# Шлирен-система для исследования структуры ультразвуковых полей в жидкости

А.И. Цеханович,\* С.А. Петросян, С.А. Цысарь, О.А. Сапожников Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д.1, стр. 2

(Статья поступила 10.10.2020; подписана в печать 14.10.2020)

В данной статье описана шлирен-система, разработанная в Лаборатории медицинского и промышленного ультразвука МГУ для исследования структуры полей ультразвуковых излучателей. Представлены результаты компьютерного моделирования процесса прохождения светового пучка через область пространственно-временных неоднородностей показателя преломления в среде, созданных ультразвуковым излучателем, а также экспериментально полученные теневые картины с использованием непрерывной подсветки белым светом.

РАСS: 43.35.Sx УДК: 534.6, 534.2, 535.3 Ключевые слова: шлирен-метод, ультразвук, акустооптический эффект, оптическая визуализация.

#### введение

В настоящее время ультразвук находит широкое применение в различных областях. Наиболее востребованными являются ультразвуковые волны мегагерцового диапазона частот. Например, такие волны используются в промышленности и строительстве для неразрушающего контроля материалов и конструкций [1]. В медицине мегагерцовый ультразвук низкой интенсивности применяется для целей диагностики (энцефалография, кардиография, остеоденситометрия и другие приложения) [2, 3], а мощный ультразвук — для терапевтического воздействия (например, для разрушения опухолей и дробления камней в почках) [5, 6, 7].

При использовании ультразвука важно знать пространственно-временную структуру акустического поля, которая зависит от особенностей работы ультразвуковых источников. В качестве источников ультразвука мегагерцового диапазона частот, как правило, используются пьезоэлектрические преобразователи. Для возможности создания направленного излучения размер указанных излучателей обычно заметно превышает длину волны. При этом характер колебаний поверхности источника не всегда известен, что делает невозможным точное предсказание структуры излучаемого поля. Для нахождения распределения параметров волны в пространстве обычно используются миниатюрные акустические приёмники, которые перемещаются в пространстве и регистрируют сигнал в большом количестве точек. Такой способ является точным, но его применение для некоторых приложений может оказаться затруднительным: соответствующий процесс сканирования, как правило, является чрезвычайно долгим. Так, даже двумерное сканирование может занять несколько часов [8, 9]. Кроме того, прямая регистрация акустического сигнала датчиками (гидрофонами

и микрофонами) возможна лишь в жидкостях и газах; перемещать же датчик в толще твёрдого тела невозможно.

В оптически прозрачных средах удобной альтернативой прямому измерению поля акустическими приёмниками является метод оптической визуализации. Он позволяет исследовать пространственную структуру ультразвукового поля в реальном времени. Теневой метод широко используется в физике, особенно в физике ударных волн [10]. Ключевыми фигурами в его разработке были такие исследователи, как Гук, проведший первое прямое наблюдение температурного возмущения на фоне удалённой границы «свет-тень» [11], Фуко, для тестирования формы зеркал предложивший заслонять нерефрагированный свет специальной диафрагмой — «ножом Фуко» [12] и Тёплер, разработавший экспериментальную систему для наблюдения оптических неоднородностей «методом тёмного поля» (он назвал этот вариант шлирен-методом, от нем. Schlieren — оптическая неоднородность); система Тёплера сочетала элементы установки Гука и оптический нож Фуко [13, 14]. Важный вклад в практику использования шлирен-метода внёс Мах, получивший, в частности, первое теневое изображение ударной акустической волны от электрического искрового источника [15]. Необходимо также отметить роль в развитии и популяризации шлирен-метода в 20-м веке Шардина, который разработал теорию шлирен-визуализации, а также получил высококачественные теневые изображения многих физических процессов и предложил ряд оригинальных вариантов шлирен-систем, некоторые из которых смогли быть воплощены в полной мере только в последнее время [16, 17].

