

## Компьютерное обучение физике: механические колебания и волны, кинематика и динамика твердого тела

В.Ю. Иванов<sup>1,\*</sup>, И.Б. Иванова<sup>1,†</sup>, М.А. Терентьев<sup>2,‡</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра общей физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 22

<sup>2</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 10.07.2022; подписана в печать 04.08.2022)

Рассмотрен пример обучающего интерактивного теста. В качестве обучающих задач выбраны классические задачи общей физики из раздела механики. Предложена структура теста. Приведены примеры обучающих подсказок.

PACS: 01.50.H-, 01.50.Kw

УДК: 371.388.6, 374.1

Ключевые слова: компьютерное тестирование, компьютерное обучение, классические задачи механики.

### ВВЕДЕНИЕ

За последние два года пандемии коронавируса широкое распространение приобрело так называемое дистанционное обучение. Этот вид обучения зарекомендовал себя, как хорошее подспорье для тех, кто хочет повысить уровень своих знаний или узнать что-то новое. Заметим, что речь идет не о дистанционных курсах, проводимых в реальном времени с присутствием преподавателя, а об обучающих компьютерных программах и тестах, когда учащийся работает исключительно с компьютером. Данный вид обучения имеет свои преимущества и недостатки по сравнению с классическим аудиторным обучением. Главным недостатком является отсутствие общения с преподавателем, которое заменяется общением с компьютером. А чтобы компьютер начал играть роль преподавателя, он должен научиться отвечать на вопросы и давать подсказки. Именно о таком интерактивном обучающем компьютерном тесте идет речь в данной публикации. Настоящая статья является продолжением статьи, опубликованной в журнале Ученые Записки Московского Университета в 2019 г. [1].

### 1. ОТ ТЕСТА ДЛЯ ПРОВЕРКИ К ТЕСТУ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ

На кафедре общей физики физического факультета МГУ уже много лет применяется система компьютерного тестирования по общей физике для студентов первого и второго курсов. Компьютерные тесты хорошо зарекомендовали себя в качестве инструмента, позволяющего преподавателю быстро и весьма объективно про-

верить текущие знания студентов, а студентам — быстро оценить степень своей подготовки по изучаемому предмету. Мы занимались разработкой компьютерных тестов по механике для студентов первого курса. В настоящее время компьютерный тест по механике состоит из трех частей. Первая часть — это вступительное тестирование, которое студенты проходят сразу после поступления на физический факультет и которое фактически направлено на определение начальной подготовки студентов по механике. Вторая часть — промежуточное тестирование, которое проходит в середине семестра и направлено на проверку текущих знаний студентов и определение степени усвоения ими нового материала. И, наконец, третья часть — это так называемое итоговое тестирование, проводимое в конце семестра накануне сессии, которое позволяет преподавателю и студенту определить степень подготовки последнего к зачету. Все тесты проводятся в дисплейном классе. Студенты решают задачи теста и дают ответы, выбирая их из предложенных вариантов. Очевидно, что в таком виде тест — это способ контроля знаний и умений, но не способ обучения, поскольку, если получен и выбран неправильный ответ, то никаких объяснений, в чем ошибка, какой ответ правильный и как надо было решать задачу, программа не дает. В то же время студент может случайным образом выбрать правильный ответ, т.е. попросту угадать его, но это вовсе не значит, что он может решить данную задачу. В настоящей статье мы продолжаем описание разрабатываемого нами обучающего компьютерного теста, который может быть использован не только для проверки умения решать задачи, но и для обучения [2]. Данный тест ориентирован на людей, которые первый раз знакомятся с той или иной физической задачей и хотят научиться решать классические задачи механики, или на тех, кто хочет повысить свой уровень знаний в данной области. Напомним основные идеи, положенные в основу нашего обучающего компьютерного теста.

