

**Изучение атмосферных оптических явлений со студентами физического факультета**

С. Б. Рыжиков,\* Ю. В. Рыжикова

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра общей физики  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2<sup>2</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра оптики, спектроскопии и физики наносистем  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 03.08.2021; подписана в печать 06.08.2021)

Авторы обращают внимание на то, что описание механизма образования радуги и гало отсутствует как в школьных, так и в вузовских учебниках и учебных пособиях. Объяснение этих явлений приводится в научно-популярной литературе, но и там отсутствует указание на факт поляризации радуги и причины этой поляризации. Вместе с тем эти явления можно изучить в рамках общего курса физики, затратив примерно полчаса времени на семинарах. В статье приводится методика изучения радуги и гало со студентами. Кроме того, авторы обращают внимание на часто встречающуюся ошибку, связанную с историей изучения радуги Декартом.

PACS: 01.40.Fk; 42.15.-i; 02.70.-c

УДК: 372.853, 535.314, 535.315

Ключевые слова: методика преподавания физики, геометрическая оптика, образование радуги, поляризация радуги, образование гало.

**ВВЕДЕНИЕ**

В настоящее время на физическом факультете МГУ на изучение геометрической оптики отводится всего 4 часа семинарских занятий, что позволяет рассмотреть лишь небольшую часть этого раздела физики. В основном рассматриваются оптические системы, необходимые для изучения в дальнейшем явлений интерференции и дифракции. В результате студенты, прослушавшие общий курс физики, не имеют представлений о природе таких атмосферных явлений, как радуга и гало. Ситуация усугубляется еще и тем, что эти явления не изучаются в средней школе и не рассматриваются ни в одном учебнике или учебном пособии, как для средней, так и для высшей школы [1–8]. Вместе с тем объяснение явлений радуги и гало не очень сложно и приводится в научно-популярной литературе [9].

Авторы имеют большой опыт изучения этих явлений со школьниками 8–11 классов [10–14]. Рассказ о механизмах появления радуги и гало всегда вызывает большой интерес у школьников. Поэтому авторам представляется целесообразным потратить всего 0,5 часа учебного времени на семинарских занятиях у студентов физического факультета, чтобы рассмотреть эти явления и решить связанные с ними количественные задачи.

**I. ОБЪЯСНЕНИЕ МЕХАНИЗМА ОБРАЗОВАНИЯ ГАЛО**

О гало можно рассказать при решении задачи о нахождении угла минимального отклонения луча в призме. Эта задача рассматривается в Методике решений

задач по оптике [15] на одном из первых семинаров. Задача решается в три этапа.

Первый этап. Рассматривается прохождение лучей через треугольную призму. Ход луча показан на рис. 1. Угол  $\theta$  является внешним углом треугольника  $ADB$ , поэтому:

$$\theta = \angle DAB + \angle DBA = \alpha - \beta + \delta - \gamma. \quad (1)$$

Сумма углов треугольника  $ABC$  равна  $180^\circ$ , а четырехугольника  $OACB$  —  $360^\circ$ , причем два угла четырехугольника  $OACB$  — прямые. Сравнивая две суммы, получим:

$$\varphi = \beta + \gamma. \quad (2)$$

Таким образом, для вывода формул (1) и (2) достаточно знать сумму углов у многоугольников, формулы можно объяснить даже ученикам 8-го класса, и они не вызывают сложности у студентов.

Второй этап. По закону преломления Снеллиуса:

$$\sin(\alpha) = n \cdot \sin(\beta), \quad \sin(\delta) = n \cdot \sin(\gamma), \quad (3)$$

где  $n$  — показатель преломления материала призмы (относительно воздуха или другой среды, в которой находится призма). Используя соотношения (1) – (3), можно получить зависимость угла отклонения  $\theta$  от угла падения  $\alpha$  или угла преломления  $\beta$ :

$$\theta = \arcsin(n \cdot \sin(\beta)) - \beta - (\varphi - \beta) + \arcsin(n \cdot \sin(\varphi - \beta)). \quad (4)$$

