

## Аппроксимация функции пространственного распределения черенковского света широких атмосферных ливней в диапазоне первичных энергий 1–100 ПэВ

В. С. Латыпова,\* В. И. Галкин†

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра физики космоса  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*

(Поступила в редакцию 20.05.2022; подписана в печать 23.08.2022)

В настоящей работе найдена аппроксимирующая функция, позволяющая описывать функцию пространственного распределения черенковского света индивидуальных широких атмосферных ливней от различных первичных ядер с энергиями 1–100 ПэВ и зенитными углами до  $20^\circ$  с точностью не хуже 10% в диапазоне расстояний 0–500 м от оси ливня. Аппроксимация изначально предназначалась для обработки событий эксперимента СФЕРА-2, но она также может быть применена для любого эксперимента, который использует функцию пространственного распределения на уровне поверхности Земли. Проведено сравнение с более простой аппроксимирующей функцией, также используемой при обработке эксперимента СФЕРА-2, и функцией, применяемой в эксперименте TAIGA.

PACS: 96.50.sb, 96.50.sd.

УДК: 524.1

Ключевые слова: первичные космические лучи, широкие атмосферные ливни, черенковский свет, статистическое моделирование, аппроксимация.

### ВВЕДЕНИЕ

Задача о нахождении парциального спектра первичных космических лучей (ПКЛ) является одной из основных задач физики космических лучей. До первичных энергий порядка  $10^{15}$  эВ эту задачу решают прямыми методами [1], с помощью детекторов на спутниках и высотных аэростатах [2, 3]. Интенсивность частиц сверхвысоких энергий (более  $10^{15}$  эВ) настолько мала, что все исследования ПКЛ таких энергий в настоящее время проводятся косвенными методами по характеристикам широких атмосферных ливней (ШАЛ) — каскадов вторичных частиц, генерируемых частицами ПКЛ в атмосфере Земли. Чаще всего используются наземные установки, например, HiRes [4], TAIGA [5], Telescope Array (TA) [6], Якутская установка [7, 8] и другие. Однако проводился и воздушный эксперимент СФЕРА-2, который использовал для регистрации ШАЛ оптическое излучение Вавилова-Черенкова, также называемое черенковским светом (ЧС), отраженное от заснеженной поверхности льда озера Байкал. Методика регистрации отражённого ЧС ШАЛ позволяет достичь высокого уровня распознавания образов световых пятен ЧС на снегу за счёт получения данных об интенсивности ЧС из осевой области ШАЛ, которая наиболее чувствительна к типу первичной частицы [9]. Детектор, находящийся на высоте 1 км над поверхностью снега, обзорекает под собой область радиусом порядка 500 м.

Одной из задач экспериментов СФЕРА является оценка массы первичной частицы. Критерий оценки массы основан на измеренной форме функции

пространственного распределения (ФПР) ЧС ШАЛ и определяется как отношение интегралов полного числа черенковских фотонов в кольцах с различными радиусами, при этом предельная величина внешнего радиуса кольца порядка 300 м. Поскольку критерий является интегральным, необходимо знать аппроксимацию ФПР ЧС ШАЛ. При использовании такого критерия первичной массы, область вблизи оси ливня несет важную информацию о массе первичной частицы, и для выделения этой информации важно иметь возможность достаточно точно аппроксимировать характеристики ШАЛ в этой области (условно от 0 до 100 м).

### 1. ГЕНЕРАЦИЯ И ОБРАБОТКА ИСКУССТВЕННЫХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СОБЫТИЙ ШАЛ

Для аппроксимаций использовались события, рассчитанные с помощью CORSIKA7.5600 [10]. Каждое событие рассчитано с определенными первичными параметрами:

- энергия первичной частицы (1, 10, 30, 100 ПэВ);
- угол падения оси ливня (10, 15,  $20^\circ$ );
- тип первичной частицы (протоны(p), ядра: гелия (He), азота (N), железа(Fe));
- модель атмосферы (были рассмотрены две сильно отличающиеся модели атмосферы, атмосфера №1 — аппроксимация Линсли стандартной американской атмосферы, и №11 — атмосфера Южного полюса (MSIS-90-E) в CORSIKA7);
- модель ядро-ядерного взаимодействия (QGSJET01 [11], QGSJETII-04 [12]);

\* latypova.vs17@physics.msu.ru

† v\_i\_galkin@mail.ru

- уровень наблюдения ФПР ЧС ШАЛ (рассмотрены события на поверхности озера Байкал, закладывалось значение 455 м над уровнем моря).