Приступая к решению той или иной физической задачи, необходимо, прежде всего, ознакомиться с тео-

\* [vu.ivanov@physics.msu.ru](mailto:vu.ivanov@physics.msu.ru)

† [ib.polyakova@physics.msu.ru](mailto:ib.polyakova@physics.msu.ru)

‡ [m.terentyev@physics.msu.ru](mailto:m.terentyev@physics.msu.ru)

рией. Таким образом, хорошо, если обучающий тест снабжен теоретическим введением, прочитав которое можно составить представление о поставленной задаче и получить основные сведения о способах ее решения. В нашем тесте для обучения используются так называемые классические задачи механики, а, как известно, любая физическая задача решается в рамках принятой абстрактной модели, вот об этом и можно поговорить в теоретическом введении. В механике приняты следующие абстрактные модели: материальная точка, абсолютно твердое тело, невесомая и нерастяжимая нить, невесомый блок, гладкая поверхность, математический маятник и т.д. Определения этих величин должны быть в теоретическом введении. В разделах кинематика и динамика твердого тела появляются такие понятия, как плоское движение твердого тела, мгновенная ось вращения, момент инерции твердого тела, момент импульса и др. В теоретическом введении могут также быть определения основных физических законов, лежащих в основе классической механики и используемых при решении задач. Это, например, законы Ньютона, законы сохранения импульса и момента импульса, закон сохранения механической энергии и т.д.

Основная часть теста содержит постановки задач и вопросы, требующие решения. В каждом разделе теста содержится несколько задач разной степени сложности. Учащийся решает выбранную задачу и получает ответ, который затем следует ввести в компьютер. Для этого в итоговую формулу необходимо подставить числовые значения, заданные в условии задачи. Эти значения меняются в определенном диапазоне при каждом обращении к задаче. Если ответ верный, то можно переходить к следующему вопросу или более сложной задаче. Но если ответ неверный, то учащийся должен самостоятельно найти ошибку, чтобы понять, что он сделал неправильно. И в этом ему должен помочь компьютер. Для этой цели в программе предусмотрены наводящие вопросы или определенные подсказки. Предполагается два вида подсказок: совет и прямое указание. Сначала идут советы, а потом, если они не помогают, появляются прямые указания. Так компьютер может посоветовать вспомнить физические законы, лежащие в основе решения задачи, или выполнить то или иное действие в соответствии с алгоритмом ее решения. В зависимости от задачи число подсказок меняется от двух-трех до шести-семи. Ниже будут приведены конкретные примеры подсказок, используемых в нашем обучающем тесте.

Получив подсказку, учащийся может снова попробовать решить поставленную задачу. После каждого неверного ответа компьютер выдает подсказку следующего уровня, постепенно переходя от наводящих советов к прямым указаниям. Учащийся после каждой подсказки предпринимает новую попытку решения задачи пока, либо он не получит правильный ответ, либо компьютеру придется дать прямое указание о том, что следует сделать, для того чтобы решить задачу, и привести соответствующие итоговые формулы. Та-

ким образом, в обучающем тесте реализован, так сказать, «итерационный» подход к решению задачи, что на наш взгляд позволяет лучше усваивать изучаемый материал и быстрее осваивать алгоритмы решения выбранных задач механики. Для лучшего усвоения навыков решения в каждом разделе обучающего теста предусмотрено несколько однотипных задач.

В итоге учащийся может попробовать получить правильный ответ без подсказок, и если у него это получится, то можно считать, что он усвоил изучаемую тему. Тот факт, что в нашем обучающем тесте ответы вводятся в компьютер, а не выбираются из предложенных вариантов, позволяет исключить случайность выбора правильного ответа, а также усложняет нахождение этого ответа, что заставляет учащегося больше думать и, как результат, лучше усваивать алгоритмы решения предложенных задач. Демонстрационный вариант обучающего теста находится на сайте <http://distant.msu.ru> дистанционного образования МГУ.