Суть шлирен-метода заключается в следующем: пучок световых лучей от точечного или щелевого источника направляется линзой или системой линз и зеркал на исследуемую область оптической неоднородности и после прохождения указанной области фокусируется на непрозрачной острой кромке (ноже Фуко), так чтобы изображение источника проецирова-

<sup>\*</sup>E-mail: tcekhanovich.ai17@physics.msu.ru



Рис. 1: Слева — схема установки по оптической визуализации ультразвуковых акустических полей. 1 — световой источник; 2 — оптоволокно, 3 — плоские зеркала; 4 — внеосевые параболические зеркала; 5 — бассейн с водой; 6 — исследуемое акустическое поле; 7 — нож Фуко; 8 — цифровая фотокамера; 9 — ПК. Справа — фотография установки

лось на самый край ножа. Если исследуемая область оптически однородна, то все лучи задерживаются ножом. При наличии неоднородностей световые лучи испытывают рефракцию и часть из них, отклонившись, проходит мимо ножа. Поставив за ножом объектив, можно спроецировать эти лучи на экран или чувствительную матрицу фотокамеры и получить изображение неоднородностей. Указанный принципиальный подход имеет множество модификаций применительно к разным областям исследований [18]. Из недавних публикаций по использованию шлирен-метода отметим работы по аэродинамике, гидродинамике, физике жидкостей и сверхзвуковых потоков (визуализация ударных волн) [19, 20, 21], физике плазмы [22], квантовой электронике [23] и физике атмосферы [24]. Особенный интерес шлирен-визуализация представляет в том случае, когда из теневой картины удаётся извлечь количественную информацию. В последние несколько лет проводилось немало работ такой направленности. Например, шлирен-изображения позволили оценить радиус пучка возбуждённых атомов рубидия [25], а шлирен-системы с использованием теневого фонового метода применялись для получения количественных характеристик потоков жидкости [26]. Отметим также недавние работы японских исследователей, в которых теневой метод используется для характеризации ультразвуковых полей [27, 28].

Целью настоящей работы является описание шлирен-системы, разработанной в Лаборатории медицинского и промышленного ультразвука МГУ, иллюстрация её использования для визуализации ультразвуковых полей мегагерцового диапазона в воде и исследование возможности получения количественной информации об амплитуде акустических волн.

### 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

На рис. 1 показана схема созданной системы оптической визуализации шлирен-методом [29, 30]. Её особенностью является использование двух внеосевых параболических зеркал и двух плоских зеркал для создания коллимированного светового пучка и минимизации аберраций при его фокусировке на нож Фуко. Источником оптических неоднородностей являлось ультразвуковое поле, создаваемое в воде пьезоэлектрическим излучателем.

Плоские зеркала имеют круглую форму, их диаметр равен 158 мм, а толщина 25.3 мм. Внеосевые параболические зеркала были получены в результате разрезания на две равные части круглого осесимметричного параболического зеркала диаметром 300 мм, имевшего толщину 30 мм на краю и 28.2 мм в центре. Фокусное расстояние параболических зеркал составляет 800 мм. Все указанные зеркала системы изготовлены из оптического ситалла.

Точечный источник света размещается в фокусе первого внеосевого параболического зеркала 4 (слева на схеме, рис. 1). Таким образом создаётся плоскопараллельный пучок, который при помощи плоского зеркала 3 (справа на схеме, рис. 1) направляется на исследуемую область (заполненный дегазированной водой бассейн с оптически прозрачными окнами в боковых стенках 5).

Для уменьшения эффективного диаметра оптического источника (приближение его к точечному) используется диафрагма. Имеется возможность лёгкой смены источника, в качестве которого в описываемой экспериментальной установке используется один из трёх нижеперечисленных источников: лампа белого света непрерывного действия (RAM Optical Instrumentation Inc., CA, USA), импульсный источник белого света (Nanolite Flash Lamp, Highspeed Photo-Systeme, Germany) или импульсный полупроводниковый лазер. Результаты эксперимента, представленные в данной статье, были получены с использованием первого источника, т.е. с применением непрерывной подсветки белым светом.

Коллимированный оптический пучок проходит через область наблюдения, расположенную в бассейне с водой, где ультразвуковым излучателем создаются пространственно-временные неоднородности оптического показателя преломления 6. Испытывая рефракцию на указанных акустических неоднородностях и проходя далее через симметричное плечо, образованное второй парой зеркал 3 и 4, свет собирается в фокусе второго параболического зеркала, расположенном симметрично положению исходного точечного источника света. В районе фокуса установлен на регулируемой подаче оптический нож 7, представляющий собой лезвие с ровным краем. При введении ножа в область фокального пятна происходит подавление фоновой засветки и повышается контраст шлирен-изображения. После прохождения ножа световой пучок попадает на ПЗС-матрицу цифровой камеры 8 (Pixelfly QE, PCO-Tech, USA). Затем цифровое изображение передаётся на персональный компьютер 9.

