c}{\omega \varepsilon(\omega)} k_x H_y(z). \end{aligned} \quad (5)$$

С учетом граничных условий

$$H_y(z = -0) = H_y(z = +0), E_x(z = -0) = E_x(z = +0) \quad (6)$$

волновое уравнение для магнитного поля и проекции волнового вектора k_x для рис. 2 имеет вид

$$\frac{d^2 H_y}{dz^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_i - k_x^2 \right] H_y = 0. \quad (7)$$

Решение уравнения (7) при $x < 0$ имеет вид

$$H_{1y}(z) = B_1 \exp(i\beta z) + B_2 \exp(-i\beta z), \quad (8)$$

$$E_{1z}(z) = -\frac{ck_x^{(1)}}{\omega \varepsilon_1} [B_1 \exp(i\beta z) + B_2 \exp(-i\beta z)], \quad (9)$$

где β — поперечное волновое число в средах (2) и (3)

$$\beta^2 + \left(k_x^{(1)}\right)^2 = k_0^2 \varepsilon_1, \quad (10)$$

где $k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$ — волновое число в вакууме, λ — длина волны падающего излучения.

В средах (2) и (3) в рамках предложенной модели будет по две гармоники, т.е. такое излучение будет вырожденным (удобно их обозначать «+» и «-» гармониками), и соответственно в силу вырождения получим неопределенные коэффициенты для волнового числа k_x .

Используя условия ортогональности и нормировки [12], получаем

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} E_{1z}^{\beta \pm} H_{1z}^{\beta \mp'} dz &= 0, \\ \text{и} \\ \int_{-\infty}^{\infty} E_{1z}^{\beta \pm} H_{1y}^{\beta \pm'} dz &= -\frac{c}{\omega} k_x^{(1)} \delta(\beta - \beta'). \end{aligned} \quad (11)$$

Коэффициенты B_1 и B_2 из (8) равны

$$B_1 = B_2^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{2\pi}} (1 \pm i). \quad (12)$$

Таким образом, в среде (??) получим

$$H_{1y}^{\beta \pm}(z) = \frac{1}{2} B_{1\beta} [(1 \mp i) \exp(-i\beta z) + (1 \pm i) \exp(i\beta z)], \quad (13)$$

где $B_{1\beta} = (\varepsilon_1/2\pi)^{1/2}$ — нормировочная постоянная.

Тогда падающее и отраженное излучения будут записаны в виде

$$\mathfrak{H}_{1y}^i(x, z) = \int_0^\infty \left[I_\beta^+ H_{1y}^{\beta+} + I_\beta^- H_{1y}^{\beta-} \right] \exp\left(ik_x^{(1)}x\right) d\beta, \quad (14)$$

$$\mathfrak{H}_{1y}^r(x, z) = \int_0^\infty \left[R_\beta^+ H_{1y}^{\beta+} + R_\beta^- H_{1y}^{\beta-} \right] \exp\left(-ik_x^{(1)}x\right) d\beta, \quad (15)$$

где I_β и $R_\beta^\pm$ — амплитуды падающей и отраженной волн.

Представим магнитное поле в виде

$$\mathfrak{H}(x, z) = G(z) \exp(-ik_x x)$$

при аппроксимации гауссова пучка

$$G(z) = C_0 / (1 + z^2/W_0^2),$$

где C_0 — амплитуда, а W_0 — полуширина пучка.

Далее используем свойства дельта-функции и после элементарных преобразований получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} G(z) E_{1z}^{\beta \pm} dz = -\frac{c}{\omega} k_x^{(1)} I_\beta^\pm, \quad (16)$$

откуда

$$I_\beta^+ = I_\beta^- \equiv I_\beta = C_0 W_0 \sqrt{\frac{\pi}{2\varepsilon_1}} \exp(-\beta W_0). \quad (17)$$

Проекция вектора Пойнтинга на ось распространения Ох для падающего излучения имеет вид [12]

$$P_x = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [\mathfrak{E}_{1z} \mathfrak{H}_{1y}^*]_x dz \right\}. \quad (18)$$