## 2. СТРУКТУРА ЗАДАНИЙ ОБУЧАЮЩЕГО ТЕСТА

Изучение курса общей физики традиционно начинается с механики. Саму же механику обычно начинают изучать с таких ее разделов как кинематика и динамика материальной точки. Далее идет раздел — законы сохранения импульса и механической энергии. В предыдущей нашей статье речь шла именно об этих трех начальных разделах механики [1]. В данной работе речь идет о развитии программы дистанционного обучения физике на примере классических задач механики. В настоящее время ведется работа над следующими тремя разделами механики: механические колебания и волны, кинематика твердого тела, динамика твердого тела. Поскольку физика является прикладной наукой, то человек, изучающий физику, должен научиться хорошо решать задачи. Для этого надо, прежде всего, освоить типовые алгоритмы решения, которые используются в соответствующих разделах физики. Понять их проще на примере так называемых классических задач физики.

Перечислим те классические, на наш взгляд, задачи, которые были взяты нами из различных разделов механики и включены в наш обучающий тест, для того чтобы любой желающий мог попробовать самостоятельно освоить алгоритмы их решения.

Раздел 1. Кинематика материальной точки (задача о движении тела, брошенного под углом к горизонту).

Раздел 2. Динамика материальной точки (задача о движении двух тел, связанных невесомой и нерастяжимой нитью, переброшенной через невесомый блок: машина Атвуда).

Раздел 3. Законы сохранения импульса и механической энергии (задача о взаимодействии тела и незакрепленной горки). Точные формулировки указанных задач из первых трех разделов приведены в статье [1].

Раздел 4. Механические колебания и волны (задачи о колебаниях пружинного маятника и механических волнах в струне).

Раздел 5. Кинематика твердого тела (задачи о качении колеса по твердой горизонтальной поверхности без проскальзывания и о плоском движении абсолютно твердого стержня по гладкой горизонтальной поверхности).

Раздел 6. Динамика твердого тела (задача о плоском движении так называемого маятника Максвелла под действием силы тяжести). Точные формулировки указанных задач из этих трех разделов приведены ниже. Итак, перейдем к описанию новых разделов компьютерной программы дистанционного обучения физике на примере классических задач механики.

### 2.1. Механические колебания и волны

Четвертым разделом нашего обучающего теста является раздел «Механические колебания и волны». Это очень важный раздел курса механики и один из наиболее сложных для понимания. Колебательное движение — это весьма распространенный вид повторяющегося движения вблизи устойчивого положения равновесия. Важнейшей характеристикой колебательного движения является его период. Существует большое разнообразие типов колебательного движения, например, гармонические колебания, затухающие колебания, вынужденные колебания, параметрические колебания, релаксационные колебания и т.д. В нашей программе мы рассматриваем самый простой вид колебательного движения, а именно, гармонические колебания груза на пружине. Такие колебания еще называют собственными или линейными колебаниями. Колебания встречаются не только в механике, но и в электромагнетизме, химии, биологии. И везде закономерности колебательного движения одни и те же. Поэтому очень важно научиться решать простейшие задачи на механические колебания, чтобы понять основные законы этого вида движения. Решать задачи на гармонические механические колебания можно двумя способами. При динамическом подходе используются законы Ньютона, а при энергетическом — закон сохранения механической энергии. В наших подсказках реализован динамический метод решения. В распределенных системах колебательное движение переходит в волновое. Для знакомства с механическими волнами мы выбрали задачу о стоячих волнах в струне.

Итак, базовыми задачами в разделе «Механические колебания и волны» являются классические задачи о колебаниях пружинного маятника (груз на пружине) и стоячих волнах в струне длины  $L$  (моды струны). Задачи формулируются так:

1. Тело массы  $m$  подвешено к потолку с помощью пружины жесткостью  $k$ . Найти период малых вертикальных колебаний тела.

2. Во сколько раз изменится частота основного тона натянутой струны, если ее длину уменьшить на  $\Delta L$  (в %), а силу натяжения увеличить на  $\Delta F$  (в %)?

Дополнительными задачами в данном разделе служат следующие:

1. Тело массы  $m$  подвешено к потолку с помощью двух пружин жесткостями  $k_1$  и  $k_2$ , соответственно. Пружины соединены один раз последовательно, а второй раз — параллельно. Найти отношение периодов малых вертикальных колебаний тела?