Результатом моделирования с помощью CORSIKA являются количества фотонов в ячейке  $2.5 \times 2.5 \text{ м}^2$  от данной первичной частицы с заданными первичными параметрами. Из этих ячеек получается ковер данных  $3200 \times 3200 \text{ м}^2$  с центром на оси ливня, который характеризует ФПР ЧС ШАЛ. ФПР от ливней с малым зенитным углом можно считать осесимметричным. Относительное отклонение интенсивностей на разных азимутах от среднего значения интенсивности  $I(R)$  для различных индивидуальных ФПР до 20 градусов зенитного угла в среднем порядка 5%. При том, что интегрирование дополнительно уменьшает расхождения в интегралах колец. Поэтому можно провести усреднение по азимуту. Усреднением числа фотонов в ячейках, находящихся на одинаковом расстоянии от оси ливня, получается одномерная ФПР, с помощью которой будет проводиться анализ описанных ниже аппроксимаций.

## 2. РАССМОТРЕННЫЕ АППРОКСИМАЦИИ ФПР ЧС ШАЛ

Для достижения более высокой точности при расчете критерия оценки массы первичной частицы было рассмотрено несколько аппроксимаций.

### 2.1. Аппроксимация, использованная ранее в эксперименте СФЕРА-2

Ранее в эксперименте СФЕРА-2 использовалась аппроксимация с помощью рациональной функции вида (1). Она же применялась для проекта «Памир-XXI» [13].

$$F_{old}(p_0, p_1, p_2, R) = \frac{p_0}{(1 + p_1 \cdot R + p_2 \cdot R^2)} \quad (1)$$

Поиск параметров производится с помощью пакета MINUIT [14] по МНК. Пакет MINUIT методом градиентного спуска минимизирует многопараметрическую функцию  $FCN$  (2), которая задана как сумма квадратов отклонения точек данных  $I(R)$  от предлагаемой аппроксимирующей функции  $F_{old}$ .

$$FCN(p_0, p_1, p_2) = \sum_R (I(R) - F_{old}(p_0, p_1, p_2, R))^2 \quad (2)$$

На рис. 1, а показана ФПР события, произошедшего от протона первичной энергии  $E=10$  ПэВ, с углом наклона оси ливня  $15^\circ$ , моделью атмосферы 1, моделью сильного взаимодействия QGSJETII-04, на уровне снежной поверхности. Из представленного графика видно, что ошибки  $d = (I(R) - F_{old})/I(R)$  возрастают с увеличением расстояния от оси ливня, однако эти ошибки довольно высоки. Относительное отклонение аппроксимирующей кривой от смоделированных точек порядка 15% на расстояниях меньше 200 м от оси ливня. На расстояниях выше 300 м ошибки превосходят 50%. Поэтому была рассмотрена иная форма аппроксимации, которая использовалась ранее в эксперименте TAIGA.

### 2.2. Аппроксимация, использованная ранее в эксперименте TAIGA

Аппроксимация ФПР ЧС ШАЛ, применявшаяся в сходных условиях в эксперименте Тунка-25, взята из работы [15]. Коэффициенты приведены с учетом поправок авторов.

