

## Совместное рождение кваркониев в однобозонной $e^+e^-$ аннигиляции

Е. А. Лещенко<sup>1,\*</sup>, И. Н. Белов<sup>1,2†</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра физики атомного ядра и квантовой теории столкновений  
Россия, 119991 Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 27.05.2022; подписана в печать 30.05.2022)

В настоящей работе приведены предварительные результаты по изучению сечения рождения пар чармониев и боттомониев в процессе однобозонной  $e^+e^-$  аннигиляции. Процессы изучались на широком диапазоне энергий, которые будут достигнуты на будущих  $e^+e^-$  коллайдерах, таких как ILC и FCC. Рассмотрен вклад цветных синглетов в рождение векторных и псевдоскалярных состояний. Учитывались КХД и электрослабый механизмы рождения, их однопелтевые поправки, а также их интерференции. Рассматривались оба промежуточных бозона:  $\gamma$  и  $Z$ . Все вычисления выполнены с использованием пертурбативной техники и НРКХД-факторизации.

PACS: 13.66.Bc, 14.40.Pq

УДК: 539.126.4

Ключевые слова: сечение рождения, кварконию, чармоний, боттомоний, однобозонная аннигиляция, CSM, однопелтевая поправка, NRQCD.

### ВВЕДЕНИЕ

На протяжении всей своей долгой истории физика тяжелых кварков продолжает представлять интерес для теоретиков и экспериментаторов. Почти каждый год появляются новые открытия в этой области, в том числе и в результате таких экспериментов, как BELLE-II и BES-III, а также опытов на LHC. Одним из интересных направлений исследования является парное рождение кваркониюв. Говоря о нем, стоит упомянуть о проблемах, связанных с наблюдением рождения  $J/\psi \eta_c$  пары в  $e^+e^-$  аннигиляции. Первые теоретические предсказания для сечений рождения [1] оказались почти на порядок меньше экспериментально измеренных значений, полученных на BELLE и BaBar [2, 3]. Это в свою очередь мотивировало многочисленные работы [4–21], в результате которых удалось достигнуть согласия между теоретическими предсказаниями и экспериментальными данными.

В рамках настоящей работы изучены процессы парного рождения кваркониюв. К сожалению, такие процессы не могут быть в полной мере изучены на существующих  $e^+e^-$  коллайдерах, так как на них не достигается интересующая нас энергия взаимодействия. Однако, настоящая работа несомненно представляет интерес в контексте будущих экспериментов на  $e^+e^-$  коллайдерах. В частности, изучалось рождение  $J/\psi \eta_c$  и  $\Upsilon \eta_b$  пар в процессе  $e^+e^-$  аннигиляции, которое может происходить только в рамках таких проектов, как FCC, ILC, CEPC, а также на мюонном коллайдере. А распады  $Z$ -бозона в чармонии и боттомонии в свою очередь могут представлять интерес

и для экспериментов на LHC [22].

Настоящее исследование является продолжением работы, в которой изучено рождение  $J/\psi J/\psi$  и  $J/\psi \eta_c$  пар в области  $Z$ -полюса в рамках NLO приближения [23], дополняя его рассмотрением дополнительного способа образования кваркониювых пар — электрослабого механизма рождения. Подобная методика расчета электрослабых составляющих амплитуд использовалась в нашей предыдущей работе по изучению совместного рождения пар чармонии и боттомонии [24]. Кроме того, в настоящей работе представлены результаты для случая рождения пар боттомониев.

Итак, в настоящей работе рассматриваются следующие процессы:

$$\begin{cases} e^+e^- \xrightarrow{\gamma^*, Z^*} J/\psi \eta_c, \\ e^+e^- \xrightarrow{Z^*} J/\psi J/\psi; \end{cases} \quad \begin{cases} e^+e^- \xrightarrow{\gamma^*, Z^*} \Upsilon \eta_b, \\ e^+e^- \xrightarrow{Z^*} \Upsilon \Upsilon; \end{cases} \quad (1)$$

### 1. МЕТОДИКА ВЫЧИСЛЕНИЙ

Рождения пар чармониев и боттомониев в однобозонной  $e^+e^-$  аннигиляции подчиняются нескольким правилам отбора:

- Рождение псевдоскалярных и векторных пар мезонов через фотон или через векторную составляющую  $Z$ -бозона запрещено из-за закона сохранения зарядовой четности.
- По этой же причине запрещено рождение псевдоскалярно-векторных пар мезонов через аксиальную составляющую  $Z$ -бозона.
- Рождение пары векторных мезонов может происходить только через аксиальную составляющую  $Z$ -бозона.

\* leshchenko.ea17@physics.msu.ru

† ilia.belov@cern.ch

- Рождение пары псевдоскалярных мезонов через аксиальную составляющую  $Z$ -бозона запрещено по закону сохранения комбинированной  $CP$ -четности.

