Спектроскопия четырежды тяжёлых тетракварков в релятивистской кварковой модели

В. О. Галкин[1],* Е. М. Савченко[2],† Р. Н. Фаустов[1]‡

[1]Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук
Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, д. 40

[2] Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 31.05.2022; подписана в печать 01.06.2022)

В рамках релятивистской кварковой модели, основанной на квазипотенциальном подходе и квантовой хромодинамике, проведён расчёт масс основных и возбуждённых состояний тетракварков, составленных из очарованного c и прелестного b кварков и антикварков. Последовательно учтены релятивистские эффекты. Тетракварк рассматривается как связанное состояние дикварка и антидикварка. С помощью форм–факторов дикварк–глюонного взаимодействия произведён учёт конечного размера дикварка. Показано, что большинство исследованных состояний тетракварков лежат над порогами распадов на пару кваркониев, вследствие чего они могут наблюдаться как широкие резонансы. Узкое состояние $X(6900)$ в спектре парного рождения J/ψ–мезона, недавно обнаруженное коллаборацией LHCb на Большом Адронном Коллайдере, соответствует возбуждённому состоянию четырежды очарованного тетракварка.

PACS: 12.39.Ki, 14.40.Rt УДК: 539.126.4

Ключевые слова: кварк, дикварк, тетракварк, релятивистская кварковая модель.

ВВЕДЕНИЕ

Кварковая модель адронов предсказывает различные возможные устойчивые комбинации валентных кварков и антикварков, однако в течение многих десятилетий в экспериментах достоверно наблюдалось лишь два вида комбинаций: барионы, состоящие из трех кварков (qqq), и мезоны, состоящие из кварка и антикварка ($q\bar{q}$). Другие же возможные комбинации, такие, как тетракварки ($qq\bar{q}\bar{q}$), пентакварки ($qqqq\bar{q}$), глюболы (gg), гибриды ($q\bar{q}g$) и другие и были названы «экзотическими».

Долгие годы возникали сомнения в самом факте их существования, поскольку, существуй они, их уже должны были бы обнаружить. Первым надежным кандидатом на экзотическое состояние стала частица X(3872) (Belle 2003, [1]). Это чармониеподобное состояние, обладающее крайне узкой шириной ($\Gamma = 1.19 \pm 0.21$ МэВ, [2]) и нехарактерными распадами, нарушающими изоспин $\left(\frac{Br(X(3872)\to\omega J/\psi)}{Br(X(3872)\to\pi^+\pi^- J/\psi)} = 1.1 \pm 0.4\right.$, [1, 3]$\left.\right)$. Таким образом, X(3872) не укладывается в кварковую картину адронов иначе, как в виде четырёхкваркового состояния ($cu\bar{c}\bar{u}$). Вскоре было открыто первое явно экзотическое состояние $Z_c^{\pm}(4430)$ (LHCb 2014, [4]). Эта частица особенна тем, что является заряженным состоянием чармония. А отличный от нуля электрический заряд означает, что, кроме пары очарованных кварка и антикварка, оно содержит ещё и пару лёгких кварка и антикварка различных ароматов ($cu\bar{c}\bar{d}$, $cd\bar{c}\bar{u}$). В настоящее время обнаружено несколько десятков, как, пока что, лишь кандидатов, так и уже достоверно подтверждённых тетракварков ($cc\bar{c}\bar{c}$ – X(6900), LHCb 2020, [5] и т. д.) и пентакварков ($uudc\bar{c}$ — $P_c^+(4380)$, $P_c^+(4450)$, LHCb 2015, [6]). Наиболее свежий подробный обзор состояния дел в данной области можно найти в работе [7].

Отметим, что в настоящее время нет единой теоретической картины экзотических состояний. В отсутствие строгого описания адронов в рамках КХД теоретикам приходится использовать модельные предположения о структуре и характере взаимодействия кварков в экзотических адронах. В результате существуют теоретические подходы, предполагающие различный состав экзотических состояний и методы их непертурбативного описания. Получаемые в их рамках предсказания с переменным успехом согласуются с экспериментальными данными.

Объектом наших исследований из всех экзотических состояний являются тетракварки, причём четырежды тяжёлые, то есть состоящие из двух тяжёлых кварков и двух тяжёлых антикварков. Такой выбор существенно сокращает число подходов, применимых для их описания. На данный момент уже имеется ряд теоретических расчётов в рамках самых разных моделей, однако в них нет единодушия относительно того, какие из предсказываемых состояний являются достаточно долгоживущими для их экспериментального обнаружения.

Экспериментально поиски таких состояний активно ведутся на Большом Адронном Коллайдере LHC. На данный момент коллаборации LHCb [5, 8] и CMS [9, 10] ведут активные поиски четырежды очарованного $X_{cc\bar{c}\bar{c}}$ и четырежды прелестного $X_{bb\bar{b}\bar{b}}$ тетракварков. Так состояние $X_{cc\bar{c}\bar{c}}$ ищут в промежуточных резонансах процессов $p+p \to J/\psi(1S)J/\psi(1S)$ и $p+p \to J/\psi\mu^+\mu^-$ при $\sqrt{s} = 7$, 8 и 13 ТэВ (LHCb). Предсказываемая масса $X_{cc\bar{c}\bar{c}}$ лежит в преде-

* galkin@ccas.ru
† savchenko.em16@physics.msu.ru
‡ faustov@ccas.ru

ле 5.8 – 7.4 ГэВ. Поиски $X_{cc\bar{c}\bar{c}}$ велись в диапазоне масс 6.2 – 7.4 ГэВ. В 2020 г. коллаборация LHCb объявила об обнаружении уже упомянутого нами ранее резонанса $X(6900)$ [5], который по своим параметрам является кандидатом в возбуждённое состояние $X_{cc\bar{c}\bar{c}}$. Также было зафиксировано ещё несколько структур в районе 6.4 и 7.2 ГэВ, которые также могут быть другими возбуждениями того же $X_{cc\bar{c}\bar{c}}$.

В секторе четырежды прелестных тетракварков $X_{bb\bar{b}\bar{b}}$ пока успехов не достигнуто. Для их поисков изучают промежуточные резонансы процессов $p+p \to \Upsilon(1S)\Upsilon(1S)$ и $p+p \to \Upsilon\mu^+\mu^-$ при $\sqrt{s}=7$, 8 и 13 ТэВ (LHCb) и 8 и 13 ТэВ (CMS). Предсказываемая масса $X_{bb\bar{b}\bar{b}}$ лежит в пределе 18.4 – 18.8 ГэВ. Поиски $X_{bb\bar{b}\bar{b}}$ велись в диапазонах масс 17.5 – 20.0 ГэВ (LHCb) и 17.5 – 19.5 ГэВ (CMS). Также CMS искали признаки каких-либо узких резонансов в диапазонах масс 16.5 – 27 ГэВ. Однако на сегодняшний день ни одно из вышеуказанных исследований не выявило никаких признаков возникновения резонанса, достаточно схожего по свойствам с ожидаемыми от экзотического состояния $X_{bb\bar{b}\bar{b}}$ в данном процессе и при таких энергиях.