Для падающего и отраженного излучений [среда (1)] получим [11]:

$$P_x^i = \frac{c^2}{4\pi\omega} \int_0^\infty I_\beta I_\beta^* k_x^{(1)} d\beta = \frac{A}{8\pi} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} C_0^2 W_0 \frac{\pi}{2}, \quad (19)$$

$$P_x^R = \frac{c^2}{8\pi\omega} \int_0^\infty \left(R_\beta^+ R_\beta^{+*} + R_\beta^- R_\beta^{-*} \right) k_x^{(1)} d\beta. \quad (20)$$

В средах (2), (3), (4) объемное излучение представляется как:

$$H_{2y}^\beta(z) = \begin{cases} D_1 \exp(-i\beta z) + D_2 \exp(i\beta z), & z > d \\ D_3 \exp(-i\beta z) + D_4 \exp(i\beta z), & 0 < z < d, \\ D_5 \exp(-\rho z), & z < 0, \end{cases} \quad (21)$$

$$E_{2z}^{\beta}(z) = -\frac{c}{\omega} k_x^{(2)} \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_4} [D_1 \exp(-i\beta z) + D_2 \exp(i\beta z)], & z > d, \\ \frac{1}{\varepsilon_3(\omega)} [D_3 \exp(-i\beta z) + D_4 \exp(i\beta z)], & 0 < z < d, \\ \frac{1}{\varepsilon_2(\omega)} D_5 \exp(-\rho z), & z < 0, \end{cases} \quad (22)$$

при этом волновые числа связаны уравнениями:

$$\begin{aligned} \beta^2 + \left(k_x^{(2)}\right)^2 &= k_0^2 \varepsilon_3(\omega), \\ -\rho^2 + \left(k_x^{(2)}\right)^2 &= k_0^2 \varepsilon_2. \end{aligned} \quad (23)$$

Нормировочные константы равны:

$$D_5 = D_{2\beta},$$

$$\begin{aligned} D_1 &= D_2^* = \frac{1}{2} D_{2\beta} \left(1 + i \frac{\rho}{\beta} \frac{\varepsilon_4}{\varepsilon_3(\omega)}\right), \\ D_3 &= D_4^* = \frac{1}{2} D_{2\beta} \left(1 + i \frac{\rho}{\beta} \frac{\varepsilon_3(\omega)}{\varepsilon_2(\omega)}\right) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\text{при } D_{2\beta} = \sqrt{\frac{(\varepsilon_2(\omega)\beta)^2 \varepsilon_3(\omega) \varepsilon_4}{\pi[(\varepsilon_2(\omega)\beta)^2 + (\varepsilon_3(\omega)\rho)^2 + (\varepsilon_4\rho)^2]}}.$$

Поверхностный поляритон на границе раздела (2)–(3) представим в виде:

$$H_{2y}^{\tau}(z) = \begin{cases} S_1 \exp(-k_1 z), & z > 0, \\ S_2 \exp(k_2 z), & z < 0, \end{cases} \quad (25)$$

$$E_{2z}^{\tau}(z) = -\frac{c}{\omega} k_s \begin{cases} \frac{S_1}{\varepsilon_3(\omega)} \exp(-k_1 z), & z > 0, \\ \frac{S_2}{\varepsilon_2(\omega)} \exp(k_2 z), & z < 0. \end{cases} \quad (26)$$

Если k_1 и k_2 — проекции волнового числа k_s на оси распространения, то

$$\begin{aligned} k_1 &= \sqrt{k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_3(\omega)}, \\ k_2 &= \sqrt{k_s^2 + \frac{\omega^2}{c^2} |\varepsilon_2(\omega)|}. \end{aligned} \quad (27)$$

Пусть поверхностный поляритон удовлетворяет условию

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_{2z}^{\tau} H_{2C}^{\tau*} dz = -\frac{A}{\omega} k_s, \quad (28)$$

т.е. нормирован по оси Oz . Тогда для коэффициентов в (25) и (26) справедливо

$$S_1 = S_2 = S_{2\tau} = \left[\frac{1}{2k_2 \varepsilon_2(\omega)} + \frac{1}{2k_1 \varepsilon_3(\omega)} \right]^{-1/2}. \quad (29)$$