1. Задан параметр  $P = \frac{I(100)}{I(200)}$ , где  $I(100)$  — количество фотонов на расстоянии от оси ливня  $R = 100$  метров. От него зависят следующие 4 параметра:

$$R_0 = \exp(6.79 - 0.564 \cdot P) \quad (3)$$

$$R_{kn} = 207 - 24.5 \cdot P \quad (4)$$

$$b = \begin{cases} 4.8367 - 2.8261 \cdot \lg(6.5 - P), & P < 6 \\ 4.8367 - 2.8261 \cdot \lg(6.5 - 6), & P \geq 6 \end{cases} \quad (5)$$

$$Q_{kn} = I(175) \cdot \left(\frac{R_{kn}}{175}\right)^{-2.2} \quad (6)$$

2. Используются три разных функции на трех участках:

$$f(R_0, R_{kn}, b, R) = \begin{cases} \exp\left(\frac{R_{kn}-R}{R_0} \cdot \left(1 + \frac{3}{(R+3)}\right)\right), & 30 < R < R_{kn} \\ \left(\frac{R_{kn}}{R}\right)^{2.2}, & R_{kn} \leq R \leq 200 \\ \left(\frac{R_{kn}}{200}\right)^{2.2} \cdot \left(\frac{(R/200+1)}{2}\right)^{-b}, & R > 200 \end{cases} \quad (7)$$