2. Тело массы  $m$  подвешено к потолку кабины лифта с помощью пружины жесткостью  $k$ . Лифт начинает двигаться вверх с ускорением  $a$ . Найти амплитуду вертикальных колебаний тела.

3. Тело массы  $m$  подвешено на пружине жесткостью  $k$ . Сверху с расстояния  $h$  от тела начинает падать пластилиновый шарик массы  $m_1$ , который прилипает к телу. Найти амплитуду вертикальных колебаний тела с шариком.

Ниже приведены примеры подсказок при решении задач данного раздела.

#### Базовая задача номер 1

Подсказка 1. Запишите уравнение движения тела и найдите частоту его колебаний.

Подсказка 2. Уравнение движения тела имеет вид:  $m\ddot{z} = -kz$ , где  $z$  — вертикальная координата, отсчитываемая от положения равновесия тела, если ось координат направить вниз.

Подсказка 3. Запишите уравнение движения тела в виде:  $\ddot{z} + \frac{k}{m}z = 0$ , тогда коэффициент при линейном члене в уравнении будет равен круговой частоте колебаний тела в квадрате:  $\frac{k}{m} = \omega^2$ .

Подсказка 4. Период колебаний связан с частотой следующим образом:  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ .

Итак, расчетная формула для базовой задачи номер 1:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

#### Базовая задача номер 2

Подсказка 1. Получите формулу для частоты основного тона стоячей волны в струне длины  $L$ , закрепленной на концах, из условия, что на длине струны «укладывается» половина длины бегущей волны.

Подсказка 2. Формула для частоты основного тона стоячей волны в струне имеет вид:  $\nu_1 = \frac{c}{2L}$ , где  $c$  — скорость бегущей поперечной волны в струне.

Подсказка 3. Формула для скорости бегущей поперечной волны в струне имеет вид:  $c = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$ , где  $F$  — сила натяжения струны,  $\rho$  — погонная плотность струны, т.е. плотность единицы длины материала, из которого изготовлена струна.

Подсказка 4. Представьте новую длину струны в виде:  $L - \Delta L = (1 - n)L$ , где  $0 < n < 1$ , а новую силу натяжения струны в виде:  $F + \Delta F = (1 + k)F$ , где  $0 < k < 1$ . Запишите формулу для новой частоты основного тона стоячей волны в струне:  $\nu_2 = \frac{1}{2(1-n)L} \sqrt{\frac{(1+k)F}{\rho}}$ . Найдите отношение частот.

Итак, расчетная формула для базовой задачи номер 2:  $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{\sqrt{1+k}}{1-n}$

### Дополнительная задача номер 1

Мы не стали приводить здесь подсказки к этой задаче, т.к. они очень похожи на соответствующие подсказки к базовой задаче номер 1. Следует лишь отметить, что во всех формулах данной задачи должна использоваться так называемая эффективная жесткость, которая в случае последовательного соединения двух пружин имеет вид:  $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ , а в случае параллельного их соединения имеет вид:  $k = k_1 + k_2$ . Последней подсказкой будет формула для отношения периодов колебаний.

Итак, расчетная формула для дополнительной задачи номер 1:  $n = \frac{T_1}{T_2} = \frac{k_1 + k_2}{\sqrt{k_1 k_2}}$

### Дополнительная задача номер 2

Подсказка 1. Запишите условие равновесия тела в неподвижном лифте и найдите начальное растяжение пружины  $x$  в состоянии равновесия тела.

Подсказка 2. Запишите условие равновесия тела в движущемся с ускорением  $a$  лифте и найдите конечное растяжение пружины  $x_1$  в состоянии равновесия тела.

Подсказка 3. Начальное и конечное растяжения пружины имеют вид:  $x = \frac{mg}{k}$ ,  $x_1 = \frac{m(g+a)}{k}$ , соответственно.