Из вышеперечисленных правил следует, что  $J/\psi$   $J/\psi$  и  $\Upsilon$   $\Upsilon$  пары рождаются только через аксиальную часть  $Z$  вершины. В случае же  $\eta_c$   $\eta_c$  и  $\eta_b$   $\eta_b$  пар процессы рождения через все рассматриваемые промежуточные бозоны оказываются запрещенными. Эти правила отбора напрямую воспроизведены в наших вычислениях.

$$|A|^2 = |A_\gamma^{LO}|^2 + |A_Z^{LO}|^2 + 2Re(A_\gamma^{LO} A_Z^{LO*}) + |A_\gamma^{EW}|^2 + |A_Z^{EW}|^2 + 2Re(A_\gamma^{EW} A_Z^{EW*}) + 2Re(A_\gamma^{LO} A_\gamma^{EW*}) + 2Re(A_Z^{LO} A_Z^{EW*}) + 2Re(A_\gamma^{LO} A_Z^{EW*}) + 2Re(A_\gamma^{LO} A_\gamma^{NLO*}) + 2Re(A_Z^{LO} A_\gamma^{NLO*}) + Re(A_\gamma^{LO} A_Z^{NLO*}) + 2Re(A_\gamma^{LO} A_\gamma^{NLO*}) + 2Re(A_\gamma^{EW} A_\gamma^{NLO*}) + 2Re(A_Z^{EW} A_\gamma^{NLO*}) + 2Re(A_\gamma^{EW} A_Z^{NLO*}) + 2Re(A_Z^{EW} A_\gamma^{NLO*}) + \dots \quad (2)$$

Рождение двух тяжелых кваркониев в настоящей работе описывается с помощью нерелятивистской КХД (НРКХД). Этот формализм позволяет разделить процесс рождения на жесткий подпроцесс пертурбативного рождения кварк-антикварковых пар, и мягкий, характеризующий динамику связанных состояний по отдельности. Именно иерархия масштабов в кваркониях лежит в основе НРКХД:  $m_q \gg m_q v, m_q v^2, \Lambda_{QCD}$ , где  $m_q$  и  $v$  соответствуют массе и скорости тяжелого кварка внутри кваркония соответственно.

Первым шагом по вычислению матричных элементов в случае изучаемых процессов будет расчет матричных элементов для  $e^+e^- \rightarrow c(p_c)\bar{c}(p_{\bar{c}})c(q_c)\bar{c}(q_{\bar{c}})$  в случае рождения чармониев и  $e^+e^- \rightarrow b(p_b)\bar{b}(p_{\bar{b}})b(q_b)\bar{b}(q_{\bar{b}})$  в случае рождения боттомониев. Здесь тяжелые кварки и антикварки находятся на их массовых поверхностях:  $p_c^2 = q_c^2 = p_{\bar{c}}^2 = q_{\bar{c}}^2 = m_c^2$  и  $p_b^2 = q_b^2 = p_{\bar{b}}^2 = q_{\bar{b}}^2 = m_b^2$ . Так как мы положили  $v = 0$  перед проецированием на связанные состояния, импульс  $P$  векторного состояния и импульс  $Q$  псевдоскалярного состояния связаны с импульсами тяжелых кварков следующим образом:

$$J/\psi \begin{cases} p_c = P_c/2 \\ p_{\bar{c}} = P_c/2 \end{cases} \quad \eta_c \begin{cases} p_c = Q_c/2 \\ p_{\bar{c}} = Q_c/2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\Upsilon \begin{cases} p_b = P_b/2 \\ p_{\bar{b}} = P_b/2 \end{cases} \quad \eta_b \begin{cases} p_b = Q_b/2 \\ p_{\bar{b}} = Q_b/2 \end{cases} \quad (4)$$

Для формирования связанных состояний спинорные произведения  $v(p_{\bar{q}})\bar{u}(p_q)$  заменяются на соответствующие ковариантные проекторы, для синглетных по цвету, синглетных и триплетных по спину состояний:

Для каждого процесса мы рассматриваем несколько механизмов рождения. Древесные диаграммы с одноглюонным обменом (QCD LO) составляют ведущий КХД вклад порядка  $\mathcal{O}(\alpha^2\alpha_s^2)$ . В случае древесного однобозонного обмена фотоном или  $Z$ -бозоном (EW) порядок будет  $\mathcal{O}(\alpha^4)$ . Мы также рассматриваем однопетлевую КХД поправку (QCD NLO) порядка  $\mathcal{O}(\alpha^2\alpha_s^4)$ .

Для более детального изучения процессов мы рассматриваем вклады в амплитуды от различных промежуточных бозонов отдельно. Таким образом, квадрат модуля амплитуды содержит 18 слагаемых:

$$\Pi_{J/\psi}(P_c, m_c) = \frac{\not{P} - 2m_c}{2\sqrt{2}m_c} \not{\epsilon}^{J/\psi} \otimes \frac{1}{\sqrt{N_c}}, \quad (5)$$

$$\Pi_{\eta_c}(Q_c, m_c) = \frac{\not{Q} - 2m_c}{2\sqrt{2}m_c} \gamma^5 \otimes \frac{1}{\sqrt{N_c}},$$

$$\Pi_{\Upsilon}(P_b, m_b) = \frac{\not{P} - 2m_b}{2\sqrt{2}m_b} \not{\epsilon}^{\Upsilon} \otimes \frac{1}{\sqrt{N_c}}, \quad (6)$$

$$\Pi_{\eta_b}(Q_b, m_b) = \frac{\not{Q} - 2m_b}{2\sqrt{2}m_b} \gamma^5 \otimes \frac{1}{\sqrt{N_c}},$$

где  $\epsilon^{J/\psi}$  и  $\epsilon^{\Upsilon}$  соответствуют поляризации  $J/\psi$  и  $\Upsilon$  мезонов, удовлетворяющих следующим ограничениям:  $\epsilon^{J/\psi} \cdot \epsilon^{J/\psi*} = -1$ ,  $\epsilon^{J/\psi} \cdot P_c = 0$ ,  $\epsilon^{\Upsilon} \cdot \epsilon^{\Upsilon*} = -1$  и  $\epsilon^{\Upsilon} \cdot P_b = 0$ . Эти операторы замыкают фермионные линии в следы.

