

Радиационные силы и акустические течения в жидком слое на упругой подложке

В. А. Гусев^{1,2*}

¹Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

²Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН
Россия, 123242, Москва, Б. Грузинская ул., д. 10, стр. 1
(Статья поступила 15.11.2019; подписана в печать 09.01.2020)

Исследованы особенности формирования и структуры полей радиационных сил в жидком слое, создаваемых поверхностной акустической волной на границе жидкой и упругой сред. Проанализированы механизмы возникновения радиационных сил и их воздействие на среду и взвешенные в ней частицы. Показано, что в зависимости от размеров частиц и соотношения плотностей определяющими будут различные механизмы: для крупных частиц это изменение импульса поля при его рассеянии, для малых — акустические течения. Рассчитаны акустические потоки в жидком слое на упругой подложке и обсуждаются особенности структурирования ансамблей взвешенных частиц в таких потоках.

PACS: 43.25.Nm, 43.35.+d, 64.70.dg, 68.60.Bs

УДК: 534.222.

Ключевые слова: поверхностная волна, радиационное давление, акустические течения, наночастицы.

ВВЕДЕНИЕ

Наблюдается рост числа публикаций по акустическому воздействию на капли микронных размеров и возбуждаемым в них течениям. Разрабатываются устройства, реализующие перемещение капель поверхностными акустическими волнами (ПАВ). Одной из задач является воздействие на содержимое капли, в частности, его перемешивание течениями, индуцируемыми ПАВ. Используется воздействие ПАВ на каплю и для ее дробления — «микроатомизации» за счет генерации капиллярных волн. Важное применение — формирование на подложке структур заданной морфологии при высыхании в поле волны пленки жидкости, содержащей взвешенные частицы. Сегодня широко используются технологии формирования структур за счет самосборки наночастиц в процессе испарения раствора. Акустическое воздействие не только создает новый механизм упорядочения, но и позволяет управлять параметрами формируемой структуры. Большинство работ по данной проблеме — экспериментальные. Это связано с потребностями технологий. Теоретический анализ поможет в понимании физики процессов, а также в оптимизации параметров системы и акустического воздействия.

Ниже рассмотрена следующая система, моделирующая эксперимент [1]. На твердую подложку помещен слой жидкости толщиной h . Бегущими вдоль поверхности раздела встречными ПАВ формируется стоячая волна, проникающая как в твердое полупространство, так и в жидкий слой. Поле в жидкости воздействует на взвешенные в ней частицы, формируя периодическую структуру.

Формирование устойчивых структур в акустическом поле возможно за счет возникновения отличной от нуля усредненной силы радиационного давления. Механизмы ее возникновения различны. При этом оказывается, что в зависимости от размеров частиц и соотношения плотностей определяющими будут различные механизмы. На частицы относительно крупных размеров действует радиационная сила, связанная с рассеянием акустического поля на частице и различием импульсов перед и за частицей. Усреднение приводит к появлению ненулевой силы, причем нелинейные параметры среды в первом приближении здесь несущественны и не входят в расчеты. Поэтому эту радиационную силу можно условно назвать «линейной». Крупные частицы сложнее увлекаются акустическими потоками и для них преобладающим является «линейный» механизм. Необходимо отметить, что именно этот «линейный» механизм преимущественно и подразумевают, когда говорят о радиационном давлении. Напротив, для частиц малого размера (наночастиц) этот механизм оказывается неэффективным, поскольку рассеянное поле пропорционально четвертой степени волнового размера частицы. Соответственно для малых (нано-) частиц этим механизмом возникновения радиационной силы можно пренебречь по сравнению с другим механизмом. Наночастицы будут захватываться акустическими потоками, появление которых обусловлено нелинейностью уравнений гидродинамики. Такой механизм можно назвать «нелинейным», поскольку он определяется, в первую очередь, нелинейными параметрами среды. Далее в работе рассчитываются радиационные силы и акустические потоки, обусловленные именно нелинейностью уравнений гидродинамики.