Подсказка 4. Найдите дополнительное растяжение пружины  $\Delta x = E_1 - E = \frac{ma}{k}$  в состоянии равновесия тела в движущемся с ускорением лифте.

Подсказка 5. Амплитуда малых гармонических колебаний тела определяется начальными условиями задачи — начальным смещением тела относительно положения равновесия  $x_0$  и начальной скоростью  $V_0$ :  $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V_0^2}{\omega_0^2}}$ , где  $\omega_0$  — собственная круговая частота колебаний тела. В данной задаче начальное смещение равно  $\Delta x$ , а начальная скорость тела равна нулю.

Итак, расчетная формула для дополнительной задачи номер 2:  $A = \frac{ma}{k}$

### Дополнительная задача номер 3

Подсказка 1. Запишите уравнение движения тела с шариком и найдите круговую частоту его колебаний.

Подсказка 2. Уравнение движения тела с шариком имеет вид:  $(m + m_1)\ddot{z} = -kz$ , где  $z$  — вертикальная координата, отсчитываемая от положения равновесия тела с шариком, если ось координат направить вниз. Круговая частота колебаний тела с шариком равна  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m+m_1}}$ .

Подсказка 3. Найдите первоначальное положение равновесия тела и новое положение равновесия после прилипания к телу шарика.

Подсказка 4. Найдите смещение положения равновесия тела после прилипания к нему шарика массы  $m_1$  по формуле:  $\Delta z = \frac{m_1 g}{k}$ .

Подсказка 5. Найдите начальную скорость тела  $V_0$  после прилипания к нему шарика, записав закон сохранения импульса для системы «тело + шарик».

Подсказка 6. Закон сохранения импульса имеет вид:  $m_1 u = (m + m_1) V_0$ , где  $u = \sqrt{2gh}$  — скорость шарика в момент прилипания к телу. Таким образом, начальная скорость тела с прилипшим к нему шариком равна:  $V_0 = \frac{m_1 \sqrt{2gh}}{m+m_1}$ .

Подсказка 7. Воспользуйтесь формулой для амплитуды колебаний груза на пружине:  $A = \sqrt{(\Delta z)^2 + \frac{V_0^2}{\omega_0^2}}$ .

Итак, расчетная формула для дополнительной задачи номер 3:  $A = \sqrt{\frac{m_1 g}{k} \left( \frac{m_1 g}{k} + \frac{2m_1 h}{m+m_1} \right)}$ .

## 2.2. Кинематика твердого тела

Пятым разделом нашего обучающего теста является раздел «Кинематика твердого тела». Первые четыре раздела программы соответствуют разделам школьного курса механики. Мы решили расширить нашу программу, включив в нее разделы университетского курса общей физики, которых нет в школьной программе или которые представлены в ней не достаточно глубоко. К таким разделам относится кинематика твердого тела. Этот важный раздел университетского курса механики является довольно сложным для понимания студентами первого курса. Здесь студенты сталкиваются с новой абстрактной моделью в физике — моделью абсолютно твердого тела. А также, они знакомятся с новым видом движения — плоским движением твердых тел. Для успешного решения задач на кинематику твердого тела важно понять, что плоское движение твердого тела всегда может быть представлено как суперпозиция вращательного движения тела относительно некоторой оси и поступательного движения тела со скоростью этой оси. И если удастся выбрать ось, которая в данный момент времени покоится относительно неподвижного наблюдателя, то плоское движение твердого тела в этот момент времени представляет собой чистое вращение относительно выбранной оси, которая, кстати, называется мгновенной осью вращения твердого тела. Использование мгновенной оси вращения может существенно упростить решение задачи.

Базовыми задачами в разделе «Кинематика твердого тела» являются классические задачи о качении диска по твердой горизонтальной поверхности без проскальзывания и о плоском движении абсолютно твердого стержня по гладкой горизонтальной поверхности. Эти задачи формулируются так:

1. Однородный диск радиуса  $R$  равномерно катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности со скоростью  $V_0$ .