После проведения моделирования и эксперимента были сделаны выводы о необходимости модернизации установки и расширении её функционала для соответствия задачам тестирования УЗ излучателей. Поскольку метод чувствителен к любым изменениям, вносимым в световой поток перед попаданием отклонённых лучей на матрицу камеры, любая неточность при установке объектива может приводить к сложностям в работе с системой. Кроме того, объективы, которые были в нашем распоряжении, не позволяли на достаточное расстояние смещать фокус и добиться достаточного увеличения/уменьшения области наблюдения. Поэтому было принято решение использовать несколько линз, обладающих разными, но заранее известными и подобранными должным образом фокусными расстояниями для обеспечения более тонкой настройки области наблюдения. Для каждой из линз были произведены расчёты расстояния от матрицы камеры, на котором они должны находиться для обеспечения попадания на матрицу области наблюдения соответствующего размера и получения чёткого изображения. По рассчитанным расстояниям были созданы удерживающие устройства - металлические трубки, позволяющие регулировать удалённость линз и тем самым корректировать расстояние до матрицы камеры и попадать чётко в фокус. В существующей конфигурации установки используются четыре линзы с фокусными расстояниями 50, 60, 75 и 190 мм, удерживаемые трубками длиной 34, 56, 65 и 135 мм, соответственно. Указанные устройства позволяют получать диаметр наблюдаемой области в кадре около 90, 70, 50 и 30 мм, соответственно.

### 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Для работы с шлирен-системой необходимо уметь рассчитывать процесс прохождения лучей через область неоднородности и иметь возможность моделировать результат для разных условий эксперимента. Поэтому важной частью настоящей работы являлся теоретический анализ процесса формирования теневой картины. Расчёт заключался в компьютерном моделировании процесса прохождения оптических лучей сквозь прозрачную среду, в которой распространяется акустическая волна, создаваемая цилиндрическим излучателем.

Алгоритм работы программы можно описать следующими шагами:

- расчёт распределения акустического давления (p') в среде (численное интегрирование интеграла Рэлея по поверхности ультразвукового источника);
- расчёт набега фаз для лучей, проходящих через неоднородность;
- оценка искривления фронта световой волны на выходе из зоны неоднородности (набег координаты);
- расчёт суммарной интенсивности в каждой точке экрана.

Рассмотрим каждый шаг описанного алгоритма по отдельности. Первым шагом является расчёт акустического поля. При работе излучателя в монохроматическом режиме акустическое давление в среде изменяется с течением времени t по гармоническому закону:  $p'(\mathbf{r},t) = A(\mathbf{r})\cos[\omega t - \Phi(\mathbf{r})]$ , где  $\mathbf{r}$  — радиусвектор точки наблюдения,  $\omega$  — циклическая частота ультразвука, A — амплитуда волны, а  $\Phi$  — фазовый сдвиг. Для анализа решения удобно ввести комплексную амплитуду  $P(\mathbf{r}) = Ae^{i\Phi}$ , которая соответствует записи  $p' = Re(Pe^{-i\omega t})$ . Как известно, комплексная амплитуда гармонической волны описывается уравнением Гельмгольца  $\Delta P + k^2 P = 0$ , где  $\Delta$  — оператор Лапласа,  $k = \omega/c_0$  — волновое число,  $c_0$  — скорость звука.

Нас будет интересовать случай, когда источником акустических волн является плоский или близкий к плоскому излучатель, поверхность которого колеблется по гармоническому закону с известной комплексной амплитудой нормальной компоненты колебательной скорости  $V(\mathbf{r'})$ , где  $\mathbf{r'}$  — радиус-вектор точек поверхности. При таком граничном условии решение уравнения Гельмогольца может быть записано в виде интеграла Рэлея [31, 32]:

$$P(\mathbf{r}) = -i\rho_0 c_0 \frac{k}{2\pi} \int_S \frac{V(\mathbf{r}') e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|r-r'|} dS', \qquad (1)$$

где  $\rho_0$  — плотность среды, интегрирование проводится по поверхности излучателя S, а dS' — элемент поверхности, соответствующий точке  $\mathbf{r}'$ .

При применении интеграла Рэлея (1) к расчёту излучения пьезоэлектрических пластин часто используется приближение поршневого источника, согласно которому предполагается, что нормальная компонента колебательной скорости одинакова для всех точек поверхности, т.е. V не зависит от  $\mathbf{r'}$  и поэтому может

УЗФФ 2020

быть вынесена за знак интеграла. В настоящей работе для простоты рассматривается именно такой случай. При расчётах рассматривались несколько видов излучателей, соответствующих источникам, используемым в экспериментах. Ниже приводятся теоретические результаты для одного из них, который представлял собой плоский поршневой излучатель, работающий на частоте 1 МГц и имеющий форму круга диаметром 9 мм. При численном вычислении интеграла Рэлея (1) поверхность излучателя разбивалась на малые элементы диаметром много меньше длины волны, а интеграл заменялся соответствующей суммой. Точность расчётов контролировалась сравнением с аналитическим решением, которое существует для амплитуды волны на оси симметрии.