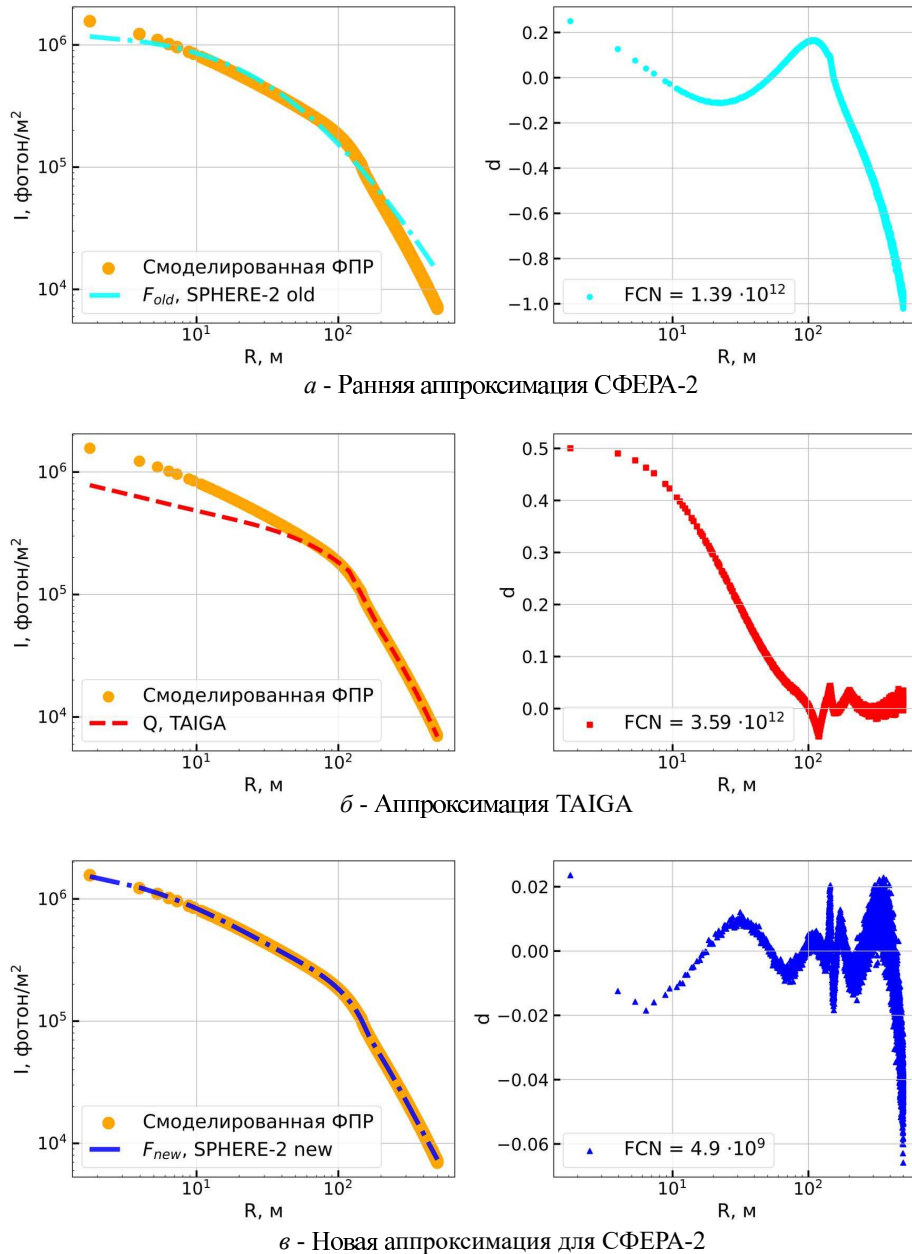


Рис. 1. Слева — функция пространственного распределения ЧС ШАЛ, усредненная по азимутальному углу для индивидуальных событий ШАЛ. Оранжевым отмечены точки моделирования  $I(R)$  от протонов  $E=10$  ПэВ, зенитным углом  $15^\circ$ , моделью атмосферы 1, модели сильного взаимодействия QGSJETII-04. Кривыми обозначены аппроксимации, соответствующие этим точкам; Справа — относительное отклонение аппроксимирующей кривой от смоделированных точек. На графиках указано значение функции FCN в минимуме

3. Итоговая функция:

$$Q(R_0, R_{kn}, b, Q_{kn}, R) = Q_{kn} \cdot f(R_0, R_{kn}, b, R) \quad (8)$$

Из результатов, представленных на рис. ??, б справа следует, что основная ошибка накапливается на первых 100 м. Но именно эта часть является значимой для дальнейшей обработки событий, поскольку критерий для оценки первичной массы существенно осно-

вывается на ФПР в приосевой области. Поэтому был рассмотрен другой вид аппроксимации.

### 2.3. Новая аппроксимация для СФЕРА-2

ФПР имеет явную особенность — это увеличение крутизны функции на расстояниях от оси ливня в районе 70–150 м (конкретная величина зависит от задан-

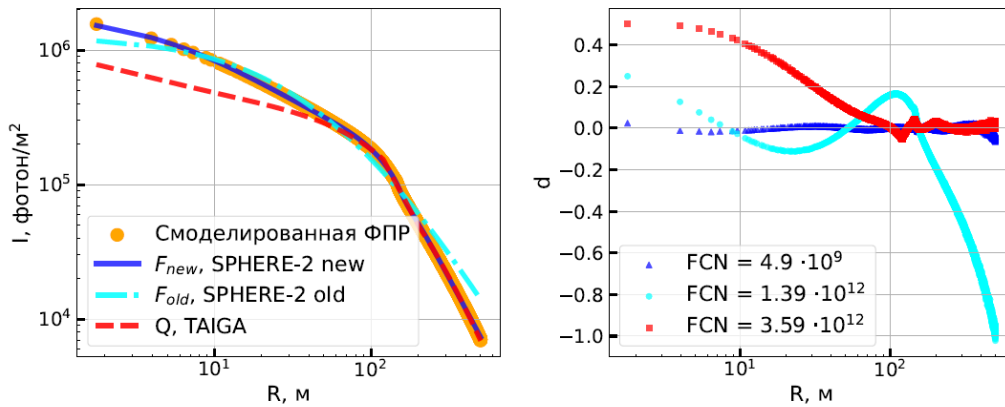


Рис. 2. Слева — функция пространственного распределения ЧС ШАЛ, усредненная по азимутальному углу для индивидуальных событий ШАЛ. Оранжевым отмечены точки моделирования, кривыми — соответствующие аппроксимации. Справа — относительное отклонение аппроксимирующей кривой от смоделированных точек. На графике указаны значения функции FCN в минимуме

ных первичных параметров).

