

## Исследование процессов ускорения заряженных частиц в турбулентной космической плазме с перемежаемостью

Н. Н. Левашов<sup>1,\*</sup>, В. Ю. Попов<sup>1,2,3</sup>, Х. В. Малова<sup>2,4</sup>, Л. М. Зеленый<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

<sup>2</sup>Институт космических исследований РАН  
Россия, 117997, Москва, ул. Профсоюзная, д. 84/32

<sup>3</sup>Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
Россия, 101000, Москва, ул. Мясницкая, д. 20

<sup>4</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Поступила в редакцию 30.07.2021; подписана в печать 19.08.2021)

В данной статье мы представляем результат численного эксперимента по ускорению заряженных частиц в турбулентном поле с различными уровнями перемежаемости. Нашей главной задачей было исследовать влияние перемежаемости на ускорение частиц в турбулентной космической плазме. Для этого была разработана трехмерная модель турбулентного поля с контролируемым уровнем перемежаемости. Перемежаемое электромагнитное поле моделируется как суперпозиция турбулентного электромагнитного поля со степенным спектром, полученного при помощи суммы фурье-гармоник и электромагнитного поля, создаваемого небольшими плазмоидами, амплитуды которых заданы при помощи специального распределения. При помощи данной модели исследовалось влияние перемежаемости на процессы ускорения заряженных частиц в турбулентном поле в хвосте магнитосферы. Показано, что чем выше уровень перемежаемости, тем больших значений энергии способны достигнуть отдельные частицы.

PACS: 02.60.Cb, 94.30.cl.

УДК: 533.9

Ключевые слова: солнечный ветер, моделирование, перемежаемость, плазмоиды, магнитные облака.

### ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных процессов в космической плазме является взаимодействие заряженных частиц с турбулентным магнитным полем. Этот процесс отвечает за ускорение заряженных частиц и нагрев плазмы в планетарных магнитосферах, солнечной короне и других астрофизических плазменных системах. При этом, согласно многочисленным исследованиям электромагнитной турбулентности в хвосте магнитосферы земли, электромагнитная турбулентность носит негауссовый характер: в распределении электромагнитного поля присутствуют более широкие «хвосты», по сравнению с гауссовым распределением [1–3]. Это обусловлено наличием редких, но сильных всплесков в поведении электромагнитного поля.

Подобные всплески способны существенным образом влиять на ускорение частиц в солнечном ветре и обычно ассоциируются с локализованными структурами, такими как магнитные облака или плазмоиды [4]. Структуры, возникающие в электромагнитной турбулентности, имеют своеобразный характер: они имеют вид пиков, появляющихся в случайных местах и в случайные моменты времени. Промежутки между ними характеризуются малой интенсивностью и большой протяженностью. Такая картина называется пере-

межаемостью. Было обнаружено явное свидетельство перемежаемости магнитной турбулентности в недавних измерениях космических аппаратов на месте магнитных полей в околоземных и межпланетных плазменных средах [5]. Уровень перемежаемости случайного поля  $U(t)$  можно оценить с помощью структурных функций  $S_p = \sum_n |U(n+h) - U(n)|^p$ , тут  $n$  — номер шага,  $h$  — размер шага. Для оценки уровня перемежаемости необходимо вычислить показатели структурной функции  $\zeta_p$  из выражения  $S_p \sim h^{\zeta_p}$  и проанализировать зависимость  $\zeta_p(p)$ . Для Колмогоровской турбулентности характерна линейная зависимость показателей структурных функций  $\zeta_p$  от степени  $p$ , при наличии перемежаемости будут наблюдаться отклонения кривой  $\zeta_p(p)$  от прямой  $\zeta_p \sim p$ . Чем сильнее отклонение — тем больше уровень перемежаемости [7, 8].

В предложенной модели турбулентное поле с перемежаемостью представлено как композиция двух составляющих: первая составляющая — турбулентное электромагнитное поле со степенным спектром, вторая — электромагнитное поле, создаваемое небольшими вибрирующими плазмоидами. Задавая амплитуды плазмоидов при помощи специального распределения, мы будем получать различные уровни перемежаемости.

### 1. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

Согласно многочисленным экспериментальным данным электромагнитное поле в хвосте магнитосферы

\* [panterny@yandex.ru](mailto:panterny@yandex.ru)

Земли имеет степенной спектр [9].