Найти:

- угловую скорость вращения диска;
- ускорение точек на ободе диска;
- скорость верхней точки на вертикальном диаметре диска;

г) скорость передней точки на горизонтальном диаметре диска;

д) радиус кривизны траектории в верхней точке диска;

е) координаты произвольной точки на краю диска как функции времени (уравнение траектории в параметрическом виде);

ж) модуль скорости произвольной точки на краю диска как функцию времени;

з) тангенциальное и нормальное ускорение точек на краю диска;

и) радиус кривизны траектории точки на краю диска как функцию времени.

2. Жесткий стержень длины  $L$  скользит по гладкой горизонтальной плоскости. В некоторый момент времени скорости концов стержня оказались равными  $V_1$  и  $V_2$ , причем скорость первого из них направлена под углом  $\alpha$  к стержню и  $V_2 > V_1$ .

Найти:

а) угол, под которым направлена к стержню скорость второго конца;

б) угловую скорость вращения стержня;

в) скорость центра масс стержня.

Ниже приведены примеры подсказок при решении этих задач.

### Базовая задача номер 1

Мы не приводим здесь примеры подсказок ко всем вопросам базовой задачи номер 1.

Заметим только, что вопросы эти построены по типу от простого к сложному. Если для правильных ответов на первые четыре вопроса задачи достаточно знания школьного курса механики твердого тела, то для ответов на последующие вопросы необходимо уже более углубленное знание предмета. Для примера, список подсказок при решении базовой задачи **номер 1г** может быть таким.

Подсказка 1. Найдите положение мгновенной оси вращения диска.

Подсказка 2. Мгновенная ось вращения проходит через точку соприкосновения диска с горизонтальной поверхностью, по которой он катится, перпендикулярно плоскости диска, т.к. ввиду отсутствия проскальзывания именно эта точка диска в каждый момент времени неподвижна относительно горизонтальной поверхности.

Подсказка 3. Скорость передней точки диска на его горизонтальном диаметре равна:  $V = \omega r$ , где  $\omega$  — угловая скорость вращения диска,  $r$  — расстояние от данной точки до мгновенной оси вращения диска равно  $R\sqrt{2}$ , и направлена под углом  $90^\circ$  к линии, соединяющей переднюю точку диска и точку соприкосновения диска с поверхностью.

Подсказка 4. Условие отсутствия проскальзывания дает  $\omega R = V_0$ .

Итак, расчетная формула для базовой задачи номер 1, г:  $V = \sqrt{2}V_0$ .

### Базовая задача номер 2

Подсказка 1. Так как стержень жесткий, проекции скоростей всех точек стержня на направление стержня должны быть одинаковыми.

Подсказка 2. Косинус угла  $\beta$ , под которым направлена к стержню скорость второго конца, равен:  $\cos \beta = \frac{V_1 \cos \alpha}{V_2}$ . Следовательно,  $\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{V_1^2 \cos^2 \alpha}{V_2^2}}$ .

Подсказка 3. Движение стержня состоит из поступательного и вращательного, т.к. оно плоское, причем это разложение неоднозначно. Пусть стержень вращается вокруг оси, проходящей через первый конец перпендикулярно горизонтальной поверхности, по которой стержень движется.

Подсказка 4. Скорость второго конца стержня равна векторной сумме скорости первого конца (скорость поступательного движения стержня) и линейной скорости вращения второго конца относительно первого. Модуль этой скорости равен  $\omega L$ .

Подсказка 5. Воспользуйтесь теоремой косинусов для суммы векторов скоростей второго конца стержня.

Подсказка 6. Решите квадратное уравнение и найдите угловую скорость вращения стержня:  $\omega = \frac{1}{L} \left( V_1 \sin \alpha + \sqrt{V_2^2 - V_1^2 \cos^2 \alpha} \right)$ .

Подсказка 7. Скорость центра масс стержня равна векторной сумме скоростей его концов, деленной на два. Модуль этой скорости равен:

$$V = \frac{1}{2} \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1 V_2 \cos(\alpha + \beta)}.$$

Итак, расчетные формулы для базовой задачи номер 2 приведены в Подсказках номер 2, 6 и 7. Для окончательного расчета скорости центра масс стержня учащиеся должны знать тригонометрическую формулу для косинуса суммы углов.