*E-mail: vgusev@bk.ru

1. АКУСТИЧЕСКИЕ ПОЛЯ В ЖИДКОМ СЛОЕ И ПОДЛОЖКЕ

Акустические поля в жидком слое и подложке будем описывать волновыми уравнениями, а для гармонических волн — уравнениями Гельмгольца для скалярного потенциала φ в жидкости и скалярного Φ и векторного потенциалов Ψ в упругом полупространстве. Ограниченные решения этих уравнений в виде плоских волн, бегущих вдоль горизонтальной оси x и убывающих с координатой z , имеют вид:

$$\begin{aligned} \phi &= (C_1 e^{irz} + C_2 e^{-irz}) \exp(-i\omega t + ikx), \\ \begin{pmatrix} \Phi \\ \Psi \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A \exp(-qz) \\ B \exp(-sz) \end{pmatrix} \exp(-i\omega t + ikx). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $r = \sqrt{k_0^2 - k^2}$ — вертикальное волновое число в жидком слое, $q = \sqrt{k^2 - k_t^2}$, $s = \sqrt{k^2 - k_s^2}$ — масштабы убывания продольной и поперечной компонент поля вглубь подложки, а также учтено, что для двумерной задачи отлична от нуля только одна компонента векторного потенциала. Связи между амплитудами волн и волновое число k должны быть найдены из характеристической системы и дисперсионного уравнения, отвечающих граничным условиям задачи: на границе раздела равны нормальные и касательные напряжения и вертикальные смещения, на свободной поверхности равно нулю акустическое давление. Дисперсионное уравнение для волнового числа k имеет вид:

$$4k^2qs - (k^2 + s^2)^2 = \frac{\rho_0}{\rho} qk_t^4 \left\{ \begin{array}{l} r^{-1} \operatorname{tg}(rh), \\ r_*^{-1} \operatorname{th}(r_*h). \end{array} \right. \quad (2)$$

1.1. Учет поверхностного натяжения и диссипации

При учете поверхностного натяжения давление на свободной поверхности определяется формулой Лапласа. Итоговое дисперсионное выражение имеет вид (2) с заменой высоты слоя h на эффективную высоту $h_{\text{эфф}}$: $h_{\text{эфф}} = h - \frac{1}{r} \arctg \Sigma$, $\Sigma = \sigma k^2 r / \rho_0 \omega^2$. Влияние диссипации может быть проведено аналогичным образом (см. [2], а также доклад [3]).

1.2. Поле стоячей волны в жидком слое

Находя из дисперсионного уравнения скорость поверхностной волны и подставляя в граничные условия, можно найти связь между амплитудами. Излучая навстречу друг другу две гармонические волны одной частоты, можно сформировать стоячую волну, потенциал которой описывается выражением:

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 = -i\omega A \frac{2q}{r} \frac{k_t^2}{k^2 + s^2} \frac{\sin r(z+h)}{\cos rh} \cos kx e^{-i\omega t}.$$

Отсюда можно найти компоненты колебательной скорости и акустическое давление.

2. РАДИАЦИОННОЕ ДАВЛЕНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ И ПОТОКИ ЖИДКОСТИ

В предыдущем разделе рассчитаны характеристики поля в жидком слое, изменяющиеся во времени по гармоническому закону. Средние значения от них равны нулю. Поэтому усредненная по периоду акустических колебаний сила, действующая на элемент объема жидкости и на взвешенные в жидкости частицы, также должна быть равной нулю. Формирования структур в этом приближении происходить не должно. Ненулевые средние значения и сила, приводящая к структурированию ансамбля частиц, появятся при учете квадратично нелинейных членов в исходных уравнениях гидродинамики.

2.1. Характер движения частиц малого размера в жидкости

Радиационное давление звука описано во многих обзорах (см., например, [4]). Давление, действующее со стороны акустического поля произвольной конфигурации на взвешенную частицу, рассчитано в работе [5]. Причиной появления радиационной силы [5] является реакция частицы на рассеяние падающей волны. Однако для частиц малого размера такой механизм не является основным. Как известно, доля рассеянной частицей волновой энергии пропорциональна $(kR)^4$, где R — радиус частицы. Для частиц полистирола с радиусом 100 нм, облучаемых волной на частоте 15 МГц [1], этот параметр имеет порядок 10^{-9} . Поэтому преобладающим оказывается следующий механизм: частицы, ввиду их малого размера, могут полностью увлекаться акустическим течением в жидкости и перемещаться вместе с ней.