Настоящая работа организована следующим образом. В разд. 1 дано описание и физическое обоснование выбранной нами модели, в которой производятся исследования данной тетракварковой структуры. В разд. 2 описана релятивистская кварковая модель и ее применение к расчету спектров масс тетракварков. В разд. 3 приведены результаты наших вычислений и их анализ, а именно сравнение вычисленных нами масс с порогами распадов на пары кваркониев. В заключении подведены итоги.

1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Объект наших исследований — тетракварк — это связанная система двух кварков и двух антикварков.

Существует 6 ароматов кварков, и по массам их можно разделить на две группы: лёгкие (массы которых значительно меньше $\Lambda_{\text{КХД}} \approx 200$ МэВ, энергия конфайнмента кварков), это u-: $2.16^{+0.49}_{-0.26}$ МэВ, d-: $4.67^{+0.48}_{-0.17}$ МэВ и s-: 93^{+11}_{-5} МэВ кварки, и тяжёлые (массы которых, напротив, значительно больше $\Lambda_{\text{КХД}}$), это c-: 1.27 ± 0.02 ГэВ, b-: $4.18^{+0.03}_{-0.02}$ ГэВ и t-: 172.76 ± 0.30 ГэВ кварки [2]. Мы сосредоточимся на исследовании четырежды тяжёлых тетракварков. Однако t-кварк особенный — он на порядок тяжелее всех прочих кварков, и вследствие своей колоссальной массы он быстро распадается за счёт слабого взаимодействия, не успевая сформировать связанное состояние. Поэтому его рассматривать не будем.

Всего из двух типов кварков и двух типов антикварков можно составить множество комбинаций, и для теоретических расчётов совершенно не имеет значения, какой у тетракварка состав, поэтому рассчитать можно все эти комбинации, что нами уже было проделано для основных состояний [11, 12]. Однако, учитывая большое число возможных возбуждённых состояний, рациональнее отобрать и работать с теми комбинациями, которые проще экспериментально обнаружить. Такими наиболее удобными являются симметричные составы: четырежды очарованный $cc\bar{c}\bar{c}$, дважды очарованный дважды прелестный $cb\bar{c}\bar{b}$ и четырежды прелестный $bb\bar{b}\bar{b}$ тетракварки. Причина особого удобства таких комбинаций в том, что тетракварки связываются из кварков близкорождённых кваркониев, и для формирования симметричных комбинаций достаточно рождения всего двух пар ($2 \times c\bar{c}$, $c\bar{c}+b\bar{b}$ и $2 \times b\bar{b}$), в то время как для формирования остальных комбинаций необходимо рождение по меньшей мере трёх пар, что является экспериментально существенно менее вероятным событием.

В настоящей работе тетракварк рассматривается как связанное состояние дикварка QQ и антидикварка $\bar{Q}\bar{Q}$ (ненаблюдаемых цветных структур). Такая модель далеко не нова и широко применяется в спектроскопии адронов, давая хорошее согласие расчётов (например, масс барионов) с экспериментами. Также достоинством такой интерпретации является и тот факт, что теоретически предсказываемый спектр возбуждений в барионах в отсутствие такой модели гораздо шире экспериментально наблюдаемого, а кварк–дикварковая модель барионов накладывает необходимые ограничения, приводящие теорию в согласие с экспериментом.

Другой широко используемой моделью описания тетракварков является молекулярная картина. Объясним, почему считаем её применение к четырежды тяжёлым тетракваркам некорректным. У модели мезонной молекулы есть две основные проблемы: слабая связь и ограничения на состав. Речь о том, что связь между мезонами в молекуле осуществляется либо за счёт сил Ван–Дер–Ваальса, либо посредством обмена ещё одним мезоном, содержащим те же кварки, что и в молекуле (например, в молекуле $(Q_1\bar{Q}_2)(Q_3\bar{Q}_4)$ возможен обмен $Q_1\bar{Q}_4$ и $Q_3\bar{Q}_2$ мезонами). Силы Ван–Дер–Ваальса в принципе достаточно слабы и не могу обеспечить достаточного связывания. С мезонным обменом всё немного сложнее. В нашем случае обменными могут быть только тяжёлые мезоны: $c\bar{c}, c\bar{b}, b\bar{c}, b\bar{b}$. Такая связь описывается потенциалом Юкавы и её сила убывает с ростом массы мезона-переносчика. Поэтому такой потенциал может обеспечить слабую связь в случае обмена лёгкими мезонами, вроде пионов ($M_{\pi^\pm} = 139.57$ МэВ), но не в нашем случае ($M_{min} = M_{\eta_c} = 2983.9 \pm 0.4$ МэВ).

При вычислениях в кварк–дикварковой картине необходимо учитывать, что дикварк (ненаблюдаемый цветной объект) является системой фермионов, и поэтому подчиняется обобщённому принципу Паули: полная волновая функция дикварка должна быть антисимметрична. Это означает, что, если дикварк составлен из кварков одного аромата, он может быть только аксиальновекторным (A). Если же дикварк состоит из кварков разного аромата, он может быть и аксиальновекторным (A), и скалярным (S).

В рассматриваемой нами системе скорости кварков могут доходить до $c/2$, так что мы будем пользоваться релятивистским подходом. Релятивистский подход означает использование релятивистской кинематики и динамики на основе Релятивистской Кварковой Модели, успешно показавшей себя при расчёте спектров масс классических трёхкварковых барионов и кварк-антикварковых мезонов. Предположения о виде потенциалов, параметры потенциалов и массы кварков мы будем использовать фиксированные ранее. Данный подход учитывает внутреннюю структуру, то есть дикварки рассматриваются как неточечные, протяжённые пространственно объекты. Для её учёта взаимодействие дикварка с глюонами будет модифицировано с помощью форм–факторов.

2. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ

Расчёт спектров масс четырежды тяжёлых тетракварков проведём в рамках релятивистской кварковой модели. Для этого нужно найти решение релятивистского квазипотенциального уравнения шрёдингеровского типа [13, 14]. Это уравнение описывает связанное состояние двух частиц в заданном квазипотенциале. Мы будем применять его для системы дикварк–антидикварк.

$$\left(\frac{b^2(M)}{2\mu_R(M)}-\frac{\mathbf{p}^2}{2\mu_R(M)}\right)\Psi_{T,d}(\mathbf{p})= \\ =\int\frac{d^3q}{(2\pi)^3}V(\mathbf{p},\mathbf{q};M)\Psi_{T,d}(\mathbf{q}). \quad (1)$$

Входящие в уравнение слагаемые представляют собой: $\mathbf{p}$ — вектор относительного импульса системы; M — масса связанного состояния; μ_R — релятивистская приведённая масса составляющих:

$$\mu_R=\frac{E_aE_b}{E_a+E_b}=\frac{M^4-(m_a^2-m_b^2)^2}{4M^3}; \quad (2)$$

$E_{a,b}$ — энергии частиц на энергетической поверхности:

$$E_{a,b}=\frac{M^2-m_{b,a}^2+m_{a,b}^2}{2M}; \quad (3)$$

$m_{a,b}$ — массы отдельных составляющих; $b^2(M)$ — квадрат относительного импульса в системе центра масс на массовой поверхности:

$$b^2(M)=\frac{[(M^2-m_a^2-m_b^2)^2-4m_a^2m_b^2]}{4M^2}= \\ =\frac{[M^2-(m_a+m_b)^2][M^2-(m_a-m_b)^2]}{4M^2}; \quad (4)$$

$\Psi_{T,d}(\mathbf{p})$ — волновые функции связанного состояния; $V(\mathbf{p},\mathbf{q};M)$ — оператор квазипотенциала взаимодействия составляющих.

