

**Массовые характеристики изотопов элементов 107–110**Е. В. Владимирова<sup>1</sup>, Б. С. Ишханов<sup>1,2</sup>, М. В. Симонов<sup>1</sup>, Т. Ю. Третьякова<sup>2\*</sup><sup>1</sup> *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра общей ядерной физики Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*<sup>2</sup> *Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова**Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*

(Статья поступила 22.06.2020; подписана в печать 08.07.2020)

С помощью метода локальных массовых соотношений на основе оценки протон-нейтронных корреляций и энергий отделения двух нуклонов рассчитаны значения удельной энергии связи и энергии  $\alpha$ -распада для изотопов 107–110 элементов с количеством нейтронов 152–161.

PACS: 21.10.Dr, 21.30.Fe, 29.87.+g

УДК: 539.143.22

Ключевые слова: масса атомного ядра, сверхтяжелые элементы, локальные массовые соотношения,  $\alpha$ -распад.**ВВЕДЕНИЕ**

В области синтеза элементов тяжелее урана достигнута большие успехи. Облучение стабильных и нестабильных изотопов в ядерных реакторах и на ускорителях заряженных ионов позволило получить в лабораторных условиях элементы с зарядом  $Z$  вплоть до 118 [1]. В настоящее время ведутся попытки получить 119-й и 120-й элементы [2, 3].

Среди трансурановых элементов принято выделять сверхтяжелые элементы (super heavy elements, SHE) — элементы, атомный номер которых больше 100. Расчеты по жидкокапельной модели ядра предсказывают исчезновение барьера деления для ядер с  $Z^2/A \approx 41$  (примерно 104 элемент) [4, 5]. Однако, как оказалось, оболочечная структура оказывает стабилизирующий эффект. Изучение SHE интересно в силу ряда причин. Они находятся на краю карты изотопов рядом с предсказываемым «островом стабильности», где время жизни нуклидов может достигать сотен тысяч лет [6]. Во внутреннем строении многонуклонных систем с  $A \gtrsim 300$  могут быть обнаружены новые феномены — кластерные и пузырьковые структуры [7]. Важность изучения физических и химических свойств SHE приводит к необходимости синтеза максимально возможного числа изотопов каждого нового элемента.

Одна из базовых характеристик ядра — его масса, или энергия связи. В области SHE массы известны лишь для 26 из 151 известного изотопа. Это связано с тем, что малое время жизни изотопов не позволяет произвести масс-спектрометрические измерения. Расчет энергии основного состояния многонуклонной системы оказывается весьма трудоемким в квантовомеханическом подходе, поэтому разрабатываются более простые с точки зрения вычислений методы, которые обладают хорошей точностью [8]. Один из таких методов — метод локальных массовых соотношений

(ЛМС). В основе метода лежит идея о непрерывности массовой поверхности. Как следствие, ее локальное поведение можно использовать для предсказания масс неизвестных изотопов.

В наших предыдущих работах [9, 10] для расчета масс изотопов  $Z = 101 - 106$  и  $N = 140 - 157$  были использованы соотношения на основе формулы для оценки остаточного нейтрон-протонного взаимодействия. Методика показала высокую устойчивость и хорошую предсказательную способность в области SHE. Однако структура используемого соотношения в сочетании с имеющимися экспериментальными данными не позволяют использовать данный метод для изотопов  $Z > 106$ . В настоящей работе предлагается дальнейшее развитие метода ЛМС применительно к расчету массовых характеристик для сверхтяжелых элементов  $Z = 107 - 110$ .

**1. МЕТОДИКА РАСЧЕТА**

Локальное массовое соотношение — это алгебраическое, обычно линейное, соотношение, включающее массы или энергии связи  $B(N, Z)$  группы ядер, близко расположенных к друг другу на карте изотопов. Метод ЛМС состоит в использовании соотношений, которые плавно зависят от массового числа  $A$ , числа нейтронов  $N$  и числа протонов  $Z$ . Такие соотношения можно с хорошей точностью аппроксимировать гладкими функциями и на основе полученных аппроксимаций предсказывать неизвестные массы изотопов. Массовая поверхность может быть разделена на 4 листа по четности  $Z$  и  $N$ . Листы массовой поверхности  $M(N, Z)$  непрерывны, поэтому использование таких соотношений оправдано.