Простой способ моделирования турбулентности

со степенным спектром — представление поля как суммы Фурье-гармоник [10]:

$$B_x = \frac{k_{ns}}{k_s} B_0 \sum_s (1 + k_s^2 L^2)^{-\frac{5}{8}} \cos(\mathbf{k}_s \mathbf{r} - \omega t + \varphi_s),$$

$$B_y = B_0 \sum_s (1 + k_s^2 L^2)^{-\frac{5}{8}} \left( \frac{k_{xs} k_{ys}}{k_s} \cos(\mathbf{k}_s \mathbf{r} - \omega t + \varphi_s) + \frac{k_{zs}}{k_n} \sin(\mathbf{k}_s \mathbf{r} - \omega t + \Phi_s) \right),$$

$$B_z = -B_0 \sum_s (1 + k_s^2 L^2)^{-\frac{5}{8}} \left( \frac{k_{zs} k_{xs}}{k_s} \cos(\mathbf{k}_s \mathbf{r} - \omega t + \varphi_s) + \frac{k_{ys}}{k_{ns}} \sin(\mathbf{k}_s \mathbf{r} - \omega t + \Phi_s) \right),$$

где  $\mathbf{k}_s = (k_{xs}, k_{ys}, k_{zs})$  — волновой вектор,  $k_s = \sqrt{k_{xs}^2 + k_{ys}^2 + k_{zs}^2}$ ,  $k_{ns} = \sqrt{k_{ys}^2 + k_{zs}^2}$ ,  $\omega_s = V_0 \cdot k_s$ ,  $V_0 = 500$  км/с — скорость распространения волнового фронта,  $L = 10^8$  м — линейный размер рассматриваемой области,  $\alpha = -\frac{5}{8}$  — параметр, определяющий наклон спектра электромагнитно-

го поля, параметры  $k_{xs}$ ,  $k_{ys}$ ,  $k_{zs}$  лежат в диапазоне  $(3 + s \cdot \Delta) \cdot \frac{2\pi}{L}$ ,  $s = 0, \dots, 50$ ,  $\Delta = 1$  [11]. При помощи уравнений Максвелла

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \mathbf{E} = 0 \end{cases}$$

находим электрическое поле [10]:

$$E_x = E_0 \sum_s (1 + k_s^2 L^2)^{-\frac{5}{8}} \left( \frac{2k_{xs} k_{ys} k_{zs}}{k_s k_{ns}} \cos(\mathbf{k}_s \mathbf{r} - \omega t + \varphi_s) + k_n \sin(\mathbf{k}_s \mathbf{r} - \omega t + \Phi_s) \right),$$

$$E_y = E_0 \sum_s (1 + k_s^2 L^2)^{-\frac{5}{8}} \left( -\frac{k_{zs} k_s}{k_{ns}} \cos(\mathbf{k}_s \mathbf{r} - \omega t + \varphi_s) - \frac{k_{xs} k_{ys}}{k_{ns}} \sin(\mathbf{k}_s \mathbf{r} - \omega t + \Phi_s) \right),$$

$$E_z = E_0 \sum_s (1 + k_s^2 L^2)^{-\frac{5}{8}} \left( \frac{k_{ys} (k_{ns}^2 - k_{xs}^2)}{k_s k_{ns}} \cos(\mathbf{k}_s \mathbf{r} - \omega t + \varphi_s) - \frac{k_{xs} k_{zs}}{k_{ns}} \sin(\mathbf{k}_s \mathbf{r} - \omega t + \Phi_s) \right).$$

Для наглядности, на рис. 1 изображена моделируемая таким способом компонента магнитного поля  $B_z$  в сечении плоскости  $XU$ .

Полученное таким образом поле самоподобно и не обладает свойством перемежаемости [6, 12].

Чтобы итоговое поле было перемежаемым необходимо наличие редких локальных всплесков электромагнитного поля. Поскольку подобные всплески в солнечном ветре часто ассоциируются с локализованными структурами, такими, как плазмоиды, то для моделирования таких локальных особенностей мы воспользуемся моделью небольших плазмоидов, движущихся по синусоидальному закону [13–15]. Электромагнитное поле в модели задается как суперпозиция полей от небольших магнитных облаков. Для этого вычислительная область разбивается на  $50^3$  кубических ячеек.