Уравнение (1) на первый взгляд кажется обычным уравнением Шрёдингера, но на самом деле оно релятивистское: в левой части содержится релятивистская кинематика. Возникает сложная зависимость приведённой массы связанного состояния μ_R от массы связанного состояния M (ур. (2)). Релятивистская динамика содержится в правой части ур. (1), в квазипотенциале $V(\mathbf{p},\mathbf{q};M)$, который строится с помощью спроектированной на состояния с положительной энергией амплитуды рассеяния вне массовой поверхности и корректное построение которого является основной нашей задачей.

Релятивистский квазипотенциал для дикварк–антидикваркового взаимодействия состоит из взаимодействия с глюонами и запирания. Также мы будем учитывать неточечность дикварков и их целочисленный спин. Итак, квазипотенциал имеет вид:

$$V(\mathbf{p},\mathbf{q};M)=\underbrace{\frac{<d(\mathcal{P})|J_\mu|d(\mathcal{Q})>}{2\sqrt{E_d}\sqrt{E_d}}\frac{4}{3}\alpha_sD^{\mu\nu}(\mathbf{k})\frac{<d'(\mathcal{P}')|J_\nu|d'(\mathcal{Q}')>}{2\sqrt{E_{d'}}\sqrt{E_{d'}}}}_{\substack{\text{дикварк–глюонное вз-вие,}\\ \text{доминирует на малых расст.}}}+ \\ +\underbrace{\Psi_d^*(\mathcal{P})\Psi_{d'}^*(\mathcal{P}')[J_{d;\mu}J_{d'}^{\mu}V_{\text{конф}}^{\text{вект}}(\mathbf{k})+V_{\text{конф}}^{\text{ск}}(\mathbf{k})]\Psi_d(\mathcal{Q})\Psi_{d'}(\mathcal{Q}')}_{\substack{\text{запирание,}\\ \text{доминирует на больших расст.}}}, \quad (5)$$

Опустим подробности выкладок, обсудив лишь наиболее важный аспект данного этапа решения задачи: вопрос математического учёта конечных размеров дикварка. Для этого необходимо рассчитать матричные элементы кварковых токов между дикварками $<d(\mathcal{P})|J_\mu|d(\mathcal{Q})>$. Эти матричные элементы являются упругими (диагональными) и их можно параметризовать с помощью набора форм–факторов $h_{+,1,2,3}(k^2)$. Для скалярного дикварка:

$$<S(\mathcal{P})|J_\mu|S(\mathcal{Q})>=h_+(k^2)(\mathcal{P}+\mathcal{Q})_\mu, \quad (6)$$

Для аксиальновекторного дикварка:

$$< A(\mathcal{P})|J_\mu|A(\mathcal{Q}) >= -\Big[\epsilon_d^*(\mathcal{P})\epsilon_d(\mathcal{Q})\Big]h_1(k^2)(\mathcal{P}+\mathcal{Q})_\mu +$$
$$+h_2(k^2)\Big\{\Big[\epsilon_d^*(\mathcal{P})\mathcal{Q}\Big]\epsilon_{d;\mu}(\mathcal{Q}) + \Big[\epsilon_d(\mathcal{Q})\mathcal{P}\Big]\epsilon^*_{d;\mu}(\mathcal{P})\Big\}+$$
$$+h_3(k^2)\frac{1}{M_A^2}\Big[\epsilon_d^*(\mathcal{P})\mathcal{Q}\Big]\Big[\epsilon_d(\mathcal{Q})\mathcal{P}\Big](\mathcal{P}+\mathcal{Q})_\mu, \qquad (7)$$

$\epsilon_d(p)$ — вектор поляризации аксиальновекторного дикварка с импульсом $\mathbf{p}$:

$$\epsilon_d(p) = \left(\frac{(\epsilon_d\mathbf{p})}{M_d},\ \epsilon_d + \frac{(\epsilon_d\mathbf{p})\mathbf{p}}{M_d(M_d+E_d(p))}\right), \qquad (8)$$
$$\epsilon_d^\mu(p)p_\mu = 0,$$

M_d и $E_d(p)$ — масса и энергия дикварка (M_A — масса аксиальновекторного дикварка):

$$E_d(p) = \sqrt{M_d^2+\mathbf{p}^2}; \qquad (9)$$

$k = \mathcal{P} - \mathcal{Q}$;

Расчёт показывает, что:

$$h_+(k^2) = h_1(k^2) = h_2(k^2) = F(\mathbf{k}^2),$$
$$h_3(k^2) = 0, \qquad (10)$$

$F(\mathbf{k}^2)$ — форм-фактор в импульсном пространстве:

$$F(\mathbf{k}^2) = \frac{\sqrt{M_dE_d}}{M_d+E_d}\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\Bigg\{\Bigg[\bar\Psi_d\Big(\mathbf{p}+\frac{2\varepsilon_{Q'}(p)}{M_d+E_d}\mathbf{k}\Big)\sqrt{\frac{\varepsilon_Q(p)+m_Q}{\varepsilon_Q(p+k)+m_Q}}\cdot$$
$$\cdot\Big(\frac{\varepsilon_Q(p+k)+\varepsilon_Q(p)}{2\sqrt{\varepsilon_Q(p+k)\varepsilon_Q(p)}} + \frac{\mathbf{pk}}{2(\varepsilon_Q(p)+m_Q)\sqrt{\varepsilon_Q(p+k)\varepsilon_Q(p)}}\Big)\Psi_d(\mathbf{p})\Bigg]+$$
$$+\Bigg[\bar\Psi_d\Big(\mathbf{p}+\frac{2\varepsilon_Q(p)}{M_d+E_d}\mathbf{k}\Big)\sqrt{\frac{\varepsilon_{Q'}(p)+m_{Q'}}{\varepsilon_{Q'}(p+k)+m_{Q'}}}\cdot$$
$$\cdot\Big(\frac{\varepsilon_{Q'}(p+k)+\varepsilon_{Q'}(p)}{2\sqrt{\varepsilon_{Q'}(p+k)\varepsilon_{Q'}(p)}} + \frac{\mathbf{pk}}{2(\varepsilon_{Q'}(p)+m_{Q'})\sqrt{\varepsilon_{Q'}(p+k)\varepsilon_{Q'}(p)}}\Big)\Psi_d(\mathbf{p})\Bigg]\Bigg\}; \qquad (11)$$