Был рассмотрен класс рациональных аппроксимаций единой функцией с разным числом параметров. ФПР с большой точностью описывается рациональной функцией на участке до увеличения крутизны и также достаточно точно описывается функцией того же вида на участке за местом излома (черенковским радиусом), но с другими параметрами. Наиболее экономным по числу параметров оказался представленный вариант аппроксимации (9) из двух взвешенных частей (10).

$$F_{new} = \frac{p_0}{(1 + p_1 R + p_2 R^2 + p_3 R^3)} \times \omega_1 + \frac{p_4}{(1 + p_5 R + p_6 R^2)} \times \omega_2, \quad (9)$$

$$\begin{cases} \omega_1 = \frac{1}{(1 + \exp^{-(R-R_{ch})/s})}, \\ \omega_2 = \frac{1}{(1 + \exp^{-(R-R_{ch})/s})}. \end{cases} \quad (10)$$

В выражениях (9) и (10) размерности величин следующие:  $[s] = \text{м}$ ,  $[R_{ch}] = \text{м}$ ,  $[R] = \text{м}$ ,  $[p_0, p_4] = \text{фотон}/\text{м}^2$ ,  $[p_1, p_5] = 1/\text{м}$ ,  $[p_2, p_6] = 1/\text{м}^2$ ,  $[p_3] = 1/\text{м}^3$ .

При  $R < R_{ch}$ :  $\omega_2 \ll 1$  более значимо первое слагаемое, которое отвечает за область до черенковского радиуса  $R_{ch}$ . При  $R > R_{ch}$ :  $\omega_1 \ll 1$  более значимо второе слагаемое, которое отвечает за область после черенковского радиуса.

Выбрано оптимальное значение параметра  $s = 8 \text{ м}$ , чтобы не загромождать и без того многопараметрическую функцию. Поиск параметров производится методом наименьших квадратов.

$$FCN(p_0, \dots, p_6, R_{ch}) = \sum_R (I(R) - F_{new}(p_0, \dots, p_6, R_{ch}, R))^2 \quad (11)$$

Характерные начальные значения параметров аппроксимации составили:  $p_0 = 10^7$ ,  $p_1 = 0.1$ ,  $p_2 = -0.001$ ,  $p_3 = p_4 = 5 \cdot 10^5$ ,  $p_5 = -0.01$ ,  $p_6 = 6 \cdot 10^{-5}$ ,  $R_{ch} = 160$

На рис. ??, в показана аппроксимация новой функцией (9). Из представленного графика видно, что ошибки увеличиваются при удалении от оси ливня и не превышают 7% вплоть до 500 м от оси ливня для выбранного индивидуального искусственного события.

#### 2.4. Сравнение трех рассмотренных аппроксимаций

На рис. 2, представлен график, на котором отображены все рассмотренные выше аппроксимации. Из них функция  $F_{new}$  обладает наименьшими относительными ошибками от 0 до 500 м относительно оси ливня. Значения функции FCN в минимуме является наименьшей для  $F_{new}$ . Эта тенденция сохраняется и для других первичных параметров.

На рис. 3 представлены графики ФПР искусственных событий ШАЛ и соответствующие аппроксимации новой функцией  $F_{new}$  при различных первичных параметрах.

- Рис. 3, а) отображает аппроксимации ФПР от различных первичных частиц КЛ, с энергией = 30 ПэВ, углом наклона оси ливня  $15^\circ$ , моделью атмосферы 1, моделью сильного взаимодействия QGSJETII-04.
- Рис. 3, б) отображает аппроксимации ФПР при различных энергиях первичной частицы — протона, с углом наклона оси ливня  $15^\circ$ , моделью атмосферы 1, моделью сильного взаимодействия QGSJETII-04.
- Рис. 3, в) отображает аппроксимации ФПР при различных зенитных углах первичной частицы —