В каждую ячейку помещается по одному плазмоиду. Поле  $i$ -го плазмоида задается при помощи векторного потенциала:

$$A_{xi} = A_{x0i} \exp(-k_c^2 (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^2),$$

$$A_{yi} = A_{y0i} \exp(-k_c^2 (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^2),$$

$$A_{zi} = 0,$$

$$A_{x0i} = \frac{A_{0i}}{\sqrt{1 + \tan^2(\psi_i)}},$$

$$A_{y0i} = A_{x0i} \cdot \tan(\psi_i),$$

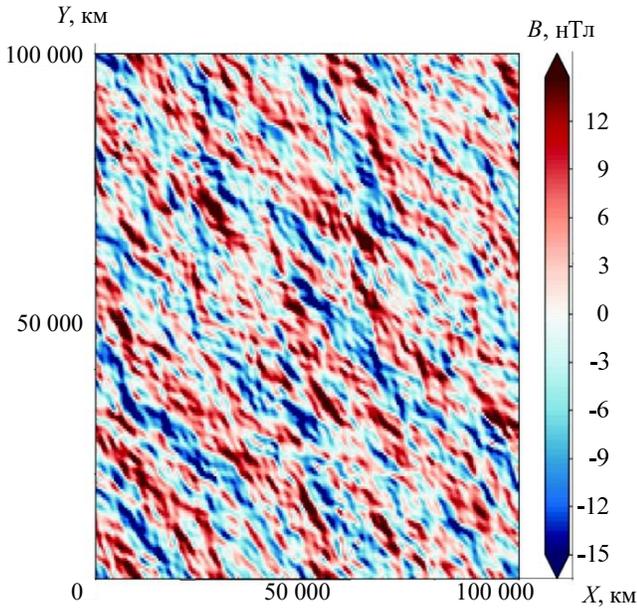


Рис. 1. Сечение магнитного поля в плоскости  $B_z$ , перпендикулярной оси  $Z$

где  $\psi_i$  — угол поворота  $i$ -го плазмоида, относительно оси  $Y$ ,  $A_{0i}^2 = A_{x0i}^2 + A_{y0i}^2 + A_{z0i}^2$  — амплитуда векторного потенциала для  $i$ -го плазмоида,  $k_c = 8/l$ ,  $l$  — размер пространственной ячейки. Плазмоиды движутся по синусоидальному закону в окрестности заданных начальных точек:

$$\mathbf{r}_i(t) = (x_{0i} + a \sin(\omega t + \Phi_i))\mathbf{e}_x + (y_{0i} + a \sin(\omega t + \Phi_i))\mathbf{e}_y,$$

где  $x_{0i}$  и  $y_{0i}$  — начальные координаты  $i$ -го плазмоида,  $a = 0.2 \cdot l_c$  — амплитуда колебаний плазмоида, углы  $\Phi_i$  — выбирается случайным образом в диапазоне от 0 до  $2\pi$ ,  $\omega = 0.25$  рад/с [5]. При таком выборе амплитуда колебаний  $a$  плазмоиды не будут пересекаться друг с другом.

Магнитное и электрическое поля находятся из векторного потенциала при помощи уравнений Максвелла:

$$\begin{cases} \mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A}, \\ \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}. \end{cases}$$

Суммарное электромагнитное поле, создаваемое всеми плазмоидами выглядит следующим образом:

$$B_x = \sum_i A_{yi} \exp(-\xi) \cdot (z - z_i) k_c^2,$$

$$B_y = \sum_i A_{xi} \exp(-\xi) \cdot (z - z_i) k_c^2,$$

$$B_z = - \sum_i (A_{yi} \exp(-\xi) \cdot (x - x_i) k_c^2 - A_{xi} \exp(-\xi) \cdot (y - y_i)) k_c^2,$$

$$E_x = - \sum_i A_{xi} \exp(-\xi) \cdot ((x - x_i)v_{xi} - (y - y_i)v_{yi}) k_c^2,$$

$$E_y = - \sum_i A_{yi} \exp(-\xi) \cdot ((x - x_i)v_{xi} - (y - y_i)v_{yi}) k_c^2,$$

$$E_z = 0,$$

где  $\xi = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| \cdot k_c$ .

Компонента магнитного поля  $B_z$ , создаваемого плазмоидами в сечении плоскости, перпендикулярной оси  $Z$  изображена на рис. 2,а. На рис. 2,б изображена компонента поля  $B_z$  для одного плазмоида.