## 2.3. Динамика твердого тела

Шестым разделом нашего обучающего теста является раздел «Динамика твердого тела». Этой теме нет в школьном курсе механики, поэтому данный раздел теста в первую очередь рассчитан на студентов первого курса. Динамика твердого тела является важным разделом университетского курса механики. Этот раздел вызывает определенные трудности у студентов, и в первую очередь это вызвано тем, что появляются новые физические понятия и уравнения. Так, например, для описания плоского движения твердого тела наряду с уравнениями Ньютона для описания поступательной составляющей движения необходимо использовать так называемое основное уравнение вращательного движения твердого тела, в которое входят такие новые для студентов величины, как момент силы, момент импульса и момент инерции твердого тела относительно выбранной оси. Чтобы научиться решать соответствующие динамические задачи, студенты должны, прежде всего, усвоить физический смысл этих понятий. Важную роль при решении задач на динамику

ку твердого тела играет новая для студентов теорема Гюйгенса-Штейнера, которая позволяет найти момент инерции твердого тела относительно произвольной оси, если известен момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через его центр масс параллельно выбранной. В дальнейшем планируется расширение данного раздела и включение в него задач на определение моментов инерции твердых тел и использование упомянутой выше теоремы. А пока данный раздел содержит одну задачу.

Базовой задачей в разделе «Динамика твердого тела» является классическая задача о плоском движении так называемого маятника Максвелла под действием силы тяжести. Маятник Максвелла состоит из тонкого металлического стержня — оси с симметрично укрепленным на нем диском. К концам стержня прикреплены тонкие невесомые нити одинаковой длины, которые тщательно, виток к витку, наматываются на стержень. За концы нитей маятник подвешивается к штативу. После освобождения маятника он начинает движение из верхнего положения под действием силы тяжести: поступательное — вниз и вращательное — вокруг своей оси симметрии. Вращение, продолжаясь по инерции в нижней точке, когда нити уже размотаны, приводит вновь к наматыванию нитей на стержень, а, следовательно, к подъему маятника. Затем движение маятника вверх замедляется, он останавливается, и снова начинается движение вниз и т.д. В нижней точке происходит резкая смена направления движения маятника на противоположное. Она происходит при максимальной скорости поступательного движения маятника и имеет характер удара. В верхней точке смена направления движения маятника происходит при его полной остановке без удара. Таким образом, цикл движения маятника Максвелла может быть подразделен на три стадии, а именно: спуск, удар, поднятие вверх. Базовая задача о движении маятника Максвелла формулируется так:

На стержень радиуса  $r$  наглухо насажен сплошной диск радиуса  $R$ . Стержень и диск сделаны из одного и того же материала, причем масса всего маятника равна  $m$ . Момент инерции маятника относительно его оси равен  $J$ . Расстояние, которое проходит центр масс маятника за время опускания равно  $h$ .

Найти:

- ускорение поступательного движения центра масс маятника;
- угловое ускорение маятника;
- силу натяжения одной нити;
- время опускания маятника;
- скорость опускания центра масс маятника непосредственно перед ударом;
- считая, что коэффициент восстановления скорости при ударе равен  $9/10$ , найти время подъема маятника;
- кинетическую энергию маятника перед ударом;
- кинетическую энергию маятника после удара;
- изменение импульса маятника при ударе;
- импульс силы, действующей на маятник при уда-

ре;

- время удара;
- среднее значение силы при ударе;
- максимальное увеличение силы натяжения нитей во время удара.

Мы не приводим здесь примеры подсказок ко всем вопросам данной задачи. Как и в случае базовой задачи номер 1 в разделе «Кинематика твердого тела», эти вопросы построены по типу от простого к сложному. Ниже приведен пример подсказок при решении задачи о нахождении времени удара (**задача л**).