Впервые метод ЛМС использовался в работе Гарви-Келсона [11]. Формулы Гарви-Келсона базируются на модели независимых частиц, находящихся в самосогласованном поле, и сконструированы так, чтобы сумма проекций изоспинов ядер, включенных в формулу, была равна 0. Предполагается, что одночастич-

\*E-mail: [trtyakova@sinp.msu.ru](mailto:trtyakova@sinp.msu.ru)

ные энергии нуклонов медленно меняются с ростом  $A$ . Соотношения объединяют 6 ядер, позволяя получить из 5 экспериментальных значений оценку массы для еще одного ядра. Предсказательная способность соотношений Гарви–Келсона достаточно велика: стандартное отклонение оценок массы от экспериментальных значений составляет  $0.16 - 0.27 \text{ МэВ}/c^2$  для данных 1964 г. [12]. Однако с ростом числа синтезированных радиоактивных изотопов вдали от линии стабильности точность предсказаний соотношений Гарви–Келсона существенно снизилась. Дополнительную сложность в применении этих соотношений создают относительно большое число используемых изотопов и их удаленность друг от друга на карте изотопов.

В дальнейшем наиболее успешное применение ЛМС связано с оценкой остаточного протон-нейтронного взаимодействия  $\Delta_{np}$ , включающую энергии связи 4 соседних ядер [13, 14]:

$$\begin{aligned} \Delta_{np}(N, Z) &= S_{np}(N, Z) - \\ &- [S_p(N - 1, Z) + S_n(N, Z - 1)] = \\ &= B(N, Z) + B(N - 1, Z - 1) - \\ &- B(N, Z - 1) - B(N - 1, Z), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $S_{np}$  — энергия отделения пары нейтрон–протон,  $S_p$  и  $S_n$  — энергии отделения протона и нейтрона. Сравнение предсказаний различных подходов и моделей на основе компиляции экспериментальных данных АМЕ2003 [15] по 2135 изотопам показало, что наименьшее среднеквадратичное отклонение модельных значений от экспериментальных данных менее 0.4 МэВ соответствует именно данной методике [16], в то время как для расчетов в микроскопических и/или макроскопических подходах это отклонение составляет от 0.7 до 0.9 МэВ [8]. Более детально использование соотношения (1) на основе систематики АМЕ2003 в области SHE для  $102 < Z < 106$  было рассмотрено в работе [17].

С тех пор были получены новые экспериментальные данные о массах атомных ядер, и в наших работах [9, 10] предсказания неизвестных масс изотопов с  $Z = 101 - 106$  и  $N = 140 - 156$  на основе соотношения (1) были выполнены с использованием данных АМЕ2016 [18]. Для остаточного взаимодействия  $\Delta_{np}$  (1) в области SHE была получена аппроксимация:

$$\Delta_{np}^{approx}(A) = C_1 + C_2 A^{-1}, \quad (2)$$

где параметры  $C_1 = -0.03 \pm 0.08 \text{ кэВ}$  и  $C_2 = 107 \pm 17 \text{ кэВ}$  для ядер с четным  $A$  и  $C_1 = 0.116 \pm 0.005 \text{ кэВ}$  и  $C_2 = 0$  (фиксировано) для нечетных  $A$ . Предсказания неизвестных энергий связи были сделаны на основе 3 известных энергий и аппроксимации  $\Delta_{np}^{approx}$  (2):

$$\begin{aligned} B(N, Z) &= B(N, Z - 1) + B(N - 1, Z) - \\ &- B(N - 1, Z - 1) + \Delta_{np}^{approx}(A) \end{aligned} \quad (3)$$

Отметим, что формула (3) может быть записана для любого из 4-х ядер в формуле (1), следовательно, имеется 4 вариации формулы (3).