Форм-фактор $F(r)$ определяется путем преобразования Фурье от $\frac{F(\mathbf{k}^2)}{\mathbf{k}^2}$ и его домножения на r. Численные расчёты показывают, что он с высокой точностью может быть параметризован как ([15]):

$$F(r) = 1 - e^{-\xi r - \zeta r^2}. \qquad (12)$$

Окончательно получаем потенциал дикварк–антидикваркового взаимодействия:

$$V(r) = V_{\text{кулон}}(r) + V_{\text{конф}}(r) + \frac{1}{E_1E_2}\Bigg\{\mathbf{p}\Big[V_{\text{кулон}}(r)+V^{\text{вект}}_{\text{конф}}(r)\Big]\mathbf{p} - \frac{1}{4}\Delta V^{\text{вект}}_{\text{конф}}(r) + V'_{\text{кулон}}(r)\frac{\mathbf{L}^2}{2r}\Bigg\}+$$
$$+\Bigg\{\frac{1}{2}\Big[\frac{1}{E_1(E_1+M_1)} + \frac{1}{E_2(E_2+M_2)}\Big]\frac{V'_{\text{кулон}}(r)}{r} -$$
$$-\frac{1}{2}\Big[\frac{1}{M_1(E_1+M_1)} + \frac{1}{M_2(E_2+M_2)}\Big]\frac{V'_{\text{конф}}(r)}{r} + \frac{\mu_d}{4}\Big[\frac{1}{M_1^2}+\frac{1}{M_2^2}\Big]\frac{V'^{\text{вект}}_{\text{конф}}(r)}{r}+$$
$$+\frac{1}{E_1E_2}\Big[V'_{\text{кулон}}(r) + \frac{\mu_d}{4}\Big(\frac{E_1}{M_1}+\frac{E_2}{M_2}\Big)V'^{\text{вект}}_{\text{конф}}(r)\Big]\frac{1}{r}\Bigg\}\mathbf{L}(\mathbf{S_1}+\mathbf{S_2})+$$
$$+\frac{1}{E_1E_2}\Bigg\{\frac{\mu_d}{4}\Big(\frac{E_1}{M_1}-\frac{E_2}{M_2}\Big)\frac{V'^{\text{вект}}_{\text{конф}}(r)}{r}\Bigg\}\mathbf{L}(\mathbf{S_1}-\mathbf{S_2})+$$
$$+\frac{1}{3E_1E_2}\Bigg\{\frac{1}{r}V'_{\text{кулон}}(r) - V''_{\text{кулон}}(r) + \frac{\mu_d^2}{4}\frac{E_1E_2}{M_1M_2}\Big(\frac{1}{r}V'^{\text{вект}}_{\text{конф}}(r) - V''^{\text{вект}}_{\text{конф}}(r)\Big)\Bigg\}$$
$$\times\Big[\frac{3}{r^2}\Big(\mathbf{S_1r}\Big)\Big(\mathbf{S_2r}\Big) - \mathbf{S_1S_2}\Big] + \frac{2}{3E_1E_2}\Bigg\{\Delta V_{\text{кулон}}(r) + \frac{\mu_d^2}{4}\frac{E_1E_2}{M_1M_2}\Delta V^{\text{вект}}_{\text{конф}}(r)\Bigg\}\mathbf{S_1S_2}, \qquad (13)$$

p — относительный импульс системы; $M_{1,2}$ и $E_{1,2}$ — массы и энергии дикварка и антидикварка; μ_d — полный хромомагнитный момент дикварка (выбран нами равным нулю); $\mathbf{S_d}$ — спин аксиальновекторного дикварка; **L** — относительный орбитальный момент системы; $V_{\text{конф}}$ — запирающий потенциал в нерелятивистском пределе:

$$V_{\text{конф}} = V^{\text{вект}}_{\text{конф}} + V^{\text{скал}}_{\text{конф}} = (1-\varepsilon)(Ar+B) + \varepsilon(Ar+B); \tag{14}$$

ε — коэффициент смешивания скалярного и векторного запирания; $V_{\text{кулон}}(r)$ — кулоновский потенциал одноглюонного обмена:

$$V_{\text{кулон}}(r) \equiv -\frac{4}{3}\alpha_s \frac{F_1(r)F_2(r)}{r}, \tag{15}$$

$F_{1,2}(r)$ — форм-факторы, позволяющие произвести учёт размеров дикварков (ур. (12)).

Теперь ур. (1) с квазипотенциалом (13) численно решается при фиксированных μ_R как уравнение Шрёдингера [16], после чего методом последовательных приближений находятся массы связанных состояний — тетракварков.

Параметры задачи, такие как коэффициент смешивания запирающего потенциала ε, параметры форм–факторов ξ, ζ, массы кварков и дикварков взяты из предыдущих работ по исследованию свойств мезонов и барионов.

Таблица 1. Параметры задачи ([17–19])

m_c	1.55 ГэВ		
m_b	4.88 ГэВ		
A	0.18 ГэВ^2		
B	-0.3 ГэВ		
ε	-1		
κ	-1		
	cc	cb	bb
$M_{QQ'}$	3226 МэВ	S — 6519 МэВ, A — 6526 МэВ	9778 МэВ
ξ	1.30 ГэВ	1.50 ГэВ	1.30 ГэВ
ζ	0.42 ГэВ^2	0.59 ГэВ^2	1.60 ГэВ^2

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Полученные результаты расчета спектров масс четырежды тяжёлых тетракварков приведены в табл. 2–4. Массы основных состояний всех возможных девяти составов четырежды тяжёлых тетракварков уже были вычислены в предыдущих работах [11, 12].

Очевидно, что, если масса тетракварка превышает сумму масс пары мезонов, составленных из тех же кварков и антикварков, и при этом нет запрета на распад по квантовым числам (спин-чётностям J^{PC}), то тетракварк будет распадаться на эту пару мезонов путём сильного взаимодействия. Если же масса тетракварка лежит ниже соответствующего порога, распад возможен за счёт аннигиляции тяжёлых кварков и антикварков в глюоны или радиационного перехода, но такие процессы подавлены, что делает эти тетракварки узкими состояниями.

В табл. 5-6 приведены сравнения масс четырежды очарованных и четырежды прелестных тетракварков, вычисленных нами (табл. 2, 4), с порогами распадов на пары мезонов. Аналогичный анализ можно также провести и для дважды очарованных дважды прелестных тетракварков (табл. 3). Наибольший интерес для нас представляют получившиеся значения фазового объёма Δ:

$$\Delta = M_{QQ'\bar{Q}\bar{Q}'} - M_{thr}, \tag{16}$$

где $M_{QQ'\bar{Q}\bar{Q}'}$ — масса тетракварка, а M_{thr} — масса порога распада на пару мезонов. Нас интересуют наиболее вероятные моды распада для каждого тетракварка. Они, в свою очередь, соответствуют наибольшим из возможных значений Δ: Δ_{max}. Поэтому в табл. 5-6 приведены сравнения масс тетракварков не со всеми возможными для них порогами, а с наинизшими ($M_{thr\ min} \to \Delta_{max}$).