Факторизованные матричные элементы принимают следующий вид:

$$A(e^+e^- \rightarrow J/\psi \eta_c) = \frac{1}{4\pi} R_{J/\psi}(0) R_{\eta_c}(0) \cdot \mathcal{M}_{J/\psi \eta_c}^\mu \epsilon_\mu^{J/\psi}, \quad (7)$$

$$A(e^+e^- \rightarrow J/\psi J/\psi) = \frac{1}{4\pi} R_{J/\psi}(0) R_{J/\psi}(0) \times \mathcal{M}_{J/\psi J/\psi}^{\mu\nu} \epsilon_\mu^{J/\psi} \epsilon_\nu^{J/\psi}, \quad (8)$$

$$A(e^+e^- \rightarrow \Upsilon \eta_b) = \frac{1}{4\pi} R_{\Upsilon}(0) R_{\eta_b}(0) \cdot \mathcal{M}_{\Upsilon \eta_b}^\mu \epsilon_\mu^{\Upsilon}, \quad (9)$$

$$A(e^+e^- \rightarrow \Upsilon \Upsilon) = \frac{1}{4\pi} R_{\Upsilon}(0) R_{\Upsilon}(0) \cdot \mathcal{M}_{\Upsilon \Upsilon}^{\mu\nu} \epsilon_\mu^{\Upsilon} \epsilon_\nu^{\Upsilon}, \quad (10)$$

где  $\mathcal{M}_{J/\psi \eta_c}^\mu$ ,  $\mathcal{M}_{J/\psi J/\psi}^{\mu\nu}$ ,  $\mathcal{M}_{\Upsilon \eta_b}^\mu$ , и  $\mathcal{M}_{\Upsilon \Upsilon}^{\mu\nu}$  соответствуют амплитудам жесткого рождения двух

кварк-антикварковых пар, проецированных на кварк-антикварковые состояния с нулевыми относительными скоростями и квантовыми числами, допускаемыми проекторами (5) и (6);  $R_{J/\psi, \Upsilon}(0)$  и  $R_{\eta_c, \eta_b}(0)$  — значения радиальных частей волновых функций в нуле.

В случае петлевых амплитуд рассчитаны контрчлены с использованием схемы «On shell» для перенормировки масс и спинов, а также схемы  $\overline{MS}$  для константы связи:

$$\begin{aligned} Z_m^{OS} &= 1 - \frac{\alpha_s}{4\pi} C_F C_\epsilon \left[ \frac{3}{\epsilon_{UV}} + 4 \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2), \\ Z_2^{OS} &= 1 - \frac{\alpha_s}{4\pi} C_F C_\epsilon \left[ \frac{1}{\epsilon_{UV}} + \frac{2}{\epsilon_{IR}} + 4 \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2), \\ Z_g^{\overline{MS}} &= 1 - \frac{\beta_0 \alpha_s}{2 \cdot 4\pi} \left[ \frac{1}{\epsilon_{UV}} - \gamma_E + \ln 4\pi \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2), \end{aligned}$$

где  $C_\epsilon = \left( \frac{4\pi\mu^2}{m^2} e^{-\gamma_E} \right)^\epsilon$ , где  $\gamma_E$  соответствует константе Эйлера.

Контрчлены получаются из древесных диаграмм следующим образом:

$$Z_2^2 \mathcal{A}^{LO} \Big|_{\substack{m \rightarrow Z_m m, \\ g_s \rightarrow Z_g g_s}} = \mathcal{A}^{LO} + \mathcal{A}^{CT} + \mathcal{O}(g_s^6). \quad (11)$$

Здесь  $\mathcal{A}^{LO} \sim g_s^2$  и  $\mathcal{A}^{CT} \sim g_s^4$ , поэтому в левой части выражения для расчета контрчленов мы удерживаем только члены разложения до порядка  $g_s^4$  включительно. NLO амплитуды вычисляются с использованием физических спинов, масс и константы связи. Далее, NLO сингулярности сокращаются с сингулярными частями рассчитанных контрчленов. Таким образом,  $\mathcal{A}^{NLO} = \mathcal{A}^{NLO} + \mathcal{A}^{CT}$  остается регулярной перенормированной амплитудой.

## 2. ХОД РАБОТЫ

Диаграммы и соответствующие аналитические выражения генерировались с помощью пакета `FeynArts` [25] в системе `Wolfram Mathematica`. Диаграммы типа (a, б, г, д) из рис. 1 вносят вклад в КХД амплитуды, тогда как электрослабый вклад описывается диаграммами типа (в, е).

В результате аналитически получены амплитуды для всех рассматриваемых процессов, в том числе нулевые амплитуды для запрещенных процессов рождения  $\eta_c \eta_c$  и  $\eta_b \eta_b$  пар как в электрослабом, так и в КХД каналах. Все результаты находятся в полном согласии с описанными выше правилами отбора, что послужило дополнительной проверкой вычислений.

Для получения амплитуд в древесном порядке использовались только пакеты `FeynArts` [25] и `FeynCalc` [26]. В случае же вычисления однопетлевого вклада в амплитуду потребовалось привлечение более сложной цепочки специализированных пакетов:

$$\text{FeynArts} \rightarrow \text{FeynCalc}(\text{TIDL}) \rightarrow \text{Apart} [27] \rightarrow \text{FIRE} [28] \rightarrow \text{X} [29].$$

Такой подход позволил получить итоговые выражения для полных сечений рождения в аналитической форме.

Пакет `FeynCalc` позволяет брать следы и произвести все необходимые алгебраические вычисления с дираковскими и цветовыми матрицами. На следующем шаге осуществляется редукция Пассарино-Велтмана с помощью библиотеки `TIDL`, реализованной в `FeynCalc`. Функция `Apart` выполняет дополнительные упрощения интегралов. Наконец, пакет `FIRE` предоставляет полное сведение интегральных выражений до мастер-интегралов с использованием алгоритма Лапорты [30]. Итоговые мастер-интегралы рассчитываются с помощью пакета `X`.