Отсюда (36) и (37) могут быть представлены в виде:

$$H_{2y}^{\tau}(z) = S_{2\tau} \begin{cases} \exp(-k_1 z), & z > 0, \\ \exp(k_2 z), & z < 0, \end{cases} \quad (30)$$

$$E_{2z}^{\tau}(z) = -\frac{c}{\omega} S_{2\tau} \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_3(\omega)} \exp(-k_1 z), & z > 0, \\ \frac{1}{\varepsilon_2(\omega)} \exp(k_2 z), & z < 0. \end{cases} \quad (31)$$

Аналогичные выражения получаются для границы раздела (3)–(4) в случае $\varepsilon_3(\omega) < 0$.

Таким образом, магнитное поле при $x > 0$ в амплитудном выражении имеет вид

$$\begin{aligned} \mathfrak{H}_{2y}^t(x, z) &= T H_{2y}^{\tau} \exp(ik_s x) + \\ &+ \int_0^{\infty} [T_{\beta} H_{2y}^{\beta}] d\beta \exp(ik_x^{(2)} x), \end{aligned} \quad (32)$$

где объемная и поверхностная волны выражаются через их амплитуды T_{β} и T соответственно.

Проекция вектора Пойнтинга вдоль оси распространения (прошедший поток) в амплитудном представлении имеет вид [12]

$$P_x^T = \frac{c^2}{8\pi\omega} \left[T T^* k_s + \int_0^{\infty} T_{\beta} T_{\beta}^* k_x^{(2)} d\beta \right]. \quad (33)$$

Применим к полученным уравнениям (19), (20), (33) условие непрерывности электрических и магнитных полей на границе $x = 0$, т.е.

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \left[(I_{\beta} + R_{\beta}^+) H_{1y}^{\beta+} + (I_{\beta} + R_{\beta}^-) H_{1y}^{\beta-} \right] d\beta &= \\ = T H_{2y}^{\tau} + \int_0^{\infty} T_{\beta} H_{2y}^{\beta} d\beta, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \left[(I_{\beta} - R_{\beta}^+) E_{1z}^{\beta+} + (I_{\beta} - R_{\beta}^-) E_{1z}^{\beta-} \right] d\beta &= \\ = T E_{2z}^{\tau} + \int_0^{\infty} T_{\beta} E_{2z}^{\beta} d\beta. \end{aligned} \quad (35)$$

Умножая уравнения (34) и (35) последовательно на $E_{1z}^{\beta\pm'}$ и $H_{2y}^{\beta'}$ и принимая во внимание условия нормировки и ортогональности, получаем:

$$\begin{aligned} -\frac{c}{\omega} k_x^{(1)} (I_{\beta} + R_{\beta}^{\pm}) &= T \int_{-\infty}^{\infty} E_{1z}^{\beta\pm'} H_{2y}^{\tau} dz + \\ &+ \int_0^{\infty} T_{\beta} \int_{-\infty}^{\infty} E_{1z}^{\beta\pm'} H_{2y}^{\beta} dz d\beta, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} -\frac{c}{\omega} k_x^{(2)} T_{\beta} &= \int_0^{\infty} \left[(I_{\beta} - R_{\beta}^+) \int_{-\infty}^{\infty} H_{2y}^{\beta'} E_{1z}^{\beta+} dz + \right. \\ &\left. + (I_{\beta} - R_{\beta}^-) \int_{-\infty}^{\infty} H_{2y}^{\beta'} E_{1z}^{\beta-} dz \right] d\beta, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} -\frac{c}{\omega} k_s T &= \int_0^{\infty} \left[(I_{\beta} - R_{\beta}^+) \int_{-\infty}^{\infty} H_{2y}^{\tau} E_{1z}^{\beta+} dz + \right. \\ &\left. + (I_{\beta} - R_{\beta}^-) \int_{-\infty}^{\infty} H_{2y}^{\tau} E_{1z}^{\beta-} dz \right] d\beta. \end{aligned} \quad (38)$$