Из табл. 5-6 также можно сделать ряд выводов. Во-первых, за исключением двух следующих состояний:

$$X_{bb\bar{b}\bar{b}} \quad 1D \quad S=1 \quad 3^{+-} \quad 19720\ \text{МэВ}, \tag{17}$$

$$X_{bb\bar{b}\bar{b}} \quad 1D \quad S=2 \quad 4^{++} \quad 19724\ \text{МэВ}, \tag{18}$$

для всех остальных состояний тетракварков существует хотя бы одна пара мезонов, чья суммарная масса оказывается меньше массы тетракварка ($\Delta_{\text{из таблиц}} \equiv \Delta_{max} > 0$), то есть почти для всех тетракварков существует возможность такого распада.

Во-вторых, для большинства тетракварков такие Δ_{max} значительно превышают отметку в 300 МэВ. То есть тетракварки в основном лежат сильно выше порогов распадов, которые в таком случае называют "развалами". Это означает, что экспериментально такое состояние будет проявляться не как узкий, а как широкий резонанс. Однако справедливо это утверждение лишь для основных состояний тетракварков, а для возбуждённых состояний появляются дополнительные ограничения. В частности, их распады будут подавлены либо центробежным барьером между кварком и антикварком (орбитальные возбуждения), либо нулями волновой функции (радиальные возбужденния), либо же и тем, и другим, и поэтому они могут быть узкими резонансами.

В третьих, имеются также состояния, для которых $\Delta_{max} < 300$ МэВ. Такие состояния уже близки к порогу распада на пару мезонов. И для таких состояний в таблицах приведены не только Δ_{max}, но также и все остальные достаточно близколежащие каналы распадов и их Δ (в диапазоне $-50 \le \Delta \le 300$ МэВ).

Таблица 2. Вычисленные массы (МэВ) основных состояний, радиально и орбитально возбуждённых четырежды очарованных тетракварков $cc\bar{c}\bar{c}$

Состав $d\bar{d}$	состояние nL	$\mathbf{n_r}$	L	S	J	$\mathbf{J^{PC}}$	M
$A\bar{A}$	1S	0	0	0	0	0^{++}	6190
				1	1	1^{+-}	6271
				2	2	2^{++}	6367
	1P	0	1	0	1	1^{--}	6631
				1	0	0^{-+}	6628
					1	1^{-+}	6634
					2	2^{-+}	6644
				2	1	1^{--}	6635
					2	2^{--}	6648
					3	3^{--}	6664
	2S	1	0	0	0	0^{++}	6782
				1	1	1^{+-}	6816
				2	2	2^{++}	6868
	1D	0	2	0	2	2^{++}	6921
				1	1	1^{+-}	6909
					2	2^{+-}	6920
					3	3^{+-}	6932
				2	0	0^{++}	6899
					1	1^{++}	6904
					2	2^{++}	6915
					3	3^{++}	6929
					4	4^{++}	6945
	2P	1	1	0	1	1^{--}	7091
				1	0	0^{-+}	7100
					1	1^{-+}	7099
					2	2^{-+}	7098
				2	1	1^{--}	7113
					2	2^{--}	7113
					3	3^{--}	7112
	3S	2	0	0	0	0^{++}	7259
				1	1	1^{+-}	7287
				2	2	2^{++}	7333

Небольшие отрицательные Δ приведены из соображений, что наши расчёты имеют теоретическую погрешность. Однако, если величина Δ действительно отрицательна, это означает, что состояние не может распадаться за счёт процессов сильного развала на два кваркония $Q\bar{Q}$, и основными каналами будут либо распады за счёт аннигиляции тяжёлых кварков и антикварков в глюоны с последующей их адронизацией в более лёгкие адроны (сильно подавлены согласно правилу Окубо-Цвейга-Иидзуки), либо радиационные распады (если разрешены). В результате такое состояние будет узким состоянием, которое может наблюдаться экспериментально в других каналах распадов: либо на адроны, составленные из более лёгких кварков и антикварков, либо на два кваркония и фотон.

Также в табл. 5–6 во всех возможных процессах указаны (и выделены жирным шрифтом) пороги распадов на пары J/ψ- и Υ–мезонов. Сделано это, потому что данные распады наиболее удобны для экспериментальных исследований, поскольку эти мезоны имеют характерный распад ($P \sim 5\%$) на пару $\mu^+\mu^-$, который удобен для экспериментального наблюдения.

На данный момент результаты экспериментальных поисков полностью кореллируют с нашими выводами. В частности, на LHC ведутся поиски четырежды очарованного $X_{cc\bar{c}\bar{c}}$ и четырежды прелестного $X_{bb\bar{b}\bar{b}}$ тетракварков. Уже достоверно обнаружено одно состояние (LHCb, 2020, [5]), которое явно является кандидатом в возбуждённое состояние $X_{cc\bar{c}\bar{c}}$. Ввиду возможности распада на пару J/ψ–мезонов и приводимых массы и ширины:

Таблица 3. Вычисленные массы (МэВ) основных состояний, радиально и орбитально возбуждённых дважды очарованных дважды прелестных тетракварков $cb\bar{c}\bar{b}$.

Состав $d\bar{d}$	состояние nL	$\mathbf{n_r}$	L	S	J	$\mathbf{J^{PC}}$	M
$A\bar{A}$	1S	0	0	0	0	0^{++}	12838
				1	1	1^{+-}	12855
				2	2	2^{++}	12883
	1P	0	1	0	1	1^{--}	13103
				1	0	0^{-+}	13100
					1	1^{-+}	13103
					2	2^{-+}	13108
				2	1	1^{--}	13103
					2	2^{--}	13109
					3	3^{--}	13116
	2S	1	0	0	0	0^{++}	13247
				1	1	1^{+-}	13256
				2	2	2^{++}	13272
	1D	0	2	0	2	2^{++}	13306
				1	1	1^{+-}	13299
					2	2^{+-}	13304
					3	3^{+-}	13311
				2	0	0^{++}	13293
					1	1^{++}	13296
					2	2^{++}	13301
					3	3^{++}	13308
					4	4^{++}	13317
	2P	1	1	0	1	1^{--}	13428
				1	0	0^{-+}	13431
					1	1^{-+}	13431
					2	2^{-+}	13431
				2	1	1^{--}	13434
					2	2^{--}	13435
					3	3^{--}	13436
	3S	2	0	0	0	0^{++}	13558
				1	1	1^{+-}	13566
				2	2	2^{++}	13580
$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(A\bar{S} \pm S\bar{A}\right)$	1S	0	0	1	1	$1^{+\pm}$	12863
	1P	0	1		0	$0^{-\pm}$	13096
					1	$1^{-\pm}$	13099
					2	$2^{-\pm}$	13104
	2S	1	0		1	$1^{+\pm}$	13257
	1D	0	2		1	$1^{+\pm}$	13293
					2	$2^{+\pm}$	13298
					3	$3^{+\pm}$	13305
	2P	1	1		0	$0^{-\pm}$	13426
					1	$1^{-\pm}$	13426
					2	$2^{-\pm}$	13427
	3S	2	0		1	$1^{+\pm}$	13566
$S\bar{S}$	1S	0	0	0	0	0^{++}	12856
	1P	0	1		1	1^{--}	13095
	2S	1	0		0	0^{++}	13250
	1D	0	2		2	2^{++}	13293
	2P	1	1		1	1^{--}	13420
	3S	2	0		0	0^{++}	13559

Таблица 4. Вычисленные массы (МэВ) основных состояний, радиально и орбитально возбуждённых четырежды прелестных тетракварков $bb\bar{b}\bar{b}$.