Для того, чтобы итоговое поле было перемежаемым, амплитуды плазмоидов задаются при помощи специального распределения:  $A_{0i} = a_0 \cdot \alpha^{-G}$ , где  $G$  — Гауссо-

ва величина с единичной дисперсией и нулевым средним,  $\alpha$  — параметр, при помощи которого мы будем управлять уровнем перемежаемости. Одним из признаков перемежаемости является именно аномальное по сравнению с гауссовским соотношение между последовательными статистическими моментами. Статистические моменты у величины, заданной таким обра-

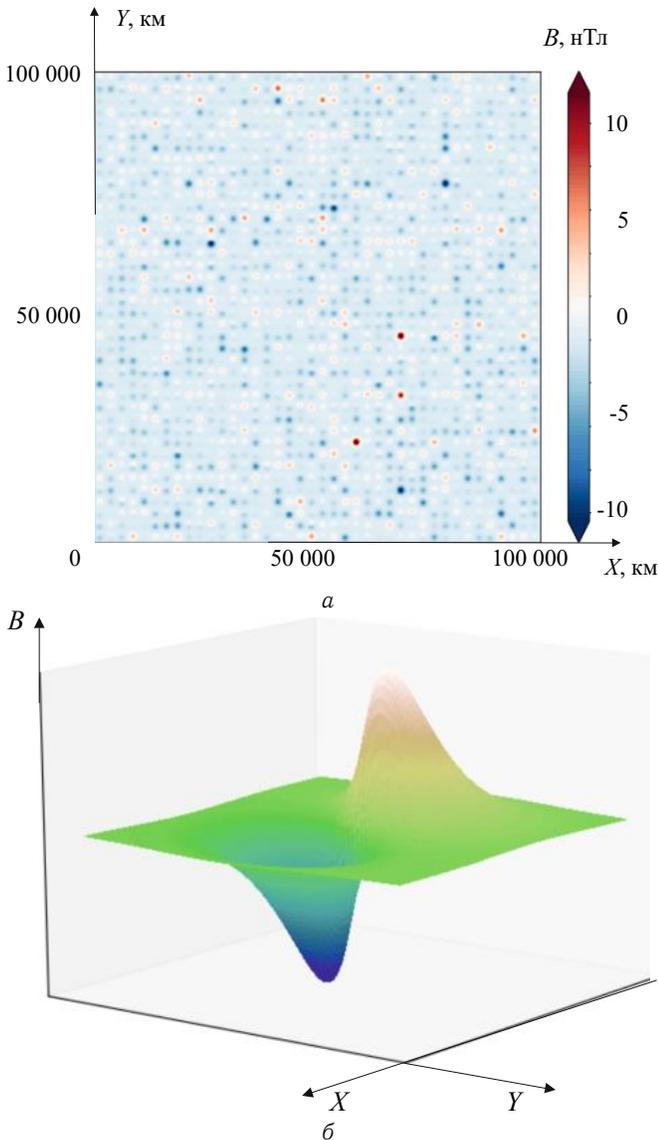


Рис. 2. *a* — Компонента магнитного поля плазмидов  $B_z$  в сечении плоскости, перпендикулярной оси  $Z$ , *б* — компонента поля  $B_z$  для одного плазмоида

зом, равны:

$$\langle A^p \rangle^{1/p} = a_0 \cdot e^{\left( \frac{p \cdot (\ln(\alpha))^2}{2} \right)}.$$

При значениях  $\alpha > 1$ , скорость роста моментов с ростом  $p$  должна неограниченно возрастать, что свидетельствует о наличии перемежаемости [16]. Из формулы для вычисления моментов следует, что чем выше порядок момента  $p$ , тем быстрее он возрастает, с ростом величины  $\alpha$ . Таким образом, в нашей модели мы будем регулировать степень перемежаемости путем изменения параметра  $\alpha$ . Амплитуда  $a_0$  подбирается так, чтобы при  $\alpha = 1$  энергия плазмидов была в 5 раз меньше энергии турбулентного поля со степенным спектром [7].

Срез компоненты  $B_z$  полученного таким образом магнитного поля вдоль оси  $X = Y = Z$ , для параметра  $\alpha = 2$  изображен на рис. 3.