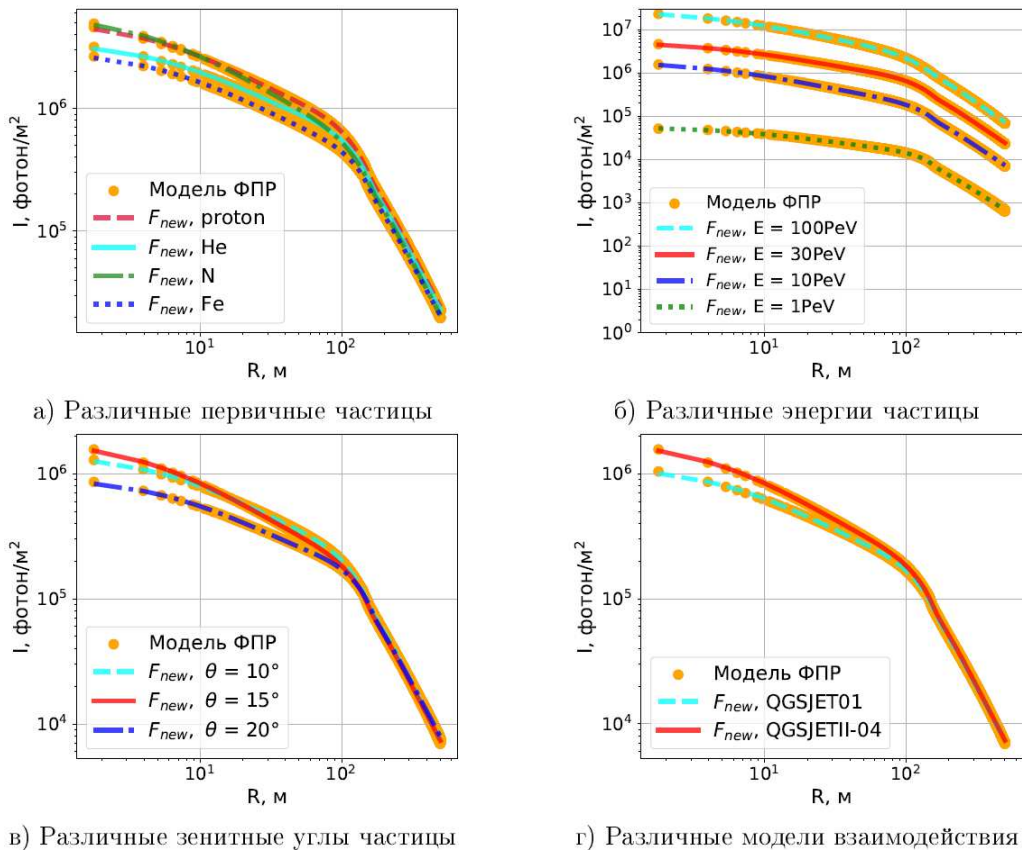


Рис. 3. Функции пространственного распределения ЧС ШАЛ, усредненные по азимутальному углу для индивидуальных событий ШАЛ. Оранжевым отмечены точки моделирования ФПР, кривыми обозначены аппроксимации, соответствующие этим точкам

протона, с энергией  $= 10$  ПэВ, моделью атмосферы 1, моделью сильного взаимодействия QGSJETII-04.

- Рис. 3, г) отображает аппроксимации ФПР при различных ядро-ядерных взаимодействиях первичной частицы — протона, с энергией  $E = 10$  ПэВ, моделью атмосферы 1.

Новая аппроксимация  $F_{new}$  на участке 2–400 м отклоняется от смоделированной ФПР не более чем на 2%, и изменение первичных параметров не меняет качества аппроксимации.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Найдена функция  $F_{new}$ , которая аппроксимирует пространственное распределение ЧС ШАЛ, отклоняясь

от смоделированных данных  $I(R)$  менее, чем на 10% в диапазоне расстояний 0–500 м от оси ливня. Аппроксимация проверена для интересующего нас диапазона энергий 1–100 ПэВ на уровне 455 м над уровнем моря, для углов наклона оси ливня не превышающих 20° (см. рис. 3). В подавляющем большинстве случаев на расстояниях от 2 до 400 м от оси ливня, отклонение аппроксимации не превосходит 2% от смоделированных данных ФПР ЧС ШАЛ (см. рис. ??, в). На расстояниях превышающих 400 м наблюдается рост ошибки, в зависимости от рассматриваемого индивидуального события ШАЛ, отклонение может достигать 10%. Но такой рост ошибки не критичен, так как наиболее интересующей областью является участок вблизи оси ливня (в силу большой значимости для применения критерия оценки массы первичной частицы). С помощью такой аппроксимации можно увеличить точность последующих расчетов, например, вычисление первичной энергии частицы, а также ее массового числа.