# 3. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ АНАЛИЗА ТЕНЕВОЙ КАРТИНЫ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПУЧКА

Вторым шагом в моделировании был расчёт влияния акустического поля на оптические лучи, т.е. решение акустооптической задачи. Вычисления проводились в приближении слабой неоднородности, в рамках которого считалось, что в процессе распространения через область акустического поля оптические лучи не меняли направления, а влияние неоднородности заключалось лишь в различном набеге фаз для различных лучей. Предполагая расположение источника в плоскости *Оху* и распространение оптических лучей параллельно оси *Ох*, рассчитывался оптический набег фаз из-за наличия акустических возмущений плотности среды.

Рассмотрим оптический луч, совпадающий с прямой, соответствующей заданным значениям координат (y, z). Пусть  $r_0$  — радиус излучателя. В ближней зоне излучателя волновое поле локализовано в поперечном направлении в области порядка размера излучателя. Поэтому можно допустить, что начиная с расстояния от оси  $2r_0$  акустические возмущения пренебрежимо малы. Тогда оптический набег фазы  $\phi$  может быть представлен в виде следующего интеграла:

$$\phi(y, z, t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \int_{-2r_0}^{2r_0} n(\tilde{x}, y, z, t) d\tilde{x}.$$
 (2)

Здесь  $\lambda_0$  — длина световой волны в вакууме,  $n(\mathbf{r},t)$  — показатель преломления света. Нас интересует не сам набег, а его изменение по сравнению со случаем отсутствия акустической волны. При наличии акустической волны показатель изменяется:  $n = n_0 + \gamma p'$ , где  $n_0$  — показатель преломления однородной среды,  $\gamma = dn/dp$  — акустооптический коэффициент. В общем случае показатель преломления зависит от плотности среды [33], но в линейной акустической волне изменение плотности пропорционально акустическому давлению. Коэффициент  $\gamma$  определяется из модельных представлений или находится экспериментально, т.е. может считаться известным. Так, для воды он приближённо равен  $1.32\times 10^{-10}\,\Pi a^{-1}$  [34].

Интересующий нас дополнительный оптический набег фаз  $\phi'$ , таким образом, выражается в виде интеграла от акустического давления:

$$\phi'(y, z, t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \gamma \int_{-2r_0}^{2r_0} p'(\tilde{x}, y, z, t) d\tilde{x}.$$
 (3)

Напомним, что в настоящем рассмотрении предполагается, что лучи не испытывают заметного искривления при прохождении через ультразвуковой пучок. Ясно, что такое допущение оправдано лишь в том случае, если дополнительный набег фазы мал по сравнению с  $2\pi$ . Отсюда можно сделать оценку для максимального значения амплитуды излучаемой волны. Из (3) получим:  $4\pi\gamma p_{\max}r_0/\lambda_0\ll 2\pi$ , где  $p_{\max}$  — максимальная амплитуда акустического давления. Подставляя сюда  $r_0 = 4.5$  мм,  $\lambda_0 = 0.6$  мкм, получим  $p_{\max} \ll 0.5$  МПа. В описанных ниже экспериментах это условие выполнялось.

Удобно перевести сдвиг фаз  $\phi'$  в соответствующий ему пространственный сдвиг волнового фронта световой волны X. Поскольку  $(2\pi/\lambda_0) n_0 X = \phi'$ , то

$$X(y, z, t) = \frac{\gamma}{n_0} \int_{-2r_0}^{2r_0} p'(\tilde{x}, y, z, t) d\tilde{x}.$$
 (4)

То же самое можно записать с использованием комплексной амплитуды акустической волны, поскольку именно она рассчитывается при использовании метода интеграла Рэлея:

$$X(y, z, t) = \frac{\gamma}{n_0} Re \left[ e^{-i\omega t} \int_{-2r_0}^{2r_0} P(\tilde{x}, y, z) d\tilde{x} \right].$$
 (5)