Состав $d\bar{d}$	состояние nL	$\mathbf{n_r}$	L	S	J	$\mathbf{J^{PC}}$	M
$A\bar{A}$	1S	0	0	0	0	0^{++}	19315
				1	1	1^{+-}	19320
				2	2	2^{++}	19331
	1P	0	1	0	1	1^{--}	19536
				1	0	0^{-+}	19533
					1	1^{-+}	19535
					2	2^{-+}	19539
				2	1	1^{--}	19534
					2	2^{--}	19538
					3	3^{--}	19545
	2S	1	0	0	0	0^{++}	19680
				1	1	1^{+-}	19682
				2	2	2^{++}	19687
	1D	0	2	0	2	2^{++}	19715
				1	1	1^{+-}	19710
					2	2^{+-}	19714
					3	3^{+-}	19720
				2	0	0^{++}	19705
					1	1^{++}	19707
					2	2^{++}	19711
					3	3^{++}	19717
					4	4^{++}	19724
	2P	1	1	0	1	1^{--}	19820
				1	0	0^{-+}	19821
					1	1^{-+}	19821
					2	2^{-+}	19822
				2	1	1^{--}	19823
					2	2^{--}	19823
					3	3^{--}	19824
	3S	2	0	0	0	0^{++}	19941
				1	1	1^{+-}	19943
				2	2	2^{++}	19947

$$M_1[X(6900)] = 6905 \pm 11 \pm 7 \ \text{МэВ},$$
$$\Gamma_1[X(6900)] = 80 \pm 19 \pm 33 \ \text{МэВ};$$
$$M_2[X(6900)] = 6886 \pm 11 \pm 11 \ \text{МэВ},$$
$$\Gamma_2[X(6900)] = 168 \pm 33 \pm 69 \ \text{МэВ},$$

(где индексы соответствуют моделям: 1 — без учёта интерференции с нерезонансным однопартонным рассеянием, 2 — с учётом), частица X(6900) может быть одним из следующих возбуждений четырежды очарованного тетракварка:

$$2S \quad S=2 \quad 2^{++} \quad 6868 \ \text{МэВ}, \tag{19}$$
$$1D \quad S=0 \quad 2^{++} \quad 6921 \ \text{МэВ}, \tag{20}$$
$$1D \quad S=2 \quad 0^{++} \quad 6899 \ \text{МэВ}, \tag{21}$$
$$1D \quad S=2 \quad 1^{++} \quad 6904 \ \text{МэВ}, \tag{22}$$
$$1D \quad S=2 \quad 2^{++} \quad 6915 \ \text{МэВ}. \tag{23}$$

Также из этих данных можно выделить ещё два широких пика: в районе 6.4 и 7.2 ГэВ, которым также можно поставить в соответствие основные или возбуждённые состояния $X_{cc\bar{c}\bar{c}}$. Например, первому пику может соответствовать основное состояние:

$$1S \quad S=2 \quad 2^{++} \quad 6367 \ \text{МэВ}, \tag{24}$$

а второму — возбуждения:

$$3S \quad S=0 \quad 0^{++} \quad 7259 \ \text{МэВ}, \tag{25}$$
$$3S \quad S=2 \quad 2^{++} \quad 7333 \ \text{МэВ}. \tag{26}$$

Таблица 5. Сравнение масс M (МэВ) четырежды очарованных тетракварков $cc\bar{c}\bar{c}$, вычисленных в данной работе (табл. 2), с наименьшими для них порогами распадов M_{thr} на легчайшие состояния чармония [2]. Δ — разность между полученной нами массой и порогом.

$QQ\bar{Q}\bar{Q}$	$d\bar{d}$	nL	S	$\mathbf{J^{PC}}$	M	M_{thr}	Δ	пара мезонов
$cc\bar{c}\bar{c}$	$A\bar{A}$	1S	0	$\mathbf{0^{++}}$	**6190**	5968	222	$\eta_c(1S)\eta_c(1S)$
						6194	**−4**	$\boldsymbol{J/\psi(1S)J/\psi(1S)}$
			1	1^{+-}	6271	6081	190	$\eta_c(1S)J/\psi(1S)$
			2	$\mathbf{2^{++}}$	**6367**	**6194**	**173**	$\boldsymbol{J/\psi(1S)J/\psi(1S)}$
		1P	0	1^{--}	6631	6509	122	$\eta_c(1S)h_c(1P)$
						6512	119	$J/\psi(1S)\chi_{c0}(1P)$
						6608	23	$J/\psi(1S)\chi_{c1}(1P)$
			1	0^{-+}	6628	6399	229	$\eta_c(1S)\chi_{c0}(1P)$
						6622	6	$J/\psi(1S)h_c(1P)$
				1^{-+}	6634	6495	139	$\eta_c(1S)\chi_{c1}(1P)$
						6622	12	$J/\psi(1S)h_c(1P)$
				2^{-+}	6644	6540	104	$\eta_c(1S)\chi_{c2}(1P)$
						6622	22	$J/\psi(1S)h_c(1P)$
			2	1^{--}	6635	6509	126	$\eta_c(1S)h_c(1P)$
						6512	123	$J/\psi(1S)\chi_{c0}(1P)$
						6608	27	$J/\psi(1S)\chi_{c1}(1P)$
						6653	-18	$J/\psi(1S)\chi_{c2}(1P)$
				2^{--}	6648	6608	40	$J/\psi(1S)\chi_{c1}(1P)$
						6653	-5	$J/\psi(1S)\chi_{c2}(1P)$
				3^{--}	6664	6653	11	$J/\psi(1S)\chi_{c2}(1P)$
		2S	0	$\mathbf{0^{++}}$	**6782**	5968	814	$\eta_c(1S)\eta_c(1S)$
						6194	**588**	$\boldsymbol{J/\psi(1S)J/\psi(1S)}$
			1	1^{+-}	6816	6081	735	$\eta_c(1S)J/\psi(1S)$
			2	$\mathbf{2^{++}}$	**6868**	**6194**	**674**	$\boldsymbol{J/\psi(1S)J/\psi(1S)}$
		1D	0	$\mathbf{2^{++}}$	**6921**	**6194**	**727**	$\boldsymbol{J/\psi(1S)J/\psi(1S)}$
			1	1^{+-}	6909	6081	828	$\eta_c(1S)J/\psi(1S)$
				2^{+-}	6920	6808	112	$\eta_c(1S)\psi_2(3823)$
				3^{+-}	6932	6827	105	$\eta_c(1S)\psi_3(3842)$
			2	$\mathbf{0^{++}}$	**6899**	5968	931	$\eta_c(1S)\eta_c(1S)$
						6194	**705**	$\boldsymbol{J/\psi(1S)J/\psi(1S)}$
				$\mathbf{1^{++}}$	**6904**	**6194**	**710**	$\boldsymbol{J/\psi(1S)J/\psi(1S)}$
				$\mathbf{2^{++}}$	**6915**	**6194**	**721**	$\boldsymbol{J/\psi(1S)J/\psi(1S)}$
				3^{++}	6929	6921	8	$J/\psi(1S)\psi_2(3823)$
						6940	-19	$J/\psi(1S)\psi_3(3842)$
				4^{++}	6945	6940	5	$J/\psi(1S)\psi_3(3842)$
		2P	0	1^{--}	7091	6509	582	$\eta_c(1S)h_c(1P)$
			1	0^{-+}	7100	6399	701	$\eta_c(1S)\chi_{c0}(1P)$
				1^{-+}	7099	6495	604	$\eta_c(1S)\chi_{c1}(1P)$
				2^{-+}	7098	6540	558	$\eta_c(1S)\chi_{c2}(1P)$
			2	1^{--}	7113	6509	604	$\eta_c(1S)h_c(1P)$
				2^{--}	7113	6608	505	$J/\psi(1S)\chi_{c1}(1P)$
				3^{--}	7112	6653	459	$J/\psi(1S)\chi_{c2}(1P)$
		3S	0	$\mathbf{0^{++}}$	**7259**	5968	1291	$\eta_c(1S)\eta_c(1S)$
						6194	**1065**	$\boldsymbol{J/\psi(1S)J/\psi(1S)}$
			1	1^{+-}	7287	6081	1206	$\eta_c(1S)J/\psi(1S)$
			2	$\mathbf{2^{++}}$	**7333**	**6194**	**1139**	$\boldsymbol{J/\psi(1S)J/\psi(1S)}$