Третий этап. Школьники могут исследовать эту зависимость только численно, используя, любую программу для построения графиков (рис. 1, б, а студенты могут прямо на семинаре продифференцировать формулу (4), и получить, что она имеет минимум

\* sbr@physics.msu.ru

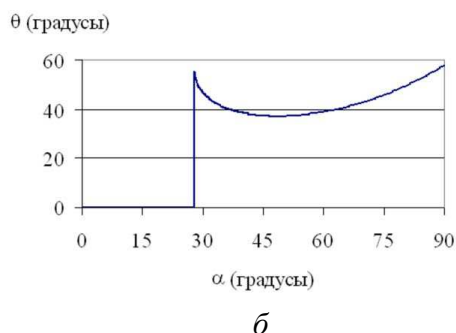
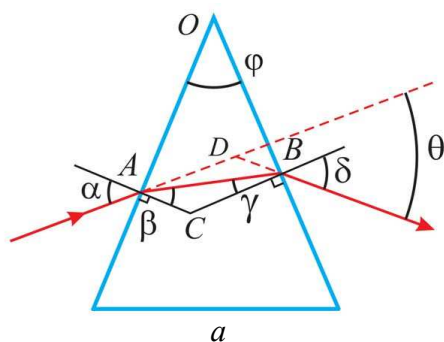


Рис. 1. *a* – ход лучей в призме, *б* – зависимость угла отклонения  $\theta$  от угла преломления  $\beta$ ,  $\varphi = 60^\circ$ ,  $n = 1.5$

при  $\beta = \varphi/2$ , т.е. когда луч внутри призмы идет параллельно основанию. Луч отклоняется на угол, называемый углом наименьшего отклонения, который составляет:

$$\theta_{\min} = 2 \arcsin(n \cdot \sin(\varphi/2)) - \varphi. \quad (5)$$

Формула (5) выводится в [15], и в дальнейшем на семинарских занятиях угол минимального отклонения используется при выводе разрешающей способности призмы.

Получив формулу (5) и зависимость на рис. 1, можно за несколько минут объяснить механизм возникновения гало. Гало возникает в результате редкого явления, когда в облаках образуется не снег, а шестигранные льдинки, которые можно рассматривать как призмы с углами преломления  $60^\circ$  и  $90^\circ$  (рис. 2,а).

Углы падения солнечных лучей на льдинки распределены равномерно, но углы отклонения равномерно распределены не будут. При падении лучей в относительно широком диапазоне углов они будут отклоняться практически под углом наименьшего отклонения, как видно из рис. 2,б. Используя формулу (5) и полагая показатель преломления льда  $n = 1.31$ , студенты быстро вычисляют, что углы минимального отклонения у призм с преломляющими углами  $60^\circ$  и  $90^\circ$  составят  $22^\circ$  и  $46^\circ$ , соответственно. В результате наблюдатель будет видеть вокруг Солнца два круга с угловыми размерами  $22^\circ$  и  $46^\circ$ . Причем из-за явления дисперсии круги будут иметь радужную окраску. Полученные результаты совпадают с реально наблюдаемыми кольцами гало.

Замечание. Опыт показывает, что не все студенты знают, что такое гало, поэтому полезно принести на семинар фото с этим явлением.

## II. ОБЪЯСНЕНИЕ МЕХАНИЗМА ОБРАЗОВАНИЯ РАДУГИ

Радуга обязана своим происхождением преломлению и отражению солнечного света в каплях дождя или

в брызгах фонтана. Поэтому для изучения явления радуги нужно решить задачу о преломлении луча в сферической капле воды (рис. 3,а). Эта задача посильна ученикам 8-го класса, поскольку требует только знание суммы углов треугольника. Угол отклонения луча составляет:

$$\theta = 4\beta - 2\alpha, \quad (6)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – соответственно углы падения и преломления луча. Используя закон преломления Снеллиуса:  $\sin(\alpha) = n \cdot \sin(\beta)$ , получим:

$$\theta = 4 \arcsin(\sin(\alpha)/n) - 2\alpha. \quad (7)$$

График зависимости (7) представлен на рис. 3,б. Видно, что она имеет максимум. Взяв производную зависимости (7), студенты получают, что угол наибольшего отклонения достигается при угле падения:

$$\alpha = \arcsin \sqrt{(4 - n^2)/3}. \quad (8)$$

Солнечные лучи падают на капли дождя под разными углами, однако, как видно из рис. 3, большая часть лучей, падающих на капли дождя под углами  $55^\circ - 65^\circ$ , отклонится под углом наибольшего отклонения (примерно  $42^\circ$ ). Поэтому наблюдатель будет видеть светлое кольцо с угловым радиусом  $42^\circ$ . Из-за явления дисперсии каждый цвет отклонится под своим углом, и в результате после дождя в небе образуются разноцветные дуги.

Студентам полезно самостоятельно вычислить угловые размеры радуги для красного ( $n_R = 1.329$ ) и фиолетового ( $n_V = 1.343$ ) цвета. Размеры колец радуги составляют  $42.7^\circ$  и  $40.6^\circ$ , соответственно. Вычисленные размеры совпадают с наблюдаемыми размерами колец радуги.

Следует обратить внимание студентов, что Солнце не является точечным источником, а имеет угловой размер примерно  $0.5^\circ$ , поэтому каждая длина световой волны создает кольцо радуги шириной не менее  $0.5^\circ$ .

В дальнейшем, после изучения формул Френеля, полезно обратить внимание студентов, что углы падения лучей, образующих радугу, равны примерно  $59^\circ$ ,

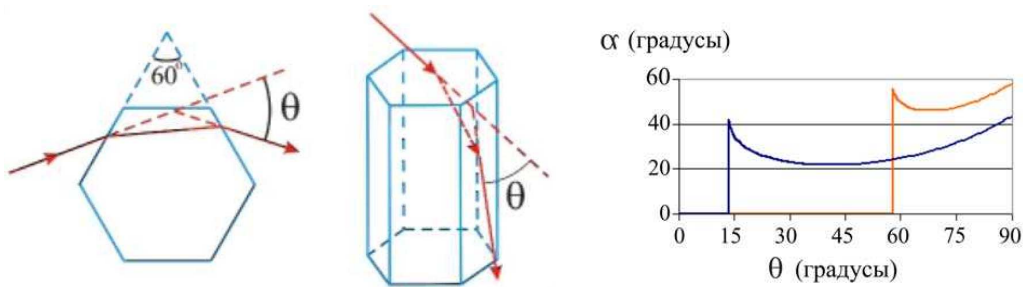


Рис. 2. Слева — преломление лучей в шестигранных призмах льда, справа — зависимость угла отклонения солнечных лучей  $\theta$  от угла падения  $\alpha$  для преломляющих углов  $60^\circ$  (нижняя линия) и  $90^\circ$  (верхняя линия),  $n = 1.31$

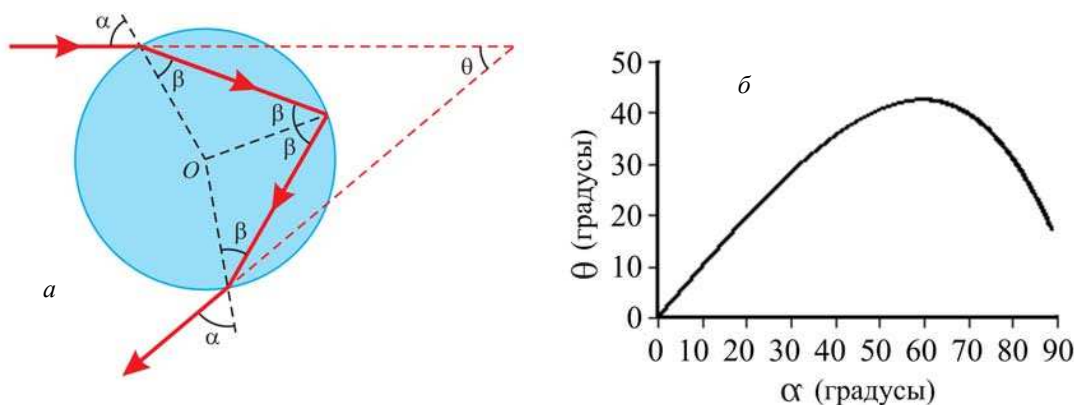


Рис. 3. *a* — Ход луча в капле воды у первой радуги, *б* — зависимость угла отклонения от угла падения в первой радуге,  $n = 1.333$