Таким образом, используя массив экспериментальных значений, шаг за шагом можно получить оценки энергии связи. Описанная выше процедура позволяет достичь ядра  ${}^{263}_{106}\text{Sg}_{157}$ . Для предсказания энергии связи для элементов с  $Z > 106$  необходимо использовать другие массовые соотношения, включающие в себя малое число ядер и чье поведение может быть описано гладкой функцией. Этим критериям соответствуют энергии отделения двух протонов  $S_{pp}$  и двух нейтронов  $S_{nn}$ :

$$\begin{aligned} S_{pp}(N, Z) &= B(N, Z) - B(N, Z - 2) \\ S_{nn}(N, Z) &= B(N, Z) - B(N - 2, Z) \end{aligned} \quad (4)$$

Эти величины в цепочках изотопов ( $S_{pp}(Z)$ ) (рис. 1,а) и изотопов ( $S_{nn}(N)$ ) (рис. 1,б) могут быть аппроксимированы линейной функцией

$$\begin{aligned} S_{pp}(Z) &= a \cdot Z + b \\ S_{nn}(N) &= a \cdot N + b \end{aligned} \quad (5)$$

Параметры линейных аппроксимаций зависимостей  $S_{pp}(Z)$  при  $N = 154$  и  $S_{nn}(N)$  при  $Z = 100$  приведены в табл. 1. На их основе были получены 8 значений энергий связи за пределами области  $Z \leq 106$   $N \leq 157$ : для ядер с  $Z = 107 - 110$  при  $N = 154$  и  $N = 158 - 161$  при  $Z = 100$ .

Далее для расчета энергий связи остальных ядер с  $Z = 107 - 110$  используется соотношение  $\Delta_{np}$  по формуле (3). К недостаткам данной методики следует отнести тот факт, что линии изотопов и изотонов уводят от диагонали известных ядер, где есть небольшое число экспериментальных значений масс для 108 и 110 элементов, а тенденции поведения массовой поверхности на выбранных изолиниях могут отличаться от тенденций на диагонали. Большое количество шагов (до 15), требующееся для достижения изотопов за ядром  ${}^{263}_{106}\text{Sg}_{157}$ , ухудшает качество предсказаний.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ

### 2.1. Удельная энергия связи

На рис. 2 представлены результаты расчетов удельной энергии связи  $\varepsilon(N, Z) = \frac{B(N, Z)}{A}$  для изотопов  $Z = 107 - 110$  в сравнении с оценками АМЕ2016 [18] и расчетами в модели жидкой капли FRDM [19]. Полученные результаты для энергий связи находятся в хорошем соответствии в микро–макроскопической модели FRDM. Все расчеты показывают значительное изменение удельной энергии связи в зависимости от  $Z$  при несущественном влиянии числа нейтронов. Однако, если для  $Z = 110$  с ростом числа нейтронов происходит явный рост  $\varepsilon$ , то с уменьшением числа протонов до  $Z = 107$  кривая становится более полой.

Погрешность результатов включает в себя несколько факторов: ошибку экспериментальных данных, по-