Таблица 6. Сравнение масс M (МэВ) четырежды прелестных тетракварков $bb\bar{b}\bar{b}$, вычисленных в данной работе (Табл. 4), с наименьшими для них порогами распадов M_{thr} на легчайшие состояния боттомония [2]. Δ — разность между полученной нами массой и порогом.

$QQ\bar{Q}\bar{Q}$	$d\bar{d}$	nL	S	$\mathbf{J^{PC}}$	M	M_{thr}	Δ	пара мезонов
$bb\bar{b}\bar{b}$	$A\bar{A}$	1S	0	$\mathbf{0^{++}}$	**19315**	18798	517	$\eta_b(1S)\eta_b(1S)$
						18921	**394**	$\boldsymbol{\Upsilon(1S)\Upsilon(1S)}$
			1	1^{+-}	19320	18859	461	$\eta_b(1S)\Upsilon(1S)$
			2	$\mathbf{2^{++}}$	**19331**	**18921**	**410**	$\boldsymbol{\Upsilon(1S)\Upsilon(1S)}$
		1P	0	1^{--}	19536	19298	238	$\eta_b(1S)h_b(1P)$
						19320	216	$\Upsilon(1S)\chi_{b0}(1P)$
						19353	183	$\Upsilon(1S)\chi_{b1}(1P)$
						19373	163	$\Upsilon(1S)\chi_{b2}(1P)$
			1	0^{-+}	19533	19258	275	$\eta_b(1S)\chi_{b0}(1P)$
						19360	173	$\Upsilon(1S)h_b(1P)$
				1^{-+}	19535	19291	244	$\eta_b(1S)\chi_{b1}(1P)$
						19360	175	$\Upsilon(1S)h_b(1P)$
				2^{-+}	19539	19311	228	$\eta_b(1S)\chi_{b2}(1P)$
						19360	179	$\Upsilon(1S)h_b(1P)$
			2	1^{--}	19534	19298	236	$\eta_b(1S)h_b(1P)$
						19320	214	$\Upsilon(1S)\chi_{b0}(1P)$
						19353	181	$\Upsilon(1S)\chi_{b1}(1P)$
						19373	161	$\Upsilon(1S)\chi_{b2}(1P)$
				2^{--}	19538	19353	185	$\Upsilon(1S)\chi_{b1}(1P)$
						19373	165	$\Upsilon(1S)\chi_{b2}(1P)$
				3^{--}	19545	19373	172	$\Upsilon(1S)\chi_{b2}(1P)$
		2S	0	$\mathbf{0^{++}}$	**19680**	18798	882	$\eta_b(1S)\eta_b(1S)$
						18921	**759**	$\boldsymbol{\Upsilon(1S)\Upsilon(1S)}$
			1	1^{+-}	19682	18859	823	$\eta_b(1S)\Upsilon(1S)$
			2	$\mathbf{2^{++}}$	**19687**	**18921**	**766**	$\boldsymbol{\Upsilon(1S)\Upsilon(1S)}$
		1D	0	$\mathbf{2^{++}}$	**19715**	**18921**	**794**	$\boldsymbol{\Upsilon(1S)\Upsilon(1S)}$
			1	1^{+-}	19710	18859	851	$\eta_b(1S)\Upsilon(1S)$
				2^{+-}	19714	19562	152	$\eta_b(1S)\Upsilon_2(1D)$
				3^{+-}	19720	19812	-92	$h_b(1P)\chi_{b2}(1P)$
			2	$\mathbf{0^{++}}$	**19705**	18798	907	$\eta_b(1S)\eta_b(1S)$
						18921	**784**	$\boldsymbol{\Upsilon(1S)\Upsilon(1S)}$
				$\mathbf{1^{++}}$	**19707**	**18921**	**786**	$\boldsymbol{\Upsilon(1S)\Upsilon(1S)}$
				$\mathbf{2^{++}}$	**19711**	**18921**	**790**	$\boldsymbol{\Upsilon(1S)\Upsilon(1S)}$
				3^{++}	19717	19624	93	$\Upsilon(1S)\Upsilon_2(1D)$
				4^{++}	19724	19824	-100	$\chi_{b2}(1P)\chi_{b2}(1P)$
		2P	0	1^{--}	19820	19298	522	$\eta_b(1S)h_b(1P)$
			1	0^{-+}	19821	19258	563	$\eta_b(1S)\chi_{b0}(1P)$
				1^{-+}	19821	19291	530	$\eta_b(1S)\chi_{b1}(1P)$
				2^{-+}	19822	19311	511	$\eta_b(1S)\chi_{b2}(1P)$
			2	1^{--}	19823	19298	525	$\eta_b(1S)h_b(1P)$
				2^{--}	19823	19353	470	$\Upsilon(1S)\chi_{b1}(1P)$
				3^{--}	19824	19373	451	$\Upsilon(1S)\chi_{b2}(1P)$
		3S	0	$\mathbf{0^{++}}$	**19941**	18798	1143	$\eta_b(1S)\eta_b(1S)$
						18921	**1020**	$\boldsymbol{\Upsilon(1S)\Upsilon(1S)}$
			1	1^{+-}	19943	18859	1084	$\eta_b(1S)\Upsilon(1S)$
			2	$\mathbf{2^{++}}$	**19947**	**18921**	**1026**	$\boldsymbol{\Upsilon(1S)\Upsilon(1S)}$

А вот для $X_{bb\bar{b}\bar{b}}$ поиски:

$$pp \to X_{bb\bar{b}\bar{b}} \to \Upsilon(1S)\Upsilon(1S) \quad (27)$$

в диапазоне 17.5 – 20 ГэВ (как раз покрывает предсказываемые нами массы 19.3 – 20 ГэВ) пока не принесли никаких результатов (LHCb, 2018, [8]; CMS: 2017, [9], 2020 [10]), что также кореллирует с нашим выводом о том, что массы такого тетракварка лежат сильно выше порогов развалов, что делает его широким труднорегистрируемым резонансом.