Для расчета КХД амплитуд использовалась схема размерной регуляризации CDR с  $D$ -мерными петлевыми и внешними импульсами. В ней каждая из регуляризуемых амплитуд имеет сингулярную часть порядка  $\mathcal{O}(1/\epsilon)$ .

При применении размерной регуляризации возникает проблема интерпретации матрицы  $\gamma^5$ , так как она плохо определена в  $D$ -мерном пространстве. В данной работе используется так называемая “наивная” интерпретация матрицы  $\gamma^5$ , в рамках которой она антикоммутирует со всеми остальными  $\gamma$ -матрицами и потому пропадает в следах с четным числом  $\gamma^5$ . В случае следов с нечетным числом матриц  $\gamma^5$  оставшаяся  $\gamma^5$ -матрица перемещается направо и заменяется следующим выражением

$$\gamma^5 = \frac{-i}{24} \varepsilon_{\alpha\beta\sigma\rho} \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\sigma \gamma^\rho, \quad (12)$$

Так как  $\varepsilon_{\alpha\beta\sigma\rho}$  сворачивается по всем своим Лоренц-индексам после снятия регуляризации, он может рассматриваться как четырехмерный.

В настоящей работе использовалась константа сильного взаимодействия, вычисленная в двупетлевом порядке точности:

$$\alpha_S(Q) = \frac{4\pi}{\beta_0 L} \left( 1 - \frac{\beta_1 \ln L}{\beta_0^2 L} \right), \quad (13)$$

где  $L = \ln Q^2/\Lambda^2$ ,  $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}N_f$ ,  $\beta_1 = 10 - \frac{38}{3}N_f$ ; исходная величина  $\alpha_S(M_Z) = 0.1179$ . Используется одно и то же значение для шкалы перенормировки и для шкалы связи,  $Q = \mu_R = \mu$ . Постоянная тонкой структуры фиксирована:  $\alpha = 1/137$ .  $u$ -,  $d$ -,  $s$ -кварки берутся безмассовыми. Значения остальных параметров представлены в табл. 1.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

В ходе работы получены аналитические значения амплитуд изучаемых процессов. Более того, в силу относительной простоты рассматриваемых процессов аналитические выражения для вкладов в сечения парного рождения чармониев и боттомониев имеют относительно простую форму и потому могут быть представлены ниже.

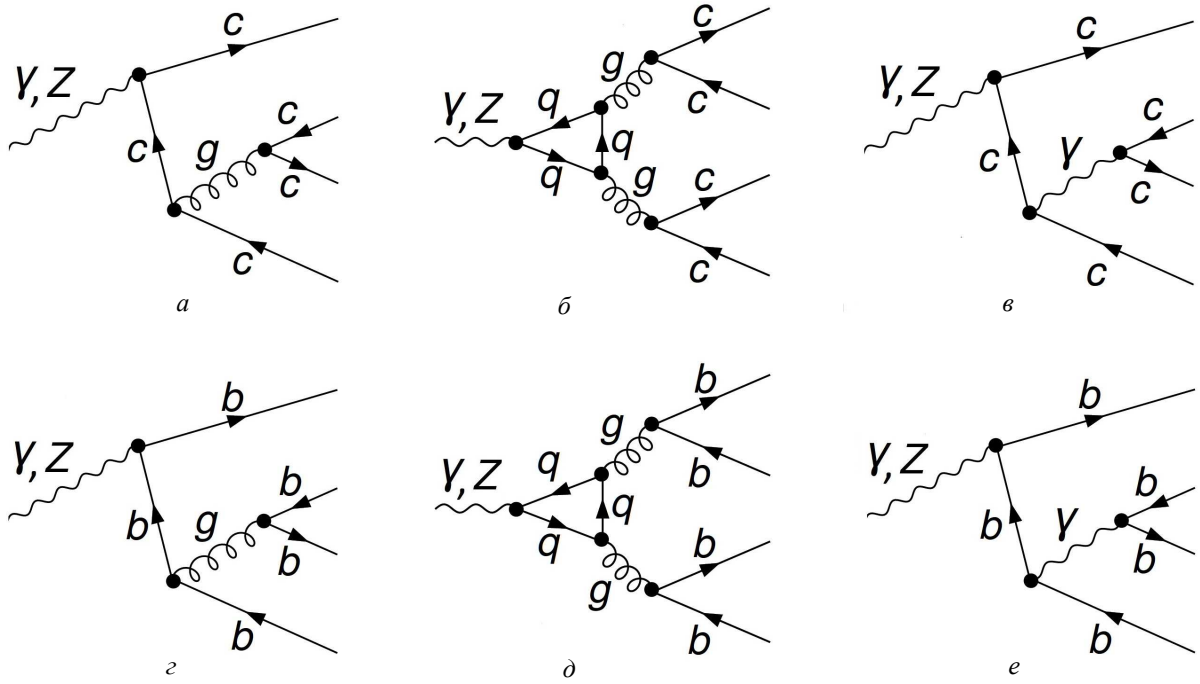


Рис. 1. Примеры диаграмм, соответствующих различным механизмам рождения: древесные КХД диаграммы (а, з); однопетельные КХД диаграммы (б, д); древесные электрослабые диаграммы (е, е)

Таблица 1. Параметры, используемые в вычислениях. Значения радиальных волновых функций в нуле взяты из [31]