Вычисление интегралов перекрытия мод в (36)–(38) не вызывает трудностей:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_{2y}^{\beta'} E_{1z}^{\beta\pm} dz = -k_x^{(1)} \frac{c}{\omega} \left\{ H_{2y}^{\beta'}, E_{1z}^{\beta\pm} \right\} \delta(\beta - \beta'), \quad (39)$$

$$\text{где } \left\{ H_{2y}^{\beta}, E_{1z}^{\beta\pm} \right\} = B_{1\beta} D_{2\beta} \frac{\pi}{2\varepsilon_1} \left[1 \pm \frac{\varepsilon_3(\omega)}{\varepsilon_2(\omega)} \frac{\rho}{\beta} \right];$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_{1z}^{\beta\pm} H_{2y}^{\tau} dz = -\frac{c}{\omega} k_x^{(1)} \left\{ E_{1z}^{\beta\pm}, H_{2y}^{\tau} \right\}, \quad (40)$$

$$\text{где } \left\{ E_{1z}^{\beta\pm}, H_{2y}^{\tau} \right\} = B_{1\beta} S_{2\tau} \frac{1}{\varepsilon_1} \left(\frac{k_2 \pm \beta}{k_2^2 + \beta^2} + \frac{k_1 \mp \beta}{k_1^2 + \beta^2} \right).$$

Решение системы (36)–(39) есть:

$$\begin{aligned} T_{\beta} &= I_{\beta} T' - T T'', \\ R_{\beta}^{\pm} &= I_{\beta} R'_{\pm} - T R''_{\pm}, \end{aligned} \quad (41)$$

$$T = \frac{\int_0^{\infty} k_x^{(1)} I_{\beta} \left[(1 - R'_+) \left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^{\tau} \right\} + (1 - R'_-) \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^{\tau} \right\} \right] d\beta}{k_s + \int_0^{\infty} k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^{\tau} \right\} R''_+ + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^{\tau} \right\} R''_- \right] d\beta}, \quad (42)$$

где введены обозначения:

$$\begin{aligned} T' &= \frac{2k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^{\beta} \right\} + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^{\beta} \right\} \right]}{k_x^{(2)} + k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^{\beta} \right\}^2 + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^{\beta} \right\}^2 \right]}, \\ T'' &= \frac{k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^{\beta} \right\} \left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^{\tau} \right\} + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^{\beta} \right\} \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^{\tau} \right\} \right]}{k_x^{(2)} + k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^{\beta} \right\}^2 + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^{\beta} \right\}^2 \right]}. \end{aligned} \quad (43)$$

Необходимо отметить, что формулы (36)–(43) являются в некотором смысле «универсальными», т.е. их общий вид не зависит от количества сред при $x > 0$. Таким образом, количество сред будет определять только вид интегралов перекрытия мод $\left\{ H_{2y}^{\beta}, E_{1z}^{\beta\pm} \right\}$, $\left\{ E_{1z}^{\beta\pm}, H_{2y}^{\tau} \right\}$.

2. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

Непосредственно можно проверить соответствие полученных результатов закону сохранения энергии: $P^i = P^R + P^T + P^{sp}$, где P^i — падающее излучение, P^R — отраженное объемное излучение, P^T — прошедшее излучение и P^{sp} — поток поверхностного поляритона и закона Френеля.

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \left(2I_{\beta} I_{\beta}^* - R_{\beta}^+ R_{\beta}^{+*} - R_{\beta}^- R_{\beta}^{-*} \right) k_x^{(1)} d\beta &= \\ &= T T^* k_s + \int_0^{\infty} T_{\beta} T_{\beta}^* k_x^{(2)} d\beta. \end{aligned} \quad (44)$$

Подберем такие параметры гауссова пучка, чтобы прошедшие и отраженные волны выражались в долях

падающего излучения. Используем нормировку

$$\begin{aligned} C_n &= C_0/G, \\ W_n &= (2\pi/\lambda) W_0, k'_x = k_x/k_0. \end{aligned} \quad (45)$$