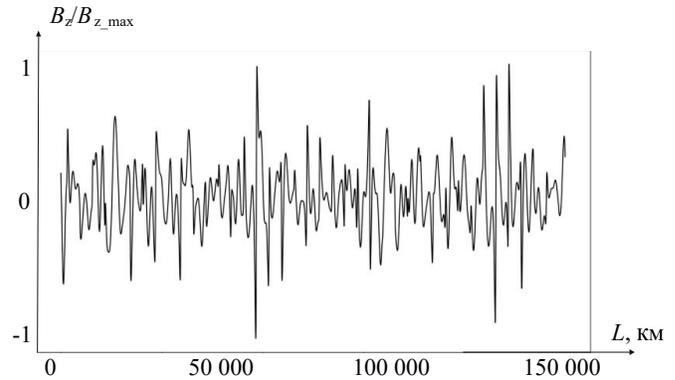


Рис. 3. Срез компоненты  $B_z$  магнитного поля вдоль оси  $X = Y = Z$

## 2. ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ

Проверим, что полученное поле действительно будет перемежаемым. Это можно сделать, рассчитав структурную функцию полученного магнитного и электрического полей. Для этого рассчитаем суммарное магнитное поле

$$B(x, y, z) = \sqrt{B_x^2(x, y, z) + B_y^2(x, y, z) + B_z^2(x, y, z)}$$

вдоль оси  $X = Y = Z$ , с пространственным шагом  $\Delta < l_c$ . Получив значения  $B(n)$ , где  $n = 1, \dots, 5 \cdot 10^6$  — номер шага, вычислим структурную функцию:

$$S_p = \sum_n |B(n+h) - B(n)|^p$$

для различных показателей  $p$ . Далее вычислим показатели  $\zeta_p$  полученной структурной функции  $S_p$ . Их можно получить из выражения:  $S_p \sim h^{\zeta_p}$ . Отклонение значений  $\zeta_p$  от прямой  $\zeta_p \sim p$ , в сторону меньших значений, при  $p > 3$  свидетельствует о наличии перемежаемости [8]. Аналогичным образом рассчитываются структурные функции электрического поля. На рис. 4а показан график зависимости показателей структурной функции  $\zeta_p$  от степени  $p$  для различных значений  $\alpha$  для магнитного поля. На рис. 4б изображен аналогичный график для электрического поля. На графиках видно, что при увеличении параметра  $\alpha$  увеличивается отклонение кривой  $\zeta_p(p)$  от прямой  $\zeta_p \sim p$ . Тем самым показано, что варьируя  $\alpha$ , мы можем изменять уровень перемежаемости.

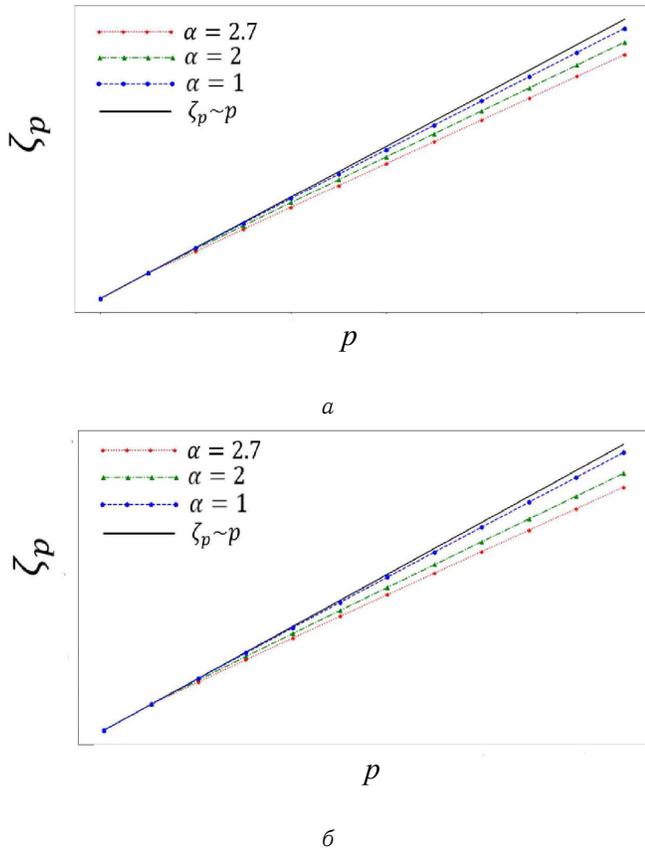


Рис. 4. *a* — график зависимости показателей структурной функции  $\zeta_p$  от степени  $p$  для различных значений  $\alpha$  для магнитного поля, *b* — график зависимости показателей структурной функции  $\zeta_p$  от степени  $p$  для различных значений  $\alpha$  для электрического поля

