# Определение направления на источник в акустическом волноводе с помощью адаптивной горизонтальной антенной решетки

А.Г. Сазонтов, \* И.П. Смирнов<sup>†</sup> Институт прикладной физики РАН Россия, 603950, Нижний Новгород, ул. Ульянова, д. 46 (Статья поступила 13.11.2019; Подписана в печать 15.01.2020)

Построен адаптивный алгоритм пониженного ранга, позволяющий определить направления на источники звука с помощью горизонтальной антенной решетки, работающей в волноводе с неточно известными параметрами. Представлены результаты статистического моделирования, демонстрирующие высокую разрешающую способность предложенного метода и приемлемую точность оценивания углового положения источников без использования априорной информации о глубине их погружения и расстояния до приемной антенны.

РАСS: 43.30.+m УДК: 681.7, 534.91 Ключевые слова: акустический волновод с неточно известными параметрами, оценивание углового положения источников, адаптивный алгоритм NM-RARE, статистическое моделирование.

#### введение

Оценка углового положения источника в мелководном канале с помощью горизонтальной линейной антенны является одной из важных прикладных задач гидроакустики. Как известно (например, [1-3]), ее решение, основанное на методе сканирования, приводит к заметным ошибкам в определении направления на источник, растущих с увеличением угла прихода (отсчитываемого от нормали к апертуре антенны) и числа распространяющихся нормальных волн. Применение традиционных алгоритмов (типа Кейпона, MUSIC, метода максимума правдоподобия) позволяет получить несмещенные оценки (при условии точно известных параметров волновода), однако в процессе локализации соответствующие методы использует трудоемкую процедуру одновременного поиска по глубине, дальности и азимутальному углу, что требует больших вычислительных затрат. В этой связи возникает необходимость разработки устойчивых методов оценивания, позволяющих определить направление на источник без знания глубины его погружения и расстояния до приемной антенной решетки (АР).

Одним из методов, позволяющих найти решение такого рода обратной задачи, предложен в работе [4]. Соответствующая процедура оценивания, получившая название метода подпространственного пересечения («subspace intersection»), опирается на априорное знание волновых чисел распространяющихся нормальных волн. Однако в изменчивых и всегда не полностью известных условиях морской среды несоответствие (рассогласование) между расчетной моделью канала и реальным акустическим волноводом может приводить к значительному ухудшению работоспособности данного способа локализации. В последнее десятилетие в общей теории адаптивных AP интенсивно развивается направление, связанное с построением робастных алгоритмов, учитывающих отличие ожидаемой реплики от истинной, и позволяющих минимизировать эффекты рассогласования различной природы [5]. Такой подход рассчитан на наихудший сценарий приема и предполагает ограниченность по норме соответствующего вектора рассогласования, при этом процедура адаптации заключается в нахождении оптимального вектора отклика AP, обеспечивающего максимум выходной мощности процессора, и удовлетворяющего наложенным на него ограничениям.

В настоящей работе в рамках наихудшего сценария построен адаптивный алгоритм пониженного ранга NM-RARE («normal mode based rank reduction»), предназначенный для определения угловых положений источников без знания их пространственных координат в волноводе с неточно известными параметрами. Представлены результаты сравнительного анализа эффективности данного способа оценивания с методом сканирования и методом подпространственного пересечения.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим акустический волновод, в котором звуковое поле создается J источниками, излучающими взаимно некоррелированные узкополосные сигналы  $s_j(t)$   $(j = 1, 2 \cdots, J)$  с одинаковой несущей частотой. Прием осуществляется линейной горизонтальной AP, состоящей из N элементов, расположенных на горизонте  $z_a$ . Положение j-го источника определяется глубиной его погружения  $z_j$ , расстоянием  $r_j$  до приемной AP и азимутальным углом  $\phi_j$ , отсчитываемым от нормали к апертуре AP. Геометрия задачи показана на рис. 1. (Начало координат по дальности выбрано в месте установки первого элемента AP.)

<sup>\*</sup>E-mail: sazontov@ipfran.ru

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>E-mail: smirnov@gmail.com



Рис. 1: Взаимное расположение источника и горизонтальной антенны в волноводе: вид сверху (а), вид сбоку (б)

Поле на входе AP в моменты времени  $t_l$  характеризуется N-мерным вектором наблюдения  $\mathbf{x}(t_l)$ :

$$\mathbf{x}(t_l) = \sum_{j=1}^{J} \mathbf{g}(\phi_j, r_j, z_j) s_j(t_l) + \mathbf{n}(t_l),$$
$$l = 1, 2, \cdots L,$$
$$r_j, z_j) = \left[ G(\mathbf{r}_1, z_a | \mathbf{r}_j, z_j), \cdots, G(\mathbf{r}_N, z_a | \mathbf{r}_j, z_j) \right]^T,$$
(1)

где  $\mathbf{g}(\phi_j, r_j, z_j)$  — вектор отклика AP при приеме сигнала от *j*-го источника,  $\{G(\mathbf{r}_n, z_a | \mathbf{r}_j, z_j)\}_{n=1}^N$  — функции Грина среды распространения,  $\mathbf{n}(t)$  — вектор аддитивного белого шума с ковариационной матрицей  $\sigma_n^2 \mathbf{I}_N$ , где  $\sigma_n^2$  — неизвестный уровень шума,  $\mathbf{I}_N$  — единичная матрица размерности  $N \times N$ , а L — объем входной выборки. Задача состоит в построении адаптивного алгоритма обработки, позволяющего по принятой выборке  $\{\mathbf{x}(t_l)\}_{l=1}^L$  оценить угловые положения источников без знания их глубин погружения и расстояний до AP в акустическом волноводе с неточно известными параметрами.