Формула (5) описывает отклонение оптического волнового фронта прошедшей волны от плоского фронта в сечении  $x = 2r_0$ . Отметим, что условие малости искривления лучей при прохождении через область распространения акустической волны  $\phi' \ll 2\pi$ может быть записано также и в терминах оценки введённого набега координаты Х. Модельное приближение состоит в том, что отклонения фронта от плоскости не очень велики, а именно, для любой точки  $(2r_0, y, z)$  и для любого момента времени t выполнено  $X(y, z, t) \ll \lambda_0$ . Проверим выполнение данного требования при используемых для моделирования и в эксперименте параметрах. Отклонение можно оценить следующим образом:  $X \approx 2\gamma p_{\rm max} r_0/n_0$ , где  $p_{\max}$  — амплитуда гармонически изменяющегося акустического давления. Если взять для оценки типичные значения используемых в эксперименте параметров  $p_{\rm max}=10^5\,{\rm \Pi}{\rm a},~n_0=1.334,~r_0=3\lambda_0\approx4.5\cdot10^{-3}\,{\rm m},~\gamma=1.32\cdot10^{-10}\,{\rm \Pi}{\rm a}^{-1},$  то оценка максимального набега координаты будет  $\max{(X)} \approx 0.08$  мкм $\ll$  $\lambda_0$ , т.е. сдвиг волнового фронта действительно мал по сравнению с длиной волны.

Для анализа соответствующей теневой картины указанное возмущение фазового фронта полезно интерпретировать либо как возникновение в каждой точке фронта наклона лучей, либо как возникновение некоторой ненулевой кривизны. Углы наклона луча в точке  $(x = 2r_0, y, z)$  относительно осей Оу и Оz равны, соответственно,  $\alpha_u \approx \partial X / \partial y$  и  $\alpha_z \approx \partial X / \partial z$ . При использовании ножа Фуко именно они определяют яркость теневой картины. Так, если кромка ножа ориентирована вдоль оси Оу, то можно заключить, что при должной настройке положения ножа, когда закрыта примерно половина фокального пятна, яркость теневой картины при малых углах отклонения изменяется пропорциональна углу  $\alpha_z$ . Очевидно, что при полном закрытии ножом Фуко невозмущенного оптического пучка интенсивность теневой картины зависит от угла отклонения более сложным образом: при малой амплитуде акустической волны интенсивность света подавлена всё время, а при большой амплитуде возникает эффект диода, когда половину акустического периода проходит весь свет, а вторую половину не проходит ничего.

При отсутствии ножа Фуко яркость теневой картины при одинаковом наклоне всех лучей не изменяется. Неоднородная яркостная картина в этом случае возникает из-за того, что лучи, прошедшие участок неоднородности, имеют разный наклон в разных точках, т.е. начинают по-разному фокусироваться либо дефокусироваться в разных точках. Таким образом, управляющим параметром в этом случае является кривизна поверхности волнового фронта. Её можно охарактеризовать следующим образом:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \approx \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial z^2},\tag{6}$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — главные радиусы кривизны. Пусть x — положение экрана, на который проецируется теневая картина,  $I_0$  — интенсивность света в отсутствие неоднородности. Рассмотрим лучевую трубку, окружающую луч (y, z). Из-за наличия кривизны фронта сечение указанной трубки по мере распространения луча изменяется:  $S(x) = S_0 \left[ 1 - (x - 2r_0) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right]$ , где  $S_0$  — площадь трубки при  $x = 2r_0$ . Считая  $x \gg r_0$  и учитывая закон сохранения энергии  $I \cdot S = I_0 \cdot S_0$ , получим отсюда выражение для относительного изменения интенсивности теневой картины на экране:

$$\frac{I - I_0}{I_0} \approx \frac{x \cdot \left(\frac{\partial^2 X}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial z^2}\right)}{1 - x \cdot \left(\frac{\partial^2 X}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial z^2}\right)}.$$
 (7)

С увеличением расстояния до экрана знаменатель в этом выражении может превысить по модулю единицу, т.е. интенсивность может стать бесконечной или даже отрицательной. Этот нефизичный результат соответствует пересечению лучей, т.е. нарушению используемого лучевого приближения.