### 3. УСКОРЕНИЕ ЧАСТИЦ

Ускорение частиц в турбулентном электромагнитном поле — сложный процесс, эффективность которого зависит от положения частицы при движении, поскольку магнитное и электрическое поле изменяются в пространстве и времени. Частицы ускоряются вихревым электрическим полем турбулентности [17], а также, электрическим полем, индуцируемым осциллирующими плазмоидами. Чем больше амплитуда магнитного поля осциллирующего плазмоида, тем сильнее индуцированное электрическое поле и, следовательно, тем выше ускорение частиц.

Исследуем нерелятивистское поведение заряженных частиц, взаимодействующих с полученным электромагнитным полем, движение каждой исследуемой частицы описывается обычными уравнениями движения:

$$\frac{dr}{dt} = \mathbf{v},$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{q}{m} (\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)),$$

где  $q$  — заряд частицы,  $m$  — масса.

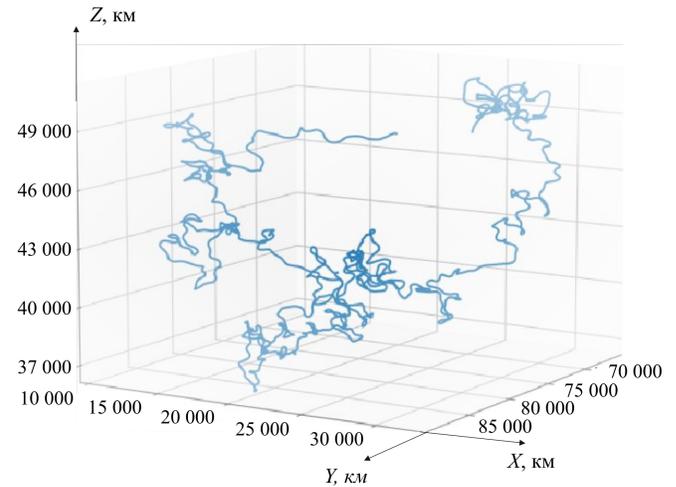


Рис. 5. Траектория движения протона после 30 минут ускорения в турбулентном поле

Введем тестовую частицу — протон в вычислительную область. Траектория движения частицы после 30 минут ускорения в полученном турбулентном поле с параметром  $\alpha = 2$  изображена на рис. 5.

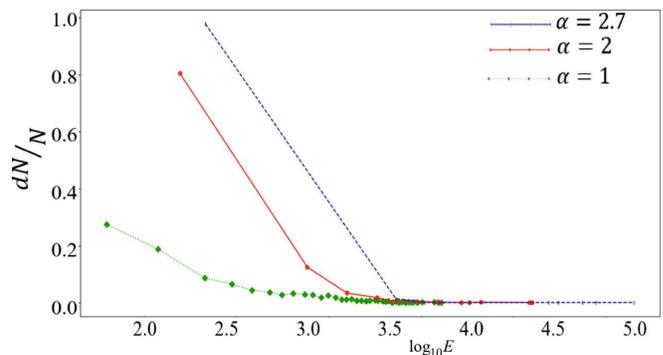


Рис. 6. Энергетические спектры частиц для различных значений перемежаемости

Теперь введем вычислительную область  $10^3$  протонов со случайными начальными координатами. Начальные скорости частиц распределены по Гауссу с пиковым значением 120 км/с. На границе используются периодические граничные условия. Рассчитаем кинетическую энергию  $W$  для каждой частицы: энергетические спектры частиц после 30 минут ускорения в турбулентном поле для различных значений перемежаемости изображены на рис. 6. Из графиков видно, что с ростом перемежаемости растет максимальная энергия, которую способны набрать отдельные частицы.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе предложена простая трехмерная модель турбулентного поля с контролируемым уровнем перемежаемости, которая воспроизводит свойства турбулентного поля хвоста магнитосферы. При помо-

щи данной модели исследовано ускорение частиц в поле в случае различных уровней перемежаемости. Показано, что с ростом перемежаемости растет и максимальная энергия, которую могут набрать отдельные частицы.