Рассмотрим частицу малого размера в колеблющейся жидкости. Уравнение движения имеет вид (см., например, [6]):

$$m \frac{d^2}{dt^2} (X_S - \xi) = -m' \frac{d^2 \xi}{dt^2} + F_{\text{diss}} + F.$$

Здесь X_S — смещение частицы, ξ — акустическое смещение жидкости в месте нахождения частицы, F_{diss} — диссипативная сила, связанная с обтеканием частицы, F — радиационная сила. В отсутствие радиационной силы решение имеет следующую структуру

$$v - u = (v_0 - u_0) e^{-t/t_0} - \gamma e^{-t/t_0} \int du/dt e^{t'/t_0} dt',$$

где v_0 и u_0 — начальные амплитуды скорости частицы и жидкости, γ — комбинация параметров среды, определяющая вынужденное движение частицы, t_0 — характерное время затухания. Собственное движение частицы затухает. При гармоническом законе изменения скорости жидкости $\gamma = i\omega_0 t_0 u_0 m' / (1 - i\omega_0 t_0)$. При $\omega_0 t_0 \ll 1$ $\gamma \approx i\omega_0 t_0 u_0 m'$ — малая поправка к скорости движения частицы относительно жидкости, при

$\omega_0 t_0 \gg 1$ $\gamma \approx iu_0 m'$ и движение определяется только внешним акустическим воздействием и не зависит от характеристик среды.

Приведем оценки времени затухания. Для частиц полистирола оно оказывается $\sim 10^{-8} - 10^{-9}$ с, что соответствует частотам порядка 100 МГц. Значит, при воздействии акустических полей с частотами порядка десятков МГц и ниже можно пренебречь собственным движением частиц малого размера и считать, что частицы полностью увлекаются жидкостью. При воздействии высокочастотных акустических полей (порядка сотен МГц) собственные движения могут оказать влияние на поведение частиц. Однако, радиационное давление, связанное с рассеянными частицами малого размера полем, в любом случае оказывается поправкой к радиационному давлению на жидкость.

$$V = \frac{\rho_0 U_0^2}{8} \left[\frac{(\varepsilon - 1) k_0^2}{r^2} \cos 2kx \cos 2r(z+h) + \frac{(\varepsilon - 1) k_0^2 + k^2}{r^2} (\cos 2r(z+h) - 1) - \left(\frac{(\varepsilon - 1) k_0^2}{r^2} + 1 \right) \cos 2kx \right].$$

Можно показать, что направление горизонтальной компоненты силы F_x определяется только координатой x . Поскольку зависимость по x периодическая, то образуются максимумы силы и минимумы, в которых сила равна нулю. Видимо, в этих областях группируются взвешенные частицы. Аналогично, направление вертикальной компоненты силы F_z определяется только координатой z , причем F_z стремится собрать взвешенные частицы на свободной поверхности жидкости. значит, при уменьшении толщины испаряющегося слоя сгруппированные частицы оседают на поверхность подложки.

$$\Psi = -\frac{\rho_0 U_0^2 h}{32k\eta \operatorname{sh}(2kh)} \left[\operatorname{sh}(2kz) + \frac{\operatorname{sh}(2kh) - (2kh) \operatorname{ch}(2kh)}{(2kh) \operatorname{sh}(2kh)} (2kz) \operatorname{sh}(2kz) - (2kz) \operatorname{ch}(2kz) \right] \sin(2kx).$$

Видно, что на прямых $x = \pi n/2k$ в плоскости (x, z) скорость течения обращается в ноль. Эти прямые разделяют области с противоположно направленными скоростями. Вблизи этих прямых линии тока расположены гуще. При наличии сил взаимодействия между частицами, которые могут быть как гидродинамического, так и иного происхождения (например, иметь электрическую или химическую природу), взвешенные частицы будут концентрироваться преимущественно в этих областях. Таким образом, стоячая поверхностная волна

2.2. Радиационное давление на жидкость

Таким образом, для расчетов используем силу F_i радиационного давления, действующую на жидкость и связанную с нелинейностью уравнений гидродинамики. Эта сила выражается через тензор радиационных напряжений Π_{ik} [7]:

$$F_i = -\frac{\partial}{\partial x_k} \Pi_{ik}, \quad \Pi_{ik} = \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^2} \langle p'^2 \rangle \delta_{ik} + \rho_0 \langle u_i u_k \rangle.$$