т.е. близки к углу Брюстера, который для воды составляет  $53^\circ$  [15], поэтому радуга поляризована. Этот факт не упоминается в популярной литературе [9], но при наличии поляроида в этом несложно убедиться экспериментально.

При желании проверить насколько студенты успешно поняли эту тему можно предложить им в качестве домашнего задания рассчитать размеры колец второй радуги. Принципиальных сложностей здесь возникнуть не должно, вторая радуга образуется в результате двукратного отражения солнечных лучей в капле воды (рис. 4,а) и все расчеты аналогичны расчетам первой радуги. Из рис. 4 видно, что угол отклонения лучей равен:

$$\theta = 180^\circ - 6\beta + 2\alpha. \tag{9}$$

Вид зависимости (9) с учетом закона преломления представлен на рис. 4,б. Продифференцировав эту зависимость, студенты должны получить, что угол минимального отклонения (а не максимального отклонения, как у первой радуги) лучей достигается при:

$$\alpha = \arcsin \sqrt{(9 - n^2)/8}. \tag{10}$$

Угловые размеры радуги при этом составляют для красного ( $n_R = 1.329$ ) и фиолетового ( $n_V = 1.343$ )

цвета  $49.8^\circ$  и  $53.4^\circ$ . соответственно. Заметим, что у второй радуги обратный порядок цветов: красное кольцо внутри, а фиолетовое — снаружи. Углы падения лучей, образующих вторую радугу, равны примерно  $72^\circ$ , т.е. они далеки от угла Брюстера, поэтому степень поляризации второй радуги меньше первой.

При изучении темы «дифракция» студентам можно напомнить, что радуга образуется в каплях дождя размером порядка миллиметра, поэтому явление дифракции обычно не учитывают. В более мелких каплях, например, в тумане, дифракция играет уже значительную роль, и радугу в тумане наблюдать не удастся.

### III. СОПОСТАВЛЕНИЕ СОВРЕМЕННЫХ И ИСТОРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

При наличии времени и интереса у студентов, можно сделать небольшое историческое отступление и рассказать, что первым дал правильное объяснение явления радуги Рене Декарт (1596 – 1650) в работе 1637 года «Рассуждение о методе», приложение «Метеоры», глава VIII «О радуге» [16]. Исследование радуги Декартом можно условно разделить на три этапа, повторяющие этапы объяснения радуги школьникам и студентам.

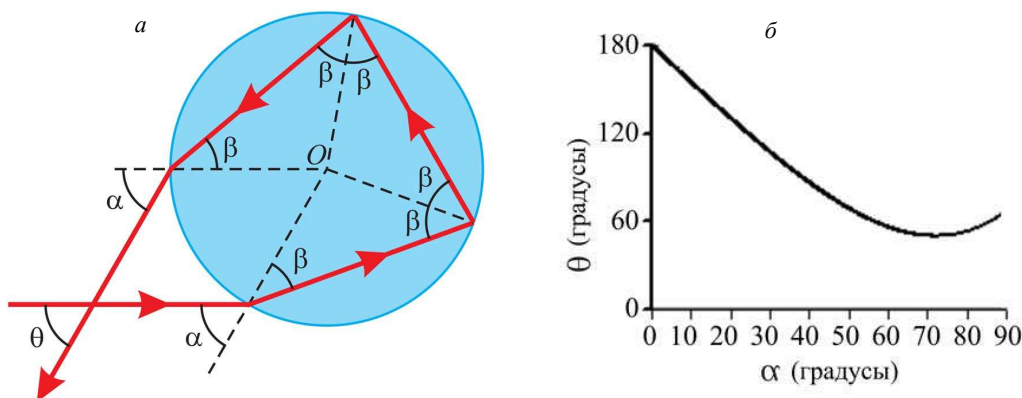


Рис. 4. *a* — Ход луча в капле воды у второй радуги, *б* — зависимость угла отклонения от угла падения во второй радуге,  $n = 1.333$