$m_c = 1.5 \text{ ГэВ}$	$m_b = 4.5 \text{ ГэВ}$	$M_Z = 91.2 \text{ ГэВ}$	$\Gamma_Z = 2.5 \text{ ГэВ}$
$R_{J/\psi}^2(0) = R_{\eta_c}^2(0) = 1.1 \text{ ГэВ}^3$	$R_{\Upsilon}^2(0) = R_{\eta_b}^2(0) = 5.9 \text{ ГэВ}^3$		$\sin^2 \theta_w = 0.23$

В случае парного рождения чармониев:

$$\sigma_{LO}(J/\psi \eta_c) = \frac{32768 \pi \alpha^2 \alpha_s^2 e_c^2 |R_{J/\psi}(0)|^2 |R_{\eta_c}(0)|^2 (s - 16m_c^2)^{3/2}}{27 s^{11/2}} (1 + c_{\gamma Z} + c_Z), \quad (14)$$

$$\sigma_{EW}(J/\psi \eta_c) = \frac{24 \pi \alpha^4 e_c^6 |R_{J/\psi}(0)|^2 |R_{\eta_c}(0)|^2 (s - 16m_c^2)^{3/2} (s + \frac{16}{3}m_c^2)^2}{m_c^4 s^{11/2}} (1 + c_{\gamma Z} + c_Z), \quad (15)$$

$$\sigma_{LO}(J/\psi J/\psi) = \frac{64 \pi \alpha^2 \alpha_s^2 |R_{J/\psi}(0)|^4 (s - 16m_c^2)^{5/2} (\csc^4 \theta_w - 4 \csc^2 \theta_w + 8) \sec^4 \theta_w}{27 s^{9/2} ((M_Z^2 - s)^2 + \Gamma^2 M_Z^2)}, \quad (16)$$

$$\sigma_{EW}(J/\psi J/\psi) = \frac{3 \pi \alpha^4 e_c^4 |R_{J/\psi}(0)|^4 (s - 16m_c^2)^{5/2} (s + \frac{8}{3}m_c^2)^2 (\csc^4 \theta_w - 4 \csc^2 \theta_w + 8) \sec^4 \theta_w}{16 m_c^4 s^{9/2} ((M_Z^2 - s)^2 + \Gamma^2 M_Z^2)}. \quad (17)$$

В случае парного рождения боттомониев:

$$\sigma_{LO}(\Upsilon \eta_b) = \frac{32768 \pi \alpha^2 \alpha_s^2 e_b^2 |R_{\Upsilon}(0)|^2 |R_{\eta_b}(0)|^2 (s - 16m_b^2)^{3/2}}{27 s^{11/2}} (1 + b_{\gamma Z} + b_Z), \quad (18)$$

$$\sigma_{EW}(\Upsilon \eta_b) = \frac{24 \pi \alpha^4 e_b^6 |R_\Upsilon(0)|^2 |R_{\eta_b}(0)|^2 (s - 16m_b^2)^{3/2} (s + \frac{16}{3}m_b^2)^2}{m_b^4 s^{11/2}} (1 + b_{\gamma Z} + b_Z), \quad (19)$$

$$\sigma_{LO}(\Upsilon \Upsilon) = \frac{64 \pi \alpha^2 \alpha_s^2 |R_\Upsilon(0)|^4 (s - 16m_b^2)^{5/2} (\csc^4 \theta_w - 4 \csc^2 \theta_w + 8) \sec^4 \theta_w}{27 s^{9/2} ((M_Z^2 - s)^2 + \Gamma^2 M_Z^2)}, \quad (20)$$

$$\sigma_{EW}(\Upsilon \Upsilon) = \frac{3 \pi \alpha^4 e_b^4 |R_\Upsilon(0)|^4 (s - 16m_b^2)^{5/2} (s + \frac{8}{3}m_b^2)^2 (\csc^4 \theta_w - 4 \csc^2 \theta_w + 8) \sec^4 \theta_w}{16 m_b^4 s^{9/2} ((M_Z^2 - s)^2 + \Gamma^2 M_Z^2)}. \quad (21)$$

Здесь  $c_{\gamma Z}$ ,  $b_{\gamma Z}$  и  $c_Z$ ,  $b_Z$  — множители, появляющиеся при рассмотрении процесса электрон-позитронной аннигиляции в промежуточный  $Z$ -бозон наряду с фотоном. 1 соответствует квадрированию слагаемого от фотонной аннигиляции,  $c_{\gamma Z}$  и  $b_{\gamma Z}$  соответствуют случаю интерференции фотонного и  $Z$ -бозонного слагаемых,  $c_Z$  и  $b_Z$  соответствует квадрированию слагаемого от аннигиляции в  $Z$ -бозон ( $e_c = 2/3$ ,  $e_b = -1/3$  — электрические заряды кварков):

$$c_{\gamma Z} = \frac{\tan^2 \theta_w (\csc^2 \theta_w - 4) (\csc^2 \theta_w - 4e_c)}{8e_c} \times \frac{s (s - M_Z^2)}{(M_Z^2 - s)^2 + \Gamma^2 M_Z^2}, \quad (22)$$

$$c_Z = \frac{\tan^4 \theta_w (\csc^4 \theta_w - 4 \csc^2 \theta_w + 8) (\csc^2 \theta_w - 4e_c)^2}{128 e_c^2} \times \frac{s^2}{(M_Z^2 - s)^2 + \Gamma^2 M_Z^2}, \quad (23)$$

$$b_{\gamma Z} = -\frac{\tan^2 \theta_w (\csc^2 \theta_w - 4) (\csc^2 \theta_w + 4e_b)}{8e_b} \times \frac{s (s - M_Z^2)}{(M_Z^2 - s)^2 + \Gamma^2 M_Z^2}, \quad (24)$$

$$b_Z = \frac{\tan^4 \theta_w (\csc^4 \theta_w - 4 \csc^2 \theta_w + 8) (\csc^2 \theta_w + 4e_b)^2}{128 e_b^2} \times \frac{s^2}{(M_Z^2 - s)^2 + \Gamma^2 M_Z^2}. \quad (25)$$