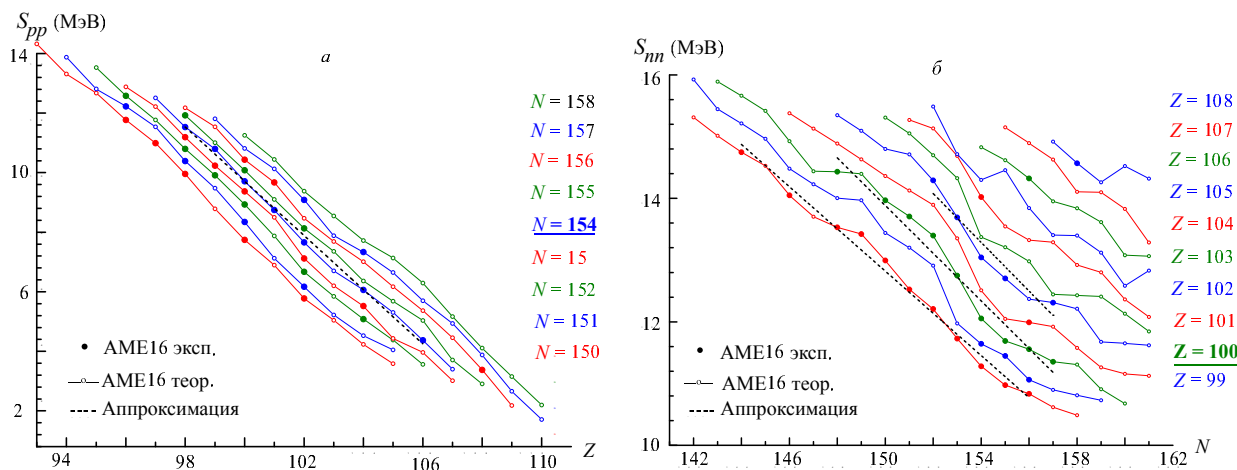


Рис. 1: Энергии отделения *a* — двух протонов  $S_{pp}(Z)$  в изотопах и *b* — двух нейтронов  $S_{nn}(N)$  в изотопах. Пунктиром показаны линейные аппроксимации зависимостей  $S_{pp}(Z)$  при  $N = 154$  и  $S_{nn}(N)$  при  $Z = 100$

Таблица 1: Параметры *a* и *b* аппроксимаций  $S_{pp}(Z)$  при  $N = 154$  и  $S_{nn}(N)$  при  $Z = 100$ , а также среднеквадратичное отклонение данных от аппроксимаций

Соотношение	<i>a</i> , МэВ	<i>b</i> , МэВ	срkv. откл., МэВ
$S_{pp}$	$-0.910 \pm 0.021$	$100.7 \pm 2.1$	0.12
$S_{nn}$	$-0.39 \pm 0.03$	$72 \pm 4$	0.20

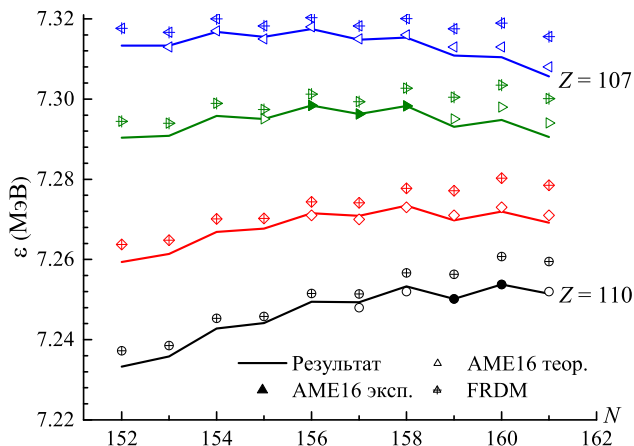


Рис. 2: Удельная энергия связи для изотопов  $Z = 107..110$  в сравнении с оценками АМЕ2016 [18] и расчетами FRDM [19]. Закрашенные символы соответствуют нуклидам с известными экспериментальными массами. Данные для  $Z = 107$  обозначены синим и стрелками влево, для  $Z = 108$  — зеленым и стрелками справа, для  $Z = 109$  — красными линиями и ромбами, для  $Z = 110$  — черными линиями и кружками

грешность при определении опорных значений в линиях изотопов  $N = 154$  и изотопов  $Z = 100$ , а также погрешность при определении коэффициентов полученных аппроксимаций. Также следует учесть нарастание

погрешности при увеличении количества шагов с использованием формулы (3). Таким образом, погрешность удельной энергии связи, получаемых на первом шаге составляет  $\sim 0.8$  кэВ, на 10-м шаге  $\sim 12$  кэВ, на максимальном 15-м шаге  $\sim 17$  кэВ. Следует отметить, что для большого количества ядер оценка энергии связи может быть получена различными способами, учитывая вариации формулы (3). Усреднение оценок позволяет повысить точность предсказаний.