Вначале Декарт обращает внимание, что радуга образуется не только в небе, но и «в воздухе вблизи нас, каждый раз, когда в нем находятся капли воды, освещенные солнцем, как это иногда можно видеть на опыте в фонтанах...» [16]. Поскольку Декарт знает, что эти капли шарообразны, то он ставит эксперимент с «очень большой каплей». Для этого он наполнил водой большой стеклянный сосуд сферической формы и наблюдал яркую красную линию, когда угол между его взглядом и направлением солнечных лучей составил  $42^\circ$ . Далее Декарт пишет, что «если я несколько увеличивал этот угол, красный цвет исчезал, если я его немного уменьшал, то он исчезал не так внезапно... можно было видеть желтый цвет, голубой и другие цвета» [16]. При угле  $52^\circ$  Декарт наблюдал вторую радугу.

Основываясь на проведенных экспериментах, Декарт правильно построил ход лучей в первой и второй радуге. Далее Декарт задался вопросом, почему красный цвет наблюдается только под определённым углом: «... я еще не знал, почему цвета появлялись там лишь под известными углами, пока я не взял перо и не вычислил подробно хода всех лучей, которые падают на различные точки водяной капли... оказывается гораздо больше лучей, которые могут быть видны под углом от  $41$  до  $42$  градусов, чем таких, которые видны под каким-либо меньшим углом, и нет ни одного, который виден был бы под большим...» [16]. Рассчитав ход 30 лучей, Декарт находит угол наибольшего отклонения равным  $41^\circ 30'$ , считая показатель преломления воды равным « $250/187$ » [16], т.е. примерно 1.3369 (что по современным данным соответствует зеленому цвету). Полученное значение угла наибольшего отклонения хорошо согласуется с современными экспериментальными данными [9] и проведенными выше расчетами с использованием закона Снеллиуса.

Декарт пытался понять, почему при наблюдении отражения солнечного цвета в капле воды, цвета меня-

ются в зависимости от углов, и даже провел аналогию с возникновением цветов в призме, но явление дисперсии описать не смог. Это через полвека сделал Исаак Ньютон [17–19].

Можно обратить внимание студентов, что в интернете, например, в Википедии, иногда ошибочно указывают, что Декарт рассчитал ход 10000 лучей в капле воды [20]. Ошибка происходит из-за непривычного стиля изложения Декарта, который не пользуется десятичными дробями. Например, при расчете синуса угла преломления, он указывает, что, если радиус состоит из 10000 частей, и мы возьмем луч, падающий от центра на расстоянии 8000 частей, то преломленный луч пройдет от центра на расстоянии 5984 частей [16]. Сейчас мы бы просто сказали, что, если синус угла падения равен 0.8 (8000/10000), то синус угла преломления равен 0.5984 (5984/10000), что соответствует указанному выше показателю преломления воды 1.3369. Всего в [16] приведены расчеты для 30 лучей.

Декарт также пытался объяснить возникновение гало. В той же книге, в главе IX «Об окраске облаков и о кругах или венцах, которые иногда видны вокруг светил» Декарт выдвигает гипотезу, что эти круги вызваны преломлением солнечного света в «мелких прозрачных ледяных кристаллах» [16]. Но, не зная формы этих кристаллов, Декарт не смог вычислить угловые размеры наблюдаемых кругов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, с учетом уже полученных в [15] формул, рассмотрение явлений радуги и гало не занимает много времени на семинарах, зато позволяет продемонстрировать возможность геометрического приближения оптики для объяснения и количественного описания красивых атмосферных явлений, что повышает интерес студентов к геометрической оптике.