Стоит обратить внимание, что приведенные выше выражения сечений парного рождения чармониев и боттомониев в случае древесных (LO и EW) диаграмм переходят друг в друга при замене масс и зарядов кварков. Это является одной из проверок используемого программного кода. Что же касается промежуточного  $Z$ -бозона в случае однопетлевых КХД

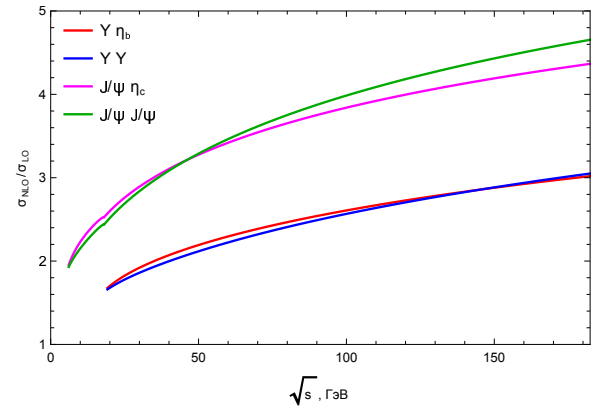


Рис. 2. Зависимость отношения NLO и LO КХД вкладов в полное сечение рождения от энергии столкновения в ЦМ

(NLO) амплитуд, в этом случае такая замена не приводит к переходу соответствующих частей амплитуд друг в друга.

Ниже приведены асимптотики полученных аналитических амплитуд при  $s \rightarrow \infty$ :

$$\mathcal{A}^{LO} \sim \frac{1}{s^2}; \quad \mathcal{A}^{EW} \sim \frac{1}{s};$$

$$\frac{\mathcal{A}^{NLO}}{\mathcal{A}^{LO}} \sim \alpha_s (c_2 \ln^2 s + c_1 \ln s + c_0 + c_\mu \ln \mu + c_{m_q} \ln m_q). \quad (26)$$

Здесь  $c_i$  — некоторые численные коэффициенты, не зависящие от энергии столкновения, массы кварков и рассматриваемой шкалы.

Также проанализирован вклад NLO КХД поправки в сечение относительно LO КХД вклада (см. рис. 2).

Контрольные значения сечений рассматриваемых процессов приведены в табл. 2. На рис. 3–5 рассчитанные сечения представлены как функции от  $\sqrt{s}$ .

Как видно из рис. 3 и рис. 4, сечения рождения всех рассматриваемых пар кваркониев имеют локальный максимум недалеко от порогового значения энергии столкновения. Координаты этого локального максимума представлены в табл. 2.

Согласно рис. 5, электрослабый и КХД подпроцессы по-разному вносят вклады в полное сечение рождения

Таблица 2. Численные значения сечений при различных энергиях; координаты локального максимума возле порога рождения

$\sigma(s)$ , фбн	$\sqrt{s} = 0.25M_Z$	$\sqrt{s} = 0.5M_Z$	$\sqrt{s} = M_Z$	$\sqrt{s} = 2M_Z$	$\sqrt{s_{max}}$ , ГэВ	$\sigma(s_{max})$
$J/\psi \eta_c$	$5.84 \cdot 10^{-2}$	$9.74 \cdot 10^{-4}$	$1.84 \cdot 10^{-3}$	$1.89 \cdot 10^{-6}$	7.0	$7.38 \cdot 10^1$
$J/\psi J/\psi$	$2.79 \cdot 10^{-5}$	$1.90 \cdot 10^{-5}$	$1.07 \cdot 10^{-2}$	$8.20 \cdot 10^{-7}$	9.2	$1.21 \cdot 10^{-4}$
$\Upsilon \eta_b$	$9.50 \cdot 10^{-4}$	$1.91 \cdot 10^{-5}$	$7.58 \cdot 10^{-5}$	$2.18 \cdot 10^{-9}$	22.2	$9.63 \cdot 10^{-4}$
$\Upsilon \Upsilon$	$3.64 \cdot 10^{-7}$	$4.69 \cdot 10^{-7}$	$5.03 \cdot 10^{-5}$	$1.10 \cdot 10^{-9}$	29.5	$6.86 \cdot 10^{-7}$

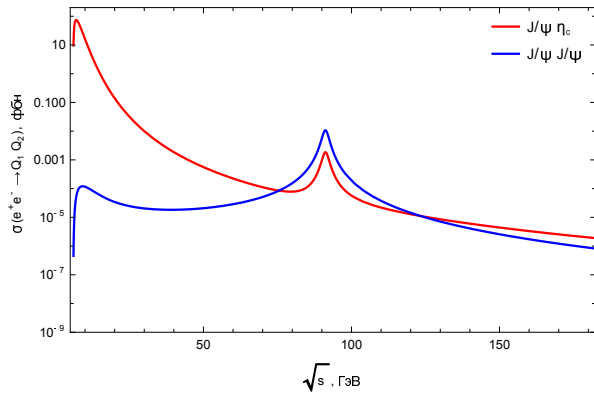


Рис. 3. Зависимость полного сечения рождения пар чармониев от энергии столкновения в СЦМ