Однако, согласно нашим расчётам, имеется два состояния четырежды прелестного тетракварка, лежащих ниже любых порогов распадов — это уже упомянутые в (17) и (18) состояния. Поэтому экспериментально они могут наблюдаться как узкие состояния.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках релятивистской кварковой модели проведён подробный расчёт масс основных и радиально- (вплоть до 3S) и орбитально- (вплоть до 1D) возбуждённых состояний четырежды очарованных $X_{cc\bar{c}\bar{c}}$, дважды очарованных дважды прелестных$X_{cb\bar{c}\bar{b}}$ и четырежды прелестных $X_{bb\bar{b}\bar{b}}$ тетракварков в дикварк–антидикварковой картине.

Важной особенностью проведённых вычислений является последовательный учёт релятивистских эффектов и конечного размера дикварка, который приводит к ослаблению потенциала одноглюонного обмена за счёт форм–факторов дикварк–глюонного взаимодействия.

Проведён подробный анализ рассчитанных спектров возбуждённых состояний тетракварков со сравнением их с порогами сильных распадов на пары тяжёлых мезонов. Установлены кандидаты, которые могут иметь наименьшие ширины и в результате наблюдаться как узкие состояния. Приводится аргументация, почему возбуждённые состояния могут оказаться узкими, несмотря на большой фазовый объём.

Необходимо отметить, что масса недавно обнаруженного в парном рождении J/ψ–мезонов узкого тетракварка $X_{cc\bar{c}\bar{c}}$ X(6900) (LHCb, [5]) согласуется с предсказываемыми нами массами возбуждённых состояний четырежды очарованных тетракварков. В соответствии с проделанными расчётами предложены кандидаты, которые со своими квантовыми числами и массами могут быть сопоставлены с наблюдённым узким резонансом. Кроме того, в тех же экспериментальных данных можно выделить ещё два широких пика, один из которых может соответствовать основному, а другой иному возбуждённому состояниям четырежды очарованного тетракварка. Данным широким резонансам также сопоставлены рассчитанные нами состояния.

В заключение отметим, что в настоящее время продолжаются экспериментальные поиски четырежды тяжёлых тетракварков. Поэтому можно ожидать, что в ближайшее время появятся новые экспериментальные кандидаты.

Благодарности

Авторы выражают благодарность А.В. Бережному и Д. Эберту за ценные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» (проект 21-2-1-29-1).

[1] *Choi S.K.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2003. **91**, N 26. P. 262001.
[2] *Particle Data Group* et al. // PTEP. 2020. **2020**, N 8. P. 083C01.
[3] *Törnqvist N.A.* // Phys. Lett. B. 2004. **590**, N 3–4. P. 209.
[4] *Aaij R.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2014. **112**, N 22. P. 222002.
[5] *LHCb Collaboration* et al. // Sci. Bull. 2020. **65**, N 23. P. 1983.
[6] *Aaij R.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2015. **115**, N 7. P. 072001.
[7] *Chen H.X.* et al. // arXiv preprint. arXiv:2204.02649. 2022.
[8] *Aaij R.* et al. // JHEP. 2018. **2018**, N 10. P. 1.
[9] *CMS Collaboration* et al. // arXiv preprint. arXiv:1610.07095. 2016.
[10] *CMS Collaboration* et al. // arXiv preprint. arXiv:2002.06393. 2020.
[11] *Faustov R.N., Galkin V.O., Savchenko E.M.* // Phys. Rev. D. 2020. **102**, N 11. P. 114030.
[12] *Faustov R.N., Galkin V.O., Savchenko E.M.* // Universe. 2021. **7**, N 4. P. 94.
[13] *Мартыненко А.П., Фаустов Р.Н.* // ТМФ. 1985. **64**, N 2. C. 179.
[14] *Galkin V.O., Faustov R.N., Ebert D.* // Theor. Math. Phys. 2017. **191**, N 2. P. 641.
[15] *Ebert D.* et al. // Phys. Rev. D. 2007. **76**, N 11. P. 114015.
[16] *Lucha W., Schöberl F.F.* // Int. J. Mod. Phys. C. 1999. **10**, N 04. P. 607.
[17] *EbertD., Faustov R.N., Galkin V.O.*//Physical Review D. 2003. **67**, N 1. P. 014027.
[18] *Ebert D.* et al. // Phys. Rev. D. 2002. **66**, N 1. P. 014008.
[19] *EbertD., Faustov R.N., Galkin V.O.* // Phys. Rev. D. 2005. **72**, N 3. P. 034026.

Fully heavy tetraquark spectroscopy in relativistic quark model

V. O. Galkin[1,a], **E. M. Savchenko**[2,b], **R. N. Faustov**[1,c]

[1]*Federal Research Center «Computer Science and Control» Russian Academy of Sciences. Moscow, 119333 Russia*
[2]*Department of Quantum theory and High Energy Physics, Faculty of Physics*
Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia
E-mail: [a]*galkin@ccas.ru,* [b]*savchenko.em16@physics.msu.ru,* [c]*faustov@ccas.ru*

Masses of the ground and excited states of tetraquarks, composed of charm c and bottom b quarks and antiquarks, are calculated in the relativistic quark model based on the quasipotential approach and quantum chromodynamics. Relativistic effects are consistently taken into account. A tetraquark is considered as a bound state of a diquark and an antidiquark. The finite size of the diquark is taken into account, using the form factors of the diquark-gluon interaction. It is shown that most of the investigated states of tetraquarks lie above the decay thresholds into a pair of quarkonia, as a result they can be observed as broad resonances. The narrow state in the J/ψ meson pair production spectrum recently discovered by the LHCb collaboration at Large Hadron Collider corresponds to the excited state of a fully charmed tetraquark.

PACS: 12.39.Ki, 14.40.Rt.
Keywords: quark, diquark, tetraquark, relativistic quark model.
31 May 2022.

Сведения об авторах

1. Галкин Владимир Олегович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (499)135-01-48, e-mail: galkin@ccas.ru.
2. Савченко Елена Михайловна; тел.: (495)939-16-47, e-mail: savchenko.em16@physics.msu.ru.
3. Фаустов Рудольф Николаевич — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (499)135-01-48, e-mail: faustov@ccas.ru.