Падающий поток в амплитудном представлении будет равен

$$\begin{aligned} P_x^i &= \frac{c^2}{4\pi\omega} \int_0^{\infty} I_{\beta} I_{\beta}^* k_x^{(1)} d\beta = \frac{A}{8\pi} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} C_0^2 W_0 \frac{\pi}{2} = \\ &= \left[\frac{cG^2\lambda}{16\pi^2} \right] \left(\frac{\pi C_n^2 W_n}{2\sqrt{\varepsilon_1}} \right). \end{aligned} \quad (46)$$

Из (46) следует, что можно прийти к безразмерному описанию потока вектора Пойнтинга. Например, для падающего потока получим:

$$\begin{aligned} P_{x,norm}^i &= \frac{\pi C_n^2 W_n}{2\sqrt{\varepsilon_1}} = 1 \\ &\text{при} \\ C_n &= \sqrt{\frac{2\sqrt{\varepsilon_1}}{\pi W_n}}. \end{aligned} \quad (47)$$

Представим модельное решение. Пусть нормированная величина полуширины падающего потока равна $W_n = 25$. Тогда численный расчет приводит к значениям, представленным в таблице.

При небольших значениях полуширины пучка амплитуда для поверхностного поляритона имеет вид

$$T = \left[\frac{2W_n^{1/2}\Omega}{\sqrt{\varepsilon_3}} \right] \frac{\int_0^\infty \exp(-\beta W_n) \left[\left(\frac{k_2}{k_2^2 + \beta^2} + \frac{k_1}{k_1^2 + \beta^2} \right) + \left(\frac{\beta}{k_2^2 + \beta^2} - \frac{\beta}{k_1^2 + \beta^2} \right) \right] d\beta}{\sqrt{\varepsilon_3} + \Omega^2 \int_0^\infty \left[\left(\frac{k_2 + \beta}{k_2^2 + \beta^2} + \frac{k_1 - \beta}{k_1^2 + \beta^2} \right)^2 + \left(\frac{k_2 - \beta}{k_2^2 + \beta^2} + \frac{k_1 + \beta}{k_1^2 + \beta^2} \right)^2 \right] d\beta} \quad (48)$$

где $\Omega = \left[\frac{\varepsilon_3(\omega)k_1\varepsilon_2(\omega)k_2}{\pi(\varepsilon_3(\omega)k_1 + \varepsilon_2(\omega)k_2)} \right]^{1/2}$.

Таким образом, получим

$$T = 4 \sqrt{\frac{W_n \pi}{\sqrt{|\varepsilon_2(\omega)|}}} \left[\varepsilon_3(\omega) (Y_1 + Y_2) + \sqrt{\varepsilon_3(\omega)} (Y_4 - Y_3) \right], \quad (49)$$

где

$$Y_1 = \cos(k_1 W_n) \left[\frac{\pi}{2} - Si(k_1 W_n) \right] + \sin(k_1 W_n) Ci(k_1 W_n),$$

$$Y_2 = \cos(k_2 W_n) \left[\frac{\pi}{2} - Si(k_2 W_n) \right] + \sin(k_2 W_n) Ci(k_2 W_n),$$

$$Y_3 = \sin(k_1 W_n) \left[\frac{\pi}{2} - Si(k_1 W_n) \right] - \cos(k_1 W_n) Ci(k_1 W_n),$$

$$Y_4 = \sin(k_2 W_n) \left[\frac{\pi}{2} - Si(k_2 W_n) \right] - \cos(k_2 W_n) Ci(k_2 W_n),$$

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt, Ci(x) = - \int_x^\infty \frac{\cos t}{t} dt.$$

Следует отметить, что несомненный интерес вызывают дифракционные задачи, в которых геометрия структуры не является плоскопараллельной.