# 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Формулы (1), (5) и (7) позволяют проводить расчёт теневой картины, образующейся под действием акустической волны. Для численного моделирования был разработан алгоритм и написана программа на языке MATLAB. Результатом работы программы служит картина распределения интенсивности, моделирующая эксперимент по наблюдению теневой картины акустического поля в шлирен-системе. При вычислении интеграла Рэлея площадь излучателя разбивалась на квадратные площадки со стороной, равной четверти длины волны. Анализ показал, что при таком выборе результаты расчёта поля на оси пучка с высокой точностью совпадают с соответствующим аналитическим решением. Для вычисления интеграла в формуле (5) шаг интегрирования выбирался равным 1/10 длины акустической волны, что обеспечивало достаточную гладкость поверхности X(y, z, t) при всё ещё сравнительно небольшом времени работы программы. Рассчитанные программой максимальные значения набега фронта волны не превышали  $7\cdot 10^{-8}$  м  $\ll$  $\lambda_0$ , где  $\lambda_0$  — длина волны видимого света, лежащая в диапазоне  $(3 \div 7) \cdot 10^{-7}$  м. Этот результат согласуется с оценкой на отклонение лучей, приведённой в предыдущем разделе.

Интенсивность в каждой точке экрана рассчитывалась по формуле (7) с использованием алгоритма, в котором разностная аппроксимация второй производной на равномерной сетке с шагом  $\lambda/10$ , где  $\lambda$  — длина акустической волны, определялась следующим образом:  $\partial^2 X/\partial y^2 = (X_{m+1,n} + X_{m-1,n} - 2X_{m,n})/h^2$ , где h — шаг дискретизации по y и z, а индексы m и n задают координаты соответствующих точек расчётной сетки  $y_m = mh$  и  $z_n = nh$ . Аналогично задаётся разностная аппроксимация для  $\partial^2 X/\partial z^2$ . В выражении (7) координата положения экрана x входит как параметр. Этот факт позволяет теоретически исследовать влияние положения экрана на получаемые теневые картины.

Отметим, что формула (5) даёт зависящую от времени величину сдвига волнового фронта. Однако если рассмотреть режим импульсной подсветки с длительностью оптического импульса много меньшей периода акустической волны, то за время прохождения света по исследуемой области возмущения оптического показателя преломления будут «замороженными», т.е. неподвижными. На рис. 2, а показан пример расчёта мгновенной теневой картины акустического поля, создаваемого в воде поршневым излучателем с частотой 1 МГц и диаметром 9 мм. Отчётливо видны отдельные волновые фронты, идущие с периодичностью 1.5 мм, что соответствует длине акустической волны.

В ходе моделирования при изменении радиуса излучателя  $r_0$  и координаты расположения экрана x (в реальности — фокальная плоскость системы линз, используемая в шлирен-установке) был определен оптимальный диапазон значений x для модельного из-



Рис. 2: *а* — Мгновенная теневая картина, т. е. распределение нормированной интенсивности света в плоскости экрана. *б* — Распределение интенсивности в плоскости экрана при непрерывной подсветке

лучателя, используемого в программе. Было показано, что расстояние от середины исследуемой области до экрана (излучателем с частотой 1 МГц и диаметром 9 мм, среда распространения — вода) должно лежать в диапазоне 0.5 ÷ 0.7 м. При меньших значениях интенсивность «сгущения» и «разрежения» отклонённых лучей не даёт достаточной суммарной интенсивности изображения. При больших значениях отклонённые лучи уже начинают пересекаться, и теневая картина перестаёт напрямую нести информацию о неоднородностях в среде.

Для получения теневой картины при непрерывной оптической подсветке (ситуация, реализованная в описанном ниже эксперименте) указанные мгновенные картины следует усреднить по времени. Обозначим

$$a = x \cdot \frac{\gamma}{n_0} \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \int_{-2r_0}^{2r_0} P\left( \tilde{x}, \ y, \ z \right) d\tilde{x}.$$
 (8)

Тогда относительное изменение интенсивности на экране выражается следующим образом:

$$\frac{I - I_0}{I_0} \approx \frac{Re\left(ae^{-i\omega t}\right)}{1 - Re\left(ae^{-i\omega t}\right)}.$$
(9)

Это выражение следует усреднить по периоду акустической волны  $T=2\pi/\omega$ . Соответствующий интеграл вычисляется аналитически:

$$\left\langle \frac{I-I_0}{I_0} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{1-|a|^2}} - 1,$$
 (10)

где скобки  $\langle ... \rangle$  означают усреднение по времени за период T.

Усреднённая теневая картина для вышеупомянутого источника показана на рис. 2, б. Видно, что в отличие от рис. 2, *a*, периодичность волны не прослеживается, но области повышенной амплитуды отчётливо проявляются в виде светлых областей, т.е. теневая картина даёт представление как об общей локализации поля, так и его неоднородности.