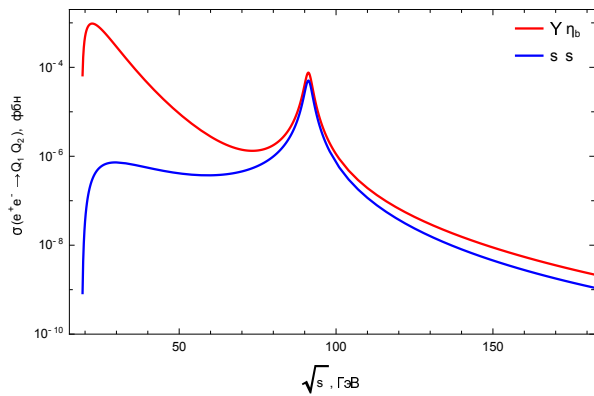


Рис. 4. Зависимость полного сечения рождения пар боттомониев от энергии столкновения в СЦМ

$J/\psi \eta_c$  и  $\Upsilon \eta_b$  пар. Видно, что в случае рождения пары чармониев до энергий порядка 20 ГэВ доминирующим является КХД способ рождения, а при больших энергиях начинает доминировать электрослабый механизм. В самом деле, из асимптотик (26) видно, что КХД вклады должны уменьшаться с ростом энергии быстрее, чем электрослабый. В случае же парного рождения боттомониев оба механизма дают сравнимые вклады в сечение практически на всем изучаемом диапазоне энергий. Это означает, что в этом случае при энергиях до  $\sqrt{s} = 2M_Z$  электрослабый вклад не успевает стать доминирующим.

Как видно на рис. 3, однобозонное рождение  $J/\psi J/\psi$  пары сильно подавлено при малых энерги-

ях по сравнению с рождением  $J/\psi \eta_c$  пары. Однако при энергиях в области  $Z$ -полюса (75 – 125 ГэВ) сечение рождения векторной пары становится больше, чем псевдоскалярно-векторной пары. При больших энергиях сечение рождения  $J/\psi \eta_c$  пары вновь становится больше, чем  $J/\psi J/\psi$  пары. В то же время эти сечения при энергиях больше  $\sim 75$  ГэВ остаются сравнимыми по порядку величины. В случае же парного рождения боттомониев, сечение рождения  $\Upsilon \eta_b$  пары на всем изучаемом диапазоне энергий остается больше, чем  $\Upsilon \Upsilon$  пары, хотя при энергиях выше  $\sim 75$  ГэВ они также становятся сравнимыми по порядку величины.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе изучено эксклюзивное рождение пар чармониев и боттомониев ( $J/\psi \eta_c$ ,  $J/\psi J/\psi$  и  $\Upsilon \eta_b$ ,  $\Upsilon \Upsilon$ ) в широком диапазоне энергий от порога рождения до  $2M_Z$  в рамках приближения цветных синглетов и НРКХД. Рассчитаны вклады в полные сечения процессов, соответствующие различным механизмам рождения — электрослабому в древесном приближении и КХД в однопетлевом приближении. Кроме того, отдельно рассмотрены вклады, соответствующие промежуточному фотону и  $Z$ -бозону.

Также показано, что при изучении процессов парного рождения кваркониев КХД механизм рождения должен рассматриваться наряду с электрослабым, так как каждый из них вносит существенные вклады в полное сечение на больших диапазонах энергий. Особенно это актуально в случае парного рождения боттомониев, так как в этом случае оба вклада имеют сравнимые порядки величины на всем изучаемом интервале энергий.

Необходимые энергии взаимодействия для полного экспериментального изучения процессов рождения пар чармониев и боттомониев не могут быть достигнуты на существующих  $e^+e^-$  экспериментах. Несмотря на это, настоящая работа может представлять потенциальный интерес для исследований на будущих  $e^+e^-$  коллайдерах.

В дальнейшем планируется дополнить данную работу расчетом однопетлевых поправок к электрослабому способу рождения (EW NLO).

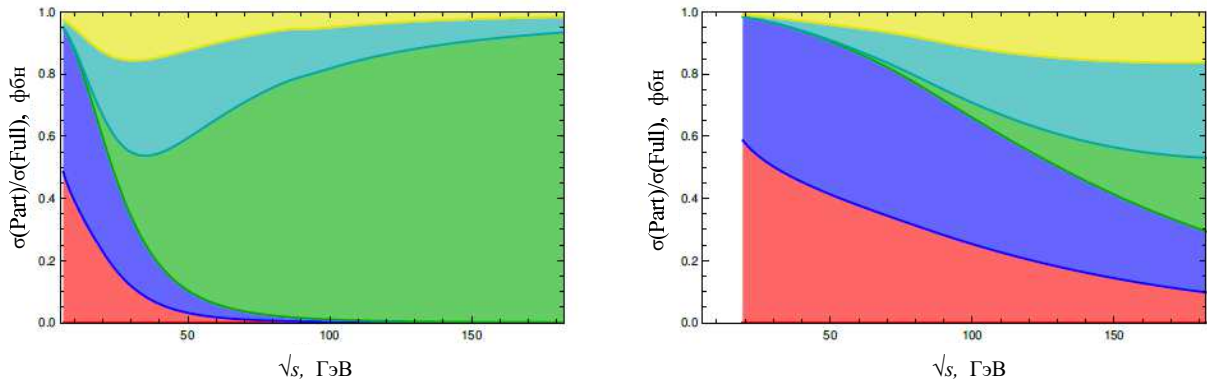


Рис. 5. Отношение вкладов различных составляющих амплитуды в сечение рождения к полному сечению рождения  $J/\psi \eta_c$  пары (слева) и  $\Upsilon \eta_b$  пары (справа) от энергии столкновения в СЦМ. Красные и синие области показывают вклады от квадрирования LO КХД амплитуды и от NLO КХД поправки соответственно. Зеленая область соответствует квадрированию электрослабой составляющей амплитуды. Голубой и желтый цвет показывают долю от интерференции элетгрослабого и КХД механизмов рождения в случае LO КХД амплитуды и NLO КХД поправки соответственно

#### Благодарности

Авторы выражают благодарность организационному комитету Международного молодежного научного форума «Ломоносов» за предоставленную возможность

презентации настоящего исследования и за высокий уровень организации мероприятия.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 20-02-00154 А) и фонда «БАЗИС» (грант 20-2-2-2-1).