- [1] Ландсберг Г. С. Элементарный учебник физики. Учебное пособие. 3. М.: Физматлит 2017, С. 664.
- [2] Кабардин О. Ф., Глазунов А. Т., Орлов В. А. Физика, учебник, 11 класс. М.: Просвещение. 2018. С. 420.
- [3] Мякишев Г. Я., Синяков А. Э. Физика. Оптика, квантовая физика. Учебник, 11 класс. М.: Дрофа. 2019. С. 480.
- [4] Ландсберг Г. С. Оптика. Учебное пособие для вузов. М.: Дрофа 2019, С. 852.
- [5] Алешкевич В. А. Университетский курс общей физики. Оптика. Учебное пособие для вузов. М.: Физматлит. 2011, С. 320.
- [6] Савельев И. В. Курс общей физики. Т.4. Волны. Оптика. Учебник для вузов. М.: Лань. 2011, С. 256.
- [7] Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т.4. Оптика. Учебное пособие для вузов. М.: Физматлит. 2021, С. 793.
- [8] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука. 1970, С. 856.
- [9] Тарасов Л. В. Физика в природе. Книга для учащихся. М.: Просвещение. 1988, С. 351.
- [10] Рыжиков С. Б. Многоуровневый подход к исследованию явления радуги. // Школа будущего. 2012. № 6, С. 28.
- [11] Рыжиков С. Б. Исследование явления преломления света с одаренными школьниками VIII класса // Физика в школе. 2015. № 4. С. 38.
- [12] Рыжиков С. Б., Рыжикова Ю. В. Загадки оптики. Учебное пособие. 2015. М.: ОЛМА Медиа Групп, ISBN 978-5-373-07048-5, С. 127.
- [13] Рыжиков С. Б., Рыжикова Ю. В. // Ученые записки физического ф-та Московского университета. 2019. № 3. 1931102.
- [14] Рыжиков С. Б., Рыжикова Ю. В. Изучение атмосферных оптических явлений в курсе общей физики // Сборник тезисов докладов научной конференции Ломоносовские чтения. Секция физики. 2021. С. 246.
- [15] Быков А. В., Митин И. В., Салецкий А. М. Оптика. Методика решений задач. Учебное пособие. М.: МГУ. 2010. С. 248.
- [16] Декарт Р. Рассуждение о методе. М.: Изд. АН СССР. 1953. С. 656.
- [17] Кудрявцев П. С. Курс истории физики. Учебное пособие. 1. М.: Просвещение. 1974. С. 312.
- [18] Дорфман Я. Г. Всемирная история физики с древнейших времен до конца XVIII века. М.: Наука. 1974. С. 352.
- [19] Льюис М. История физики. М.: Мир. 1970. С. 464.
- [20] Википедия. Радуга. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Радуга>.

## Study of atmospheric optical phenomena with Physics faculty students

S. B. Ryzhikov<sup>1,a</sup>, Yu. V. Ryzhikova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of general physics, Faculty of Physics,  
Lomonosov Moscow State University  
Moscow 119991, Russia

<sup>2</sup>Department of optics, spectroscopy and nanosystems physics, Faculty of Physics,  
Lomonosov Moscow State University  
Moscow 119991, Russia  
E-mail: <sup>a</sup>sbr@physics.msu.ru

The authors draw attention to the fact that the description of the mechanism of the rainbow and halo formation is absent in both school and university textbooks and teaching aids. An explanation of these phenomena is given in the popular science literature, but there is no indication of the fact of the polarization of the rainbow and the reasons for this polarization. At the same time, these phenomena can be studied within the framework of a general course in physics, spending about half an hour in seminars. The article provides a methodology for studying rainbows and halos with students. In addition, the authors draw attention to a common mistake associated with the history of Descartes' study of the rainbow.

PACS: 01.40.Fk; 42.15.-i; 02.70.-c

*Keywords:* teaching methodology, geometric optics, rainbow formation, rainbow polarization, halo formation.  
*Received 03 August 2021.*

### Сведения об авторах

1. Рыжиков Сергей Борисович — доктор пед. наук, доцент, доцент; тел.: (495) 939-14-89, e-mail: sbr@physics.msu.ru.
2. Рыжикова Юлия Владимировна — канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-57-40, e-mail: sbr@physics.msu.ru.