Подсказка 1. Запишите уравнение поступательного движения центра масс маятника под действием силы тяжести и сил натяжения нитей, уравнение вращательного движения маятника относительно оси, проходящей через его центр масс, и уравнение кинематической связи.

Подсказка 2. Указанная система уравнений имеет вид:  $ma = mg - 2T$ ,  $J\epsilon = 2Tr$ ,  $a = \epsilon r$ . Здесь  $T$  — сила натяжения одной нити,  $\epsilon$  — угловое ускорение маятника.

Подсказка 3. Решив записанную выше систему уравнений, найдите ускорение маятника при его движении вниз, которое определяется по формуле:  $a = \frac{mgr^2g}{mr^2+J}$ .

Подсказка 4. Найдите время опускания маятника  $t_1$ , считая его движение равноускоренным, и скорость центра масс маятника перед ударом  $V_1$ .

Подсказка 5. Формулы для определения указанных величин имеют вид:  $h = \frac{at_1^2}{2}$ ,  $V_1 = at_1$ .

Подсказка 6. Воспользуйтесь коэффициентом восстановления скорости, данным в условии задачи, и найдите скорость центра масс маятника сразу после удара  $V_2$ .

Подсказка 7. Определите время удара по формуле:  $\Delta t = \frac{\pi}{\omega_{A@}} = \frac{2\pi r}{V_1+V_2}$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решение физических задач — это творческий процесс, и знания готовых алгоритмов иногда недостаточны, чтобы получить ответ. Тем не менее, без знания классических алгоритмов и основных формул решить физическую задачу невозможно. Умение решать задачи приходит с практикой. Создаваемая авторами программа дистанционного обучения физике поможет студентам и всем желающим в практическом освоении алгоритмов решения классических задач общей физики.

В заключение отметим, что обучающие тесты являются весьма действенным инструментом в процессе обучения при условии, что человек сам заинтересован в усвоении материала. Мы думаем, что обучающие тесты скоро прочно войдут в программы обучения, став своеобразным интерактивным учебником, который позволит нашим студентам и всем желающим лучше усваивать университетские курсы физики, тем более, что для этого требуется лишь желание учиться и доступ в Интернет.

[1] Иванов В.Ю., Иванова И.Б., Терентьев М.А. // Учёные записки физического факультета МГУ. 2019. № 3. 1931103.

[2] Иванов В.Ю., Иванова (Полякова) И.Б. От компьютер-

ного тестирования к компьютерному обучению. // Учёные записки физического факультета МГУ. 2016. № 3. 163001.

---

## Computer teaching of physics: mechanical oscillations and waves, kinematics and dynamics of solid body

V.Yu. Ivanov<sup>1,a</sup>, I.B. Ivanova<sup>1,b</sup>, M.A.Terentyev<sup>2,c</sup>

<sup>1</sup>Department of General Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia

<sup>2</sup>Department of mathematics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University Moscow 119991, Russia

E-mail: <sup>a</sup>vu.ivanov@physics.msu.ru, <sup>b</sup>ib.polyakova@physics.msu.ru, <sup>c</sup>m.terentyev@physics.msu.ru

An example of the interactive teaching test is presented. As tasks in investigation we consider the classical tasks of general physics from mechanics. The structure of the teaching test is suggested. Some examples of teaching tips are given.

PACS: 01.50.H-, 01.50.Kw

*Keywords:* computer testing, computer teaching, classical tasks of mechanics.

*Received 10 July 2022.*

### Сведения об авторах

1. Иванов Владимир Юрьевич — канд. физ.-мат. наук, доцент; e-mail: vu.ivanov@physics.msu.ru.
  2. Иванова Инна Борисовна — канд. физ.-мат. наук, ст. преподаватель; e-mail: ib.polyakova@physics.msu.ru.
  3. Терентьев Михаил Анатольевич — канд. физ.-мат. наук, ст. научный сотрудник; тел.: (495) 939-41-37, e-mail: m.terentyev@physics.msu.ru.
-