# 5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

При проведении экспериментов по получению теневых картин ультразвуковых полей при непрерывной подсветке использовались круглый плоский (диаметр 50 мм) излучатель и вогнутый (фокусирующий) излучатель в форме сферической чаши с радиусом кривизны 100 мм и диаметром 100 мм.

На рис. 3, а показана теневая картина вблизи поверхности плоского излучателя. Видно, что поперечный размер тени пучка соответствует диаметру источника. Проявляются также неоднородности ближнего поля, характер и размер которых зависит от частоты ультразвука. Отметим качественное соответствие наблюдаемой теневой картины теоретически рассчитанной и показанной на рис. 2, б. На шлиренизображении наблюдаются неоднородности интенсивности в области ближнего поля, которых нет в модели, полученной математическим расчётом и последующим усреднением. Предположительно, этот эффект является следствием неоднородного (т.е. непоршневого) характера колебаний поверхности источника.

Ещё более отчётливо структура ультразвукового пучка видна при использовании фокусирующего излучателя, особенно в фокальной области, где амплитуда волны заметно усиливается по сравнению с амплитудой на источнике. Для демонстрации этой особенности была сделана серия шлирен-изображений при различных частотах излучателя в интервале 930-1180 кГц с шагом 10 кГц. Два изображения из этой серии представлены на рис. 3, б, в. По полученным изображениям при изменении частоты электрического напряжения, подаваемого на излучатель, можно оценить резонансную частоту, фокусное расстояние и ширину фокальной перетяжки — основные характеристики структуры излучаемого акустического поля. Одним из способов оценки упомянутых величин являются вычисления исходя из масштаба кадра и расчёт, основанный на сравнении размера интересующей исследователя области с объектом известного размера, помещённого в кадр



Рис. 3: *а* — Ближнее поле плоского излучателя (его тень видна слева). Длина области наблюдения 40 мм. *б*, *в* — Шлиренизображение фокусированного акустического пучка при частоте излучателя 1100 (резонансная) и 1120 кГц

(в нашем эксперименте использовался металлический стержень известного диаметра).

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы была собрана и отлажена шлиренсистема для исследования полей ультразвуковых излучателей в жидкости. С помощью этой экспериментальной установки были получены изображения ультразвуковых полей в воде для плоского поршневого и фокусирующего излучателей при непрерывной подсветке. Также была создана теоретическая модель процесса формирования шлирен-изображения для плоского поршневого излучателя в жидкости в виде компьютерной программы в среде MATLAB и рассчитаны теневые картины в режимах импульсной и непрерывной подсветки. Последние находятся в хорошем согласии с изображениями, полученными экспериментально. Таким образом, разработанная модель правильно описывает особенности формирования изображения. Из экспериментально полученных картин можно оценить такие количественные характеристики излучателя, как резонансная частота, фокусное расстояние и ширина фокальной перетяжки.

#### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-02-00139).

- [1] Бигус Г.А., Даниев Ю.Ф., Быстрова Н.А., Галкин Д.И. Диагностика технических устройств. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014.
- [2] Kremkau F. W., Gooding G.A. W. Diagnostic ultrasound: principles and instruments. Philadelphia: WB Saunders, 1998.
- [3] Szabo T.L. Diagnostic ultrasound imaging: inside out, 2nd edition. Oxford: Academic Press, 2013.
- [4] Осипов Л. В.. Ультразвуковые диагностические приборы. Практическое руководство для пользователей. М.: Видар, 1999.
- [5] Бэйли М.Р., Хохлова В.А., Сапожников О.А., Каргл С.Г., Крам Л.А. // Акуст. журн. 2003. 49, № 4. С. 437.
- [6] Ультразвук в медицине. Физические основы применения Под ред. К. Хилла, Дж. Бэмбера, Г. тер Хаар. Пер с англ. Москва: Физматлит, 2008.
- [7] Гаврилов Л. Р. Фокусированный ультразвук высокой интенсивности. М.: Фазис, 2013.
- [8] Сапожников О.А., Пищальников Ю.А., Морозов А.В. // Акуст. ж. 2003. **49**, №3. С. 416.
- [9] Sapozhnikov O.A., Tsysar S.A., Khokhlova V.A., Kreider W. // J. Acoust. Soc. Am. 2015. 138, N 3. P. 1515.
- [10] Васильев Л.А. Теневые методы. М.: Наука, 1968.
- [11] Rienitz J. // Nature. 1975. 254, N 5498. P. 293.
- [12] Foucault L. // Annales de l'Observatoire impèriale de

Paris. 1859. **5**. P. 197.