- [1] *Hoshino M. et al. // Geophys. Res.* 1994. **21**. P. 2935.  
 [2] *Petrukovich A.A. // Astrophys. Space Sci. Libr.* 2005. **321**. P. 145.  
 [3] *Zimbardo G. et al. // Space Sci. Rev.* 2010. **156**. P. 89.  
 [4] *Zilu Zhou et. al. // The Astrophysical Journal Letters.* 2019. **885**. P. 13.  
 [5] *Zelenyi L.M. et. al. // J. Plasma Physics.* 2015. **81**.  
 [6] *Frisch U. Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov.* Cambridge Press, Cambridge, U. K., 1995.  
 [7] *Zelenyi L.M. et al. // Geophys. Res. Lett.* 2011. **38**. P. 17110.  
 [8] *Dudok de Wit T., Krasnosel'skikh V.V. // Nonlinear Processes Geophys.* 1996. **3**. P. 262.  
 [9] *Зелёный Л.М., Милованов А.В. // УФН.* 2004. **174**, № 8.  
 [10] *Artemyev A.V. et al. // Nonlinear Processes in Geophysics.* 2009. **16**. P. 631.  
 [11] *Chiaravalloti F., Milovanov A.V., Zimbardo G. // Phys. Scr.* 2006. **122**. P. 79.  
 [12] *Будаев В.П., Савин С.П., Зелёный Л.М. // УФН.* 2011. **181**, № 9. С. 905.  
 [13] *Perri S. et al. // Europhys. Lett.* 2007. **78**. P. 40003.  
 [14] *Perri S., Greco A., Zimbardo G. // Geophys. Res. Lett.* 2009. **36**. P. 04103.  
 [15] *Perri S., Zimbardo G., Greco A. // J. of Geophys. Res.* 2011. **116**.  
 [16] *Зельдович Я.Б., Молчанов С.А., Рузмайкин А.А., Соколов Д.Д. П // УФН.* 1987. **152**.  
 [17] *Zelenyi L.M., Artemyev A.V., Malova H.V. et al. // Phys. Lett. A.* 2008. **372**, N 41. P. 6284.

## Investigation of the processes of charged particles acceleration in intermittent turbulent cosmic plasma

N. N. Levashov<sup>1,a</sup>, V. Yu. Popov<sup>1,2,3</sup>, H. V. Malova<sup>2,4</sup>, L. M. Zelenyi<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Physical Faculty, Lomonosov Moscow State University. Moscow, 119991, Russia*

<sup>2</sup>*Space Research Institute of the Russian Academy of Sciences. Moscow, 117997, Russia*

<sup>3</sup>*National Research University Higher School of Economics. Moscow, 101000, Russia*

<sup>4</sup>*Scobel'syn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow, 119991, Russia*

E-mail: <sup>a</sup>*nn.levashov@physics.msu.ru*

In this article, we present the result of a numerical experiment on the acceleration of charged particles in a turbulent field with different levels of intermittency. Our main task was to investigate the effect of intermittency on particle acceleration in turbulent cosmic plasma. For this, a three-dimensional model of a turbulent field with a controlled intermittency level was developed. An intermittent electromagnetic field is modeled as a superposition of a turbulent electromagnetic field with a power-law spectrum, obtained using the sum of the Fourier harmonics and the electromagnetic field created by small plasmoids, the amplitudes of which are specified using a special distribution. Using this model, the role of intermittency in the acceleration of charged particles in a turbulent field in the tail of the magnetosphere was investigated. It is shown that the higher the level of intermittency, the higher the energy values are able to reach individual particles.

PACS: 02.60.Cb, 94.30.cl.

*Keywords:* solar wind, modeling, intermittency, plasmoids, magnetic clouds.

*Received 30 July 2021.*

### Сведения об авторах

1. Левашов Николай Николаевич — магистр, аспирант; e-mail: nn.levashov@physics.msu.ru.
2. Попов Виктор Юрьевич — доктор физико-математических наук, профессор; e-mail: vyupov@hse.ru.
3. Малова Хельми Витальевна — доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник.
4. Зелёный Лев Матвеевич — доктор физико-математических наук, академик; тел.: (495) 333-25-88, e-mail: lzelenyi@iki.rssi.ru.