### 2.2. Энергия $\alpha$ -распада

Характеристики  $\alpha$ -распада чрезвычайно важны для области SHE:  $\alpha$ -распад является одной из основных мод распада в данной области. Многие ядра испытывают от 2 до 7 последовательных распадов по  $\alpha$ -каналу, и регистрация таких цепочек распадов свидетельствует об успешном синтезе того или иного сверхтяжелого нуклида [20, 21]. Энергия  $\alpha$ -распада определяется с использованием расчетных энергий связи и для начального, и для конечного ядер:

$$Q_\alpha(N, Z) = B(N - 2, Z - 2) + B(2, 2) - B(N, Z) \quad (6)$$

Расчеты энергии  $\alpha$ -распада для ядер с  $Z = 107 - 110$  приведены на рис. 3. Погрешность оценок оказывается выше, чем для удельной энергии связи, поскольку при расчете энергии  $\alpha$ -распада используются значения полной энергии связи  $B(N, Z)$ . Сравнение с эксперимен-

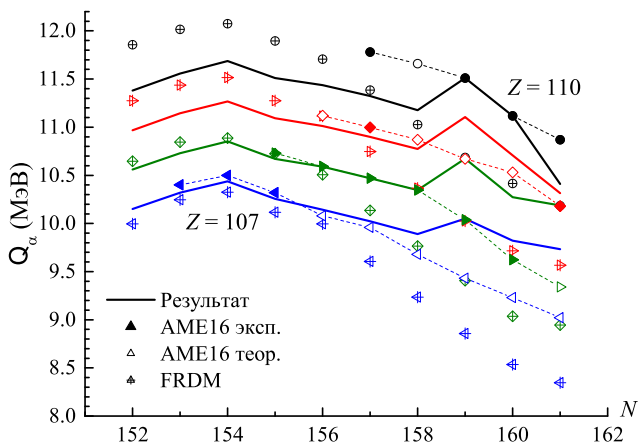


Рис. 3: Энергия  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$  для изотопов  $Z = 107 - 110$  в сравнении с оценками АМЕ2016 [18] и расчетами FRDM [19]. Закрашенные символы соответствуют нуклидам с известными экспериментальными значениями  $Q_\alpha$ . Обозначения см. рис. 2

тальными данными (закрашенные маркеры) показывает, что наши предсказания не везде верно отражают тенденции изменения энергии  $\alpha$ -распада. Наблюдается небольшой пик при  $N = 159$ , не вполне соответствующий экспериментальным точкам: на линиях 110 и 107 элементов отличия от экспериментальных точек достигают 0.5–0.8 МэВ. Он, по-видимому, обусловлен тем, что экстраполируемые значения энергии связи с линии  $S_{pp}(Z)$  при  $N = 154$ , линии  $S_{nn}(N)$  при  $Z = 100$  и экспериментальные значения энергии связи для ядер с  $Z = 108$  и 110 вступают в противоречие, что ограничивает использование данной методики для расчета энергии  $\alpha$ -распада.

При этом следует отметить качественное согласие наших предсказаний и оценок модели FRDM в области  $N = 154$ , характеризующихся наличием локального максимума в энергии  $\alpha$ -распада, однако данных АМЕ16 на данный момент недостаточно для подтверждения или опровержения этой тенденции.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что соотношения для энергии отщепления двух протонов и нейтронов в сочетании с соотношением для остаточного протон-нейтронного взаимодействия могут применяться для получения оценок энергии связи и энергии  $\alpha$ -распада в области сверхтяжелых элементов для  $Z > 106, N > 157$ .

Положительной стороной метода локальных массовых соотношений является простота вычислений при высокой точности в тех областях  $NZ$ -диаграммы, где имеется небольшой недостаток эмпирических данных. Особенность метода — быстрое увеличение погрешности предсказаний с ростом количества итераций. Для повышения точности прогнозов можно использовать сразу несколько массовых соотношений, в том числе те, которые включают непосредственно энергии  $\alpha$ -распада.