- [13] Toepler A. // Pogg. Ann. Phys. Chem. 1865. 125. P. 469.
- [14] Krehl P., Engemann S. // Shock Waves. 1995. 5, N 1-2.
   P. 1.
- [15] Mach E. // Pogg. Ann. Phys. Chem. 1876. 159, P. 330.
- [16] Schardin H. // VDI Forschungsheft. 1934. **367**, N. 5. P. 1.
- [17] Schardin H. Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften. Berlin, Heidelberg: Springer, 1942, P. 303.
- [18] Settles G. S. Schlieren and shadowgraph techniques: Visualizing phenomena in transparent media. Berlin: Springer-Verlag, 2001.
- [19] Yamamoto S., Yoshiyuki T., Masaharu K. // Experiments in Fluids. 2015. 56, N 5, P. 93.
- [20] Iodice M., Frier W., Wilcox J., Long B., Georgiou O. // arXiv preprint arXiv:1810.00258. 2018.
- [21] Verso L., Liberzon A. // Review of Scientific Instruments. 2015. 86, N. 10. P. 103705.
- [22] Singh B., Rajendran L.K., Vlachos P.P., Bane S. P. // Physical. Rev. Fluids. 2020. 5, N. 1. P. 014501.
- [23] Murthy P.A., Jochim S. Direct imaging of the order parameter of an atomic superfluid using matterwave optics. // arXiv preprint arXiv:1911.10824. 2019.
- [24] Traldi E., Boselli M., Simoncelli E., Stancampiano A., Gherardi M., Colombo V., Settles G.S. // EPJ Techniques

УЗФФ 2020

#### 2050802 - 7

and Instrumentation. 2018. 5, N. 1. P. 4.

- [25] Bachmann A. M., Martyanov M., Moody J., Pukhov A., Muggli P. // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2018. 909, P. 387.
- [26] Gojani A.B., Obayashi S. // Applied Optics. 2012. 51, N 31. P. 7554.
- [27] Azuma T., Tomozawa A., Umemura S. I. // Japanese J. of Appl. Phys. 2002. 41, Part 1, N. 5B. P. 3308.
- [28] Harigane S., Miyasaka R., Yoshizawa S., Umemura S.I. // Japanese J. of Appl. Phys. 2013. 52. P. 07HF07.
- [29] Смагин М.А. Измерение полей ультразвуковых медицинских преобразователей методами акустической го-

лографии и оптической визуализации. Дисс. к.ф.-м.н. Физический факультет МГУ, 2007.

- [30] Сапожников О.А., Смагин М.А. // Акуст. ж. 2015. 61, № 2. С. 199.
- [31] Bouwkamp C. J. // Rep. Prog. Phys. 1954. 17. P. 35.
- [32] Катиньоль Д., Сапожников О.А. // Акуст.ж. 1999. 45, № 6. С. 816.
- [33] Raman C. V., Venkataraman K. S. // Proc. R. Soc. London. Ser. A. 1939. 171. P. 137.
- [34] Bacon D. R. // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect. and Freq. Control. 1988. 35. P. 152.

# Schlieren setup for studying the structure of ultrasound fields in liquids

A. I. Tsekhanovich<sup>a</sup>, S. A. Petrosyan, S. A. Tsysar, O. A. Sapozhnikov

<sup>1</sup>Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia E-mail: <sup>a</sup>tcekhanovich.ai17@physics.msu.ru

The schlieren system developed at the Laboratory for industrial and medical ultrasound of Moscow State University for studying the structure of ultrasound fields is described. The results of computer simulation of the process of passing a light beam through the region of spatio-temporal inhomogeneities of the optical refractive index caused by ultrasound are considered. Experimentally obtained shadow patterns are presented under continuous illumination with white light, which are in good agreement with the simulation results.

PACS: 43.35.Sx.

*Keywords*: schlieren imaging, ultrasound, acousto-optic effect, optical visualization. *Received 10 October 2020.* 

#### Сведения об авторах

- 1. Цеханович Анна Илларионовна студентка; тел. (495) 939-29-52, e-mail: tcekhanovich.ail7@physics.msu.ru.
- 2. Петросян Сурен Арутюнович аспирант; тел. (495) 939-29-52, e-mail: sa.petrosjan@physics.msu.ru
- 3. Цысарь Сергей Алексеевич канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-29-52, e-mail: sergey@acs366.phys.msu.ru
- 4. Сапожников Олег Анатольевич доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939-29-52, e-mail: oleg@acs366.phys.msu.ru