Таблица. Зависимости величин потоков от значений диэлектрических проницаемостей

ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	P^R	P^T	P^{sp}
1	-20	1	11.7	0.45	0.45	0.1
1	-50	5	12.0	0.54	0.29	0.17
1	-100	10	12.2	0.67	0.14	0.21
1	-1000	15	12.4	0.79	0.09	0.12

Кроме того, определенные сложности возникают при решении интегродифференциальных уравнений Максвелла при падении гауссова пучка под углом, отличным от нормального. Даже формальный переход к новой системе координат

$$\begin{cases} z = z' \cos \theta - x' \sin \theta, \\ x = z' \sin \theta - x' \cos \theta, \end{cases}$$

ведет к значительному усложнению не только самого решения уравнений, но и самой модели. Необходимо рассматривать распространение поверхностного поляритона не только вдоль Ox , но и вдоль Ox' .

Эта задача и будет объектом дальнейшего развития предложенной теории.

- [1] Маркузе Д. Оптические волноводы. Пер. с англ. / под ред. В.В. Шевченко. М.: Мир, 1974.
- [2] Нефедов Е.И. Дифракция электромагнитных волн на диэлектрических структурах. М.: Наука, 1978.
- [3] Киселев В.А. // Квантовая электроника. 1974. **1**, № 2. С. 329.
- [4] Шевченко В.В. Плавные переходы в открытых волноводах. М.: Наука, 1978.
- [5] Chakraborty S., Marshall O.P., Folland T.G., Kim Y.-J., Grigorenko A.N., Novoselov K.S. // Science. 2016. **351**, N 6270. P. 246.
- [6] Shah Sh., Lin X., Shen L., Renuka M., Zhang B., Chen H. // Phys. Rev. Applied. 2018. **10**, N 3. P. 034025.
- [7] Afanogenov B.I., Kopylova D.S., Abrashitova K.A., Bessonov V.O., Anisimov A.S., Dyakov S.A., Gippius

- N.A., Gladush Yu.G., Fedyanin A.A., Nasibulin A.G. // Phys. Rev. Applied. 2018. **9**, N 2. P. 024027.
- [8] Агранович В.М., Кравцов В.Е., Лескова Т.А. // ЖЭТФ. 1981. **8**, Вып. 5. С. 1828.
- [9] Voronko A.I., Klimova L.G., Shkerdin G.N. // Solid State Comm. 1987. **61**, N 6. P. 361.
- [10] Поверхностные поляритоны / под ред. В.М. Аграновича, Д.М. Миллса. М.: Наука, 1985.
- [11] Бухенский К.В., Дюбуа А.Б., Конюхов А.Н., Кучерявый С.И., Машина С.Н., Сафошкин А.С. // Журнал Средневолжского математического общества. 2017. **19**, № 3. С. 73.
- [12] Дюбуа А.Б., Лысов Р.В. // Математическое моделирование. 2006. **18**. № 3. С. 3.

Propagation of electromagnetic radiation in graphene structures**K.V. Bukhensky¹, A.B. Dubois^{1,a}, A.N. Konuhov¹, S.I. Kucheryavyy², A.S. Safoshkin¹**¹*Department of Higher Mathematics, Faculty of Physics, V.F. Utkin Ryazan State Radioengineering University
Ryazan 390005, Russia*²*Department of General and Special Physics, Institute of General Professional Training, National Research Nuclear University
(NRNU) MEPhI Obninsk Institute For Nuclear Power Engineering (OINPE)
Obninsk 249039, Russia
E-mail: ^adubois.a.b@rsreu.ru*

In this work, a mode method is developed for studying the processes of diffraction of an electromagnetic wave with a Gaussian intensity distribution on a planar structure «metal–nonlinear film (graphene)–semiconductor». The conditions for the excitation of a surface polariton are found depending on the geometry of the structure and the parameters of the Gaussian beam.

PACS: 71.36.+c.

Keywords: mode method, electromagnetic wave diffraction, surface polariton.*Received 05 October 2022.***Сведения об авторах**

1. Бухенский Кирилл Валентинович — канд. физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой.
2. Дюбуа Александр Борисович — канд. физ.-мат. наук, доцент; e-mail: dubois.a.b@rsreu.ru.
3. Конюхов Алексей Николаевич — канд. физ.-мат. наук, доцент.
4. Кучерявый Сергей Иванович — канд. физ.-мат. наук, доцент.
5. Сафошкин Алексей Сергеевич — канд. физ.-мат. наук, доцент.