- [1] Braaten E., Lee J. // Phys. Rev. D **67**. 054007 (2003).
- [2] Abe K. et al. (Belle) // Phys. Rev. D **70**. 071102 (2004).
- [3] Aubert B. et al. (BaBar) // Phys. Rev. D **72**. 031101 (2005).
- [4] Dong H.-R., Feng F., Jia Y. // Phys. Rev. D **85**. 114018 (2012).
- [5] Li X.-H., Wang J.-X. // Chin. Phys. C **38**. 043101 (2014).
- [6] Feng F., Jia Y., Sang W.-L. // (2019).
- [7] Zhang Y.-J., Gao Y.-j., Chao K.-T. // Phys. Rev. Lett. **96**. 092001 (2006).
- [8] Gong B., Wang J.-X. // Phys. Rev. D **77**. 054028 (2008).
- [9] Bondar A., Chernyak V. // Phys. Lett. B **612**. 215 (2005).
- [10] Braguta V., Likhoded A., Luchinsky A. // Phys. Rev. D **72**. 074019 (2005).
- [11] Berezhnoy A., Likhoded A. // Phys. Atom. Nucl. **70**. 478 (2007).
- [12] Braguta V., Likhoded A., Luchinsky A. // Phys. Lett. B **635**. 299 (2006).
- [13] Bodwin G. T., Kang D., Lee J. // Phys. Rev. D **74**. 114028 (2006).
- [14] Ebert D., Martynenko A. // Phys. Rev. D **74**. 054008 (2006).
- [15] Berezhnoy A. // Phys. Atom. Nucl. **71**. 1803 (2008).
- [16] Ebert D., Faustov R., Galkin V., Martynenko A. // Phys. Lett. B **672**. 264 (2009).
- [17] Braguta V., Likhoded A., Luchinsky A. // Phys. Rev. D **78**. 074032 (2008).
- [18] Braguta V. // Phys. Rev. D **79**. 074018 (2009).
- [19] Sun Y.-J., Wu X.-G., Zuo F., Huang T. // Eur. Phys. J. C **67**. 117 (2010).
- [20] Braguta V., Likhoded A., Luchinsky A. // Phys. Atom. Nucl. **75**. 97 (2012).
- [21] Sun Z., Wu X.-G., Ma Y., Brodsky S. J. // Phys. Rev. D **98**. 094001 (2018).
- [22] Sirunyan A. M. et al. (CMS) // Phys. Lett. B **797**. 134811 (2019).
- [23] Berezhnoy A. V., Belov I. N., Poslavsky S. V., Likhoded A. K. // Phys. Rev. D **104**. 034029 (2021).
- [24] Belov I., Berezhnoy A., Leshchenko E. // Symmetry **13**. 1262 (2021).
- [25] Hahn T. // Comput. Phys. Commun. **140**. 418 (2001).
- [26] Shtabovenko V., Mertig R., Orellana F. // Comput. Phys. Commun. **256**. 107478 (2020).
- [27] Feng F. // Comput. Phys. Commun. **218**. 2158–2164 (2012).
- [28] Smirnov A. // JHEP **10**. 107 (2008).
- [29] Patel H. H. // Comput. Phys. Commun. **218**. 66–70 (2017).
- [30] Laporta S. // Int. J. Mod. Phys. A **15**. 5087–5159 (2000).
- [31] Eichten E. J., Quigg C. // (2019).

## Associated quarkonia production in a single boson $e^+e^-$ annihilation

E. A. Leshchenko<sup>1a</sup>, I. N. Belov<sup>2b</sup>

<sup>1</sup>*Department of physics of atomic nucleus and quantum collision theory, Faculty of Physics,  
Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia*

<sup>2</sup>*Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics,*

*Moscow State University, Moscow 119191, Russia.*

*E-mail: <sup>a</sup>leshchenko.ea17@physics.msu.ru, <sup>b</sup>ilia.belov@cern.ch*

We present the preliminary results on the study of the cross sections for charmonium pair and bottomonium pair production in a single boson  $e^+e^-$  annihilation. Processes have been studied in a wide range of energies, which are to be achieved at future  $e^+e^-$  colliders, such as ILC and FCC. The contribution of color singlets states to production of vector and pseudoscalar states have been taken into account. Both QCD and EW production mechanisms have been considered including their interference and one-loop QCD correction. Cases of both intermediate bosons have been investigated:  $\gamma$  and  $Z$ . All the calculations were performed in terms of perturbative technique and NRQCD-factorization.

PACS: 13.66.Bc, 14.40.Pq.

*Keywords:* cross section, quarkonium, charmonium, bottomonium, single boson annihilation, CSM, one-loop accuracy, NRQCD.

*Received 27 May 2022.*

### Сведения об авторах

1. Лещенко Евгений Антонович — студент магистратуры; e-mail: leshchenko.ea17@physics.msu.ru.
2. Белов Илья Николаевич — аспирант, техник-программист; e-mail: ilia.belov@cern.ch.