### Благодарности

Авторы выражают благодарность Д. Е. Ланскому за полезные обсуждения. Исследования М. В. Симонова выполнены при финансовой поддержке Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

[1] Оганесян Ю.Ц., Дмитриев С.Н. // Успехи химии. 2009. **78**. С. 1165. (Oganessian Yu.Ts., Dmitriev S.N. // Russ. Chem. Rev. 2009. **78**. P. 1077.)

[2] Oganessian Yu. Ts., Sobczewski A., Ter-Akopian G. M. // Phys. Scr. 2017. **92**. 023003.

[3] Hofmann S. et al. // Jour. of Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2015. **42**. N 11. 114001.

[4] Bohr N., Wheeler J.A. // Phys. Rev. 1939. **56**. P. 426.

[5] Frenkel J. // Phys. Rev. 1939. **55**. P. 987.

[6] Nilsson S. G., Tsang C. F., Sobczewski A. et al // Nucl. Phys. A. 1969. **131**. P. 1.

[7] Guilian S.A., Matheson Z., Nazarewicz W. et al. // Rev. Mod. Phys. 2019. **91**. 011001.

[8] Lunney D., Pearson J.M., Thibault C. // Rev. Mod. Phys. 2003. **75**, N3. P. 1021.

[9] Владимирова Е. В., Ишханов Б. С., Симонов М. В. и др. // Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. 2019. № 2. 1920103.

[10] Владимирова Е. В., Ишханов Б. С., Симонов М. В. и др. // Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. 2019. № 3. 1930409.

[11] Kelson I., Garvey G. T. // Phys. Rev. Lett. 1966. **16**, N5. P. 197.

[12] Garvey G. T., Gerace W.J., Jaffe R. L. et al. // Rev. Mod. Phys. 1969. **41**, N4. S1.

[13] Kravtsov V.A. // Sov. Phys. JETP. 1959. **36**, N9. P. 871.

[14] Jänecke J., Berens H. // Phys. Rev. C. 1974. **9**. P. 1276.

[15] Audi G., Wapstra A.H., Thibault C. // Nucl. Phys. A. 2003. **729**. P. 337.

[16] Jänecke J., Masson P.J. // At. Data and Nucl. Data Tabl. 1988. **39**. P. 265.

[17] Jiang H., Fu G.J., Sun B. et al. // Phys. Rev. C. 2012. **85**. 054303.

[18] Huang W.J., Audi G., Wang M. et al. // Chin. Phys. C. 2017. **41**, N3. 030002.

[19] Möller P., Sierk A.J., Ichikawa T. et al. // At. Data and Nucl. Data Tabl. 2016. **109–110**. P. 1.

[20] Oganessian Yu. Ts., Utyonkov V.K. // Rep. Prog. Phys. 2015. **78**. 036301.

[21] Ишханов Б. С., Третьякова Т. Ю. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2017. **3**. С. 3.

**Mass characteristics evaluation for 107 – 110 elements****E. V. Vladimirova<sup>1</sup>, B. S. Ishkhanov<sup>1,2</sup>, M. V. Simonov<sup>1</sup>, T. Yu. Tretyakova<sup>2,a</sup>**<sup>1</sup>*Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia*<sup>2</sup>*Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia**E-mail: <sup>a</sup>tretyakova@sinp.msu.ru*

The binding energy per nucleon of atomic nuclei for 107–110 elements is determined using the mass relations for np-correlations and separation energy of two nucleons. The estimations of alpha-decay energies are gained based on the obtained data.

PACS: 21.10.Dr, 21.30.Fe, 29.87.+g.

*Keywords:* the mass of a nucleus, superheavy elements, local mass relations,  $\alpha$ -decay.*Received 22 June 2020.***Сведения об авторах**

1. Владимирова Елена Витальевна — аспирант; e-mail: vladimirova.elena@physics.msu.ru.
  2. Ишханов Борис Саркисович — доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой; тел.: (495) 939-50-95, e-mail: bsi@depni.sinp.msu.ru.
  3. Симонов Макар Валерьевич — студент; e-mail: simonov.mv16@physics.msu.ru.
  4. Третьякова Татьяна Юрьевна — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-5636, e-mail: tretyakova@sinp.msu.ru.
-