Радиационное давление в общем случае является тензорной величиной, однако в данной задаче силу радиационного давления можно представить в виде градиента потенциала V :

2.3. Акустические течения, вызванные радиационным давлением

Радиационное давление приводит жидкость в движение, вынуждая ее течь. Структура установившихся течений при малых гидродинамических числах Рейнольдса рассчитывается на основе системы уравнений:

$$\begin{cases} -\eta \Delta U_F = -\nabla P + F, \\ \operatorname{div} U_F = 0. \end{cases}$$

Здесь U_F — скорость акустического течения, P — давление потока. Введем функцию тока согласно выражениям $U_{Bx} = \partial \Psi / \partial z$, $U_{Bz} = -\partial \Psi / \partial x$ и найдем решение для нее:

может быть управляющим фактором для формирования упорядоченных структур взвешенных в жидкости наночастиц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построена теория формирования упорядоченных структур частиц при высыхании пленки коллоидного раствора на твердой подложке. Показана возмож-

ность управления процессом за счет возбуждения волны, распространяющейся вдоль границы раздела твердой и жидкой сред. Рассчитано волновое поле, радиационные силы и акустические течения в жидком слое. Учтены основные факторы, влияющие на процессы формирования акустического поля, вихревого течения и структур наночастиц. Подтверждены следующие данные наблюдений. Основным фактором упорядоче-

ния являются радиационные силы в жидком слое. Период формирующейся структуры равен половине длины волны. Радиационное давление на частицы, увлекаемые жидкостью, связанное с рассеянием акустических волн на них, можно, по-видимому, не учитывать. Важную роль должны играть силы неакустического происхождения, приводящие к агрегации частиц, сближающихся под действием течений.

-
- [1] Rudenko O. V., Lebedev-Stepanov P. V., Gusev V. A., Korobov A. I., Korshak B. A., Odina N. I., Izosimova M. Yu, Molchanov S. P., Alfimov M. V. *Acoustical Physics*. 2010. **56**. No. 6. P. 935.
- [2] Gusev V. A., Simonova P. A. *Physics of Wave Phenomena*. 2015. **23**. №4. P. 268.
- [3] Гусев В. А., Жарков Д. А. Сборник трудов XXXII Сессии Российского акустического общества. М., ГЕОС, 2019.
- [4] Гольдберг З. А. Мощные ультразвуковые поля. М., Наука, 1968.
- [5] Горьков Л. П. ДАН СССР. 1961. **140**, № 1. С. 88.
- [6] Лебедев-Степанов П. В., Руденко О. В. *Акуст. журн.* 2009. **55**. № 6. С. 706.
- [7] Sarvazyan A. P., Rudenko O. V., Nyborg W. L. *Ultrasound in Medicine and Biology*. 2010. **36**, N. 9. P. 1379.

Radiation forces and acoustic flows in a liquid layer on an elastic substrate

V. A. Gusev^{1,2,a}

¹*Department of Acoustics, Faculty of Physics, M.V.Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*

²*O.Yu. Schmidt Institute of Earth Physics RAS, Moscow 123242, Russia*
E-mail: vgusev@bk.ru

The features of the formation and structure of the fields of radiation forces in the liquid layer created by a surface acoustic wave at the interface between a liquid and an elastic medium are investigated. The mechanisms of the appearance of radiation forces and their impact on the medium and particles suspended in it are analyzed. It is shown that, depending on the particle size and density ratio, various mechanisms will be decisive: for large particles, this is the change in the field momentum during its scattering, and for small particles, acoustic flows. The acoustic flows in the liquid layer on an elastic substrate are calculated and the features of the structuring of ensembles of suspended particles in such flows are discussed.

PACS: 43.25.Nm, 43.35.+d, 64.70.dg, 68.60.Bs

Keywords: surface wave, radiation pressure, acoustic flow, nanoparticles

Received 15 November 2019.

Сведения об авторе

Гусев Владимир Андреевич — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-29-43, e-mail: vgusev@bk.ru.