[1] Derbina V. A. et al. // Astrophys. J. Lett. 2005. **628**, N 1. P. L41.

[2] Derbina V. A. et al. // Astrophys. J. Lett. 2005. **628**, No. 1. P. L41.

- [3] *Asakimori K. et al.* // *Astrophys. J.* 1998. **502**, No. 1. P. 278.
- [4] *Abbasi R.U. et al.* // *Astrophys. J.* 2005. **622**, N2. P. 910.
- [5] *Chernov D. V. et al.* // *Mod. Phys. A.* 2005. **20**, N29. P. 6799-6801.
- [6] *Yoshiki Tsunesada* // *Telescope Array Composition Measurements.* Ibid.
- [7] *Ivanov A.* // *EPJ Web of Conf.* 2013. **53**. P. 04003-04013
- [8] *Knurenko S. P.* // *Cosmic Ray Spectrum in the Energy Range 1.0E15-1.0E18 eV and the Second Knee According to the Small Cherenkov Setup at the Yakutsk EAS Array.* Proc. of the 33rd ICRC, Rio de Janeiro, Brazil, July 2013.
- [9] *Antonov R.A., Bonvech E.A., Chernov D.V., Dzhatdov T.A., Galkin V.I., Podgrudkov D.A., Roganova T.M.* // *Astroparticle Physics.* 2019.
- [10] *Heck D. et al.* // *CORSIKA Wissenschaftliche Berichte. Forschungszentrum Karlsruhe* 1998. FZKA 6019.
- [11] *Kalmykov N.N., Ostapchenko S.S., Pavlov A.I.* // *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* 1997. **52B** P. 17.
- [12] *Ostapchenko S.* // *Phys. Rev.* 2014. **D89**. 074009.
- [13] *Галкин В.И., Борисов А.С., Бахромзод Р., Батраев В.В., Латыпова С.З., Мукумов А.Р.* // *Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон.* 2018. № 2, С. 56. (V. I. Galkin, A.S. Borisov, R. Bakhromzod, V.V. Batraev, S.Z. Latipova, A.R. Muqumova *Mosc. Univ. Phys. Bull.* 2018. **73**, N 2. P. 179.)
- [14] *James F.* // *MINUIT Function Minimization and Error analysis* // CERN Geneva, Switzerland 1994. D. 506. **94.1.**
- [15] *Budnev N.* // *Astropart. Phys.* 2013.

## Approximation of the lateral distribution function of the Cherenkov light from extensive air showers in the primary energy region 1–100 PeV

V. S. Latypova<sup>a</sup>, V. I. Galkin<sup>b</sup>

<sup>1</sup>*Department of Space Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University  
Moscow 119991, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>latypova.vs17@physics.msu.ru, <sup>b</sup>v\_i\_galkin@mail.ru*

The approximation function that makes it possible to describe the lateral distribution function of Cherenkov light of individual extensive air showers from various primary nuclei with energies of 1-100 PeV and zenith angles up to 20 degrees with an accuracy better than 5% in the distance range 0–500 m from the shower axis was found. Initially the approximation was intended for processing the events of the SPHERE-2 experiment, but its can also be applied to any experiment that uses the spatial distribution function at the level of the Earth's surface. A comparison was made with a simpler approximating function used in the SPHERE-2 processing and with the function used by the TAIGA experiment.

PACS: 96.50.sb, 96.50.sd.

*Keywords:* extensive air showers, Cherenkov light, Monte Carlo simulation, approximation.

*Received 20 May 2022.*

### Сведения об авторах

- Латыпова Василиса Сергеевна — студент, тел.: (495) 939-36-06, e-mail: latypova.vs17@physics.msu.ru.
- Галкин Владимир Игоревич — доктор физ.-мат. наук, доцент, профессор; тел.: (495) 939-36-06, e-mail: v\_i\_galkin@mail.ru.