В рамках волнового подхода функция Грина  $G(\mathbf{r}_n, z_a | \mathbf{r}_j, z_j)$  может быть представлена в виде суперпозиции конечного числа M распространяющихся нормальных мод. При расположении источников в дальней зоне антенны (когда  $|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_j| \approx r_j - d(n-1)\sin(\phi_j)$ , где d — межэлементное расстояние) эта функция записывается следующим образом:

$$G(\mathbf{r}_n, z_a | \mathbf{r}_j, z_j) = \sum_{m=1}^{M} e^{i\kappa_m d(n-1)\sin\phi_j} a_m(\mathbf{\theta}_j),$$

$$a_m(\mathbf{\theta}_j) = \frac{\phi_m(z_j)\phi_m(z_a)}{\sqrt{8\pi\kappa_m r_j}} e^{i\kappa_m r_j + i\pi/4},$$
(2)

где  $\varphi_m(z_a)$  и  $\varphi_m(z_j)$  — собственные функции *m*-ой моды в месте расположения приемной АР и *j*-го источника излучения,  $\kappa_m$  — соответствующее горизонтальное волновое число, а  $\boldsymbol{\theta}_j = (r_j, z_j)^T$  (Верхний индекс *T* означает операцию транспонирования.) С использованием модового описания для вектора отклика АР имеем:

$$\mathbf{g}(\phi, \mathbf{\theta}) = \mathbf{U}(\phi) \,\mathbf{a}(\mathbf{\theta}),\tag{3}$$

где  $\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta})$  — вектор размерности  $M \times 1$ , компонентами которого являются амплитуды мод, определяемые формулой (2), а  $\mathbf{U}(\phi)$  — матрица размерности  $N \times M$  вида

$$\begin{split} \mathbf{U}(\phi) &= [\mathbf{u}_1(\phi) \cdots \mathbf{u}_M(\phi)], \text{ где} \\ \mathbf{u}_m(\phi) &= (1, e^{i\kappa_m d \sin(\phi)}, \cdots, e^{i\kappa_m d (N-1) \sin(\phi)})^T, \\ m &= 1, \cdots, M. \end{split}$$

Одним из наиболее распространенных способов локализации является метод MUSIC [6]. Эта процедура основана на использовании информации, содержащейся в системе собственных векторов  $\{\hat{\Psi}\}_{i=1}^N$  выборочной матрицы  $\hat{\Gamma}_x = L^{-1} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}(t_l) \mathbf{x}^+(t_l)$ :

$$\hat{\Gamma}_x \hat{\Psi}_i = \lambda_i \hat{\Psi}_i, \quad i = 1, \dots N,$$

где  $\lambda_1, \ldots, \lambda_N$  — положительные собственные числа, пронумерованные в порядке убывания, т.е.  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_N$ . Первые J старших собственных векторов формируют сигнальное подпространство  $\hat{\Psi}_s = [\hat{\Psi}_1 \cdots \hat{\Psi}_J]$ , а N - J оставшихся векторов — шумовое  $\hat{\Psi}_n = [\hat{\Psi}_{J+1}, \cdots, \hat{\Psi}_N]$ .

Для рассматриваемого сценария положения источников могут быть найдены из условия:

$$\begin{aligned} (\hat{\phi}, \hat{\theta}) &= \arg\min_{\phi, \theta} \left\| \hat{\Psi}_n^+ \mathbf{g}(\phi, \theta) \right\|^2 \equiv \\ &\equiv \arg\min_{\phi, \theta} \mathbf{g}^+(\phi, \theta) \hat{\mathbf{\Pi}}_n \mathbf{g}(\phi, \theta), \end{aligned} \tag{4}$$

где  $\hat{\mathbf{\Pi}}_n = \hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+$  — проекционная матрица на шумовое подпространство, и процедура оценивания сводится к поиску *J* минимумов целевой функции  $\mathbf{g}^+(\phi, \mathbf{\theta}) \hat{\mathbf{\Pi}}_n \mathbf{g}(\phi, \mathbf{\theta})$  в трехмерной области параметров. Последнее требует больших вычислительных затрат.

УЗФФ 2020

 $\mathbf{g}(\phi_j,$ 

Ниже нас будет интересовать оценка угловых координат источников в волноводе. Тогда, рассматривая модовый вектор  $\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta})$  (зависящий от неинформационного параметра  $\boldsymbol{\theta}$ ) как неизвестный, и принимая во внимание представление (3), переформулируем критерий MUSIC (4) следующим образом:

$$\hat{\phi} = \arg\min_{\phi} \{\min_{\mathbf{a}} \mathbf{a}^{+} \mathbf{C}(\phi) \, \mathbf{a} \}, \tag{5}$$

где  $\mathbf{C}(\phi) = \mathbf{U}^+(\phi) \hat{\mathbf{\Pi}}_n \mathbf{U}(\phi)$  — матрица размерности  $M \times M$ , причем при M < N-J ее ранг совпадает с числом распространяющихся нормальных мод M. В идеальном случае целевая функция  $\mathbf{a}^+\mathbf{C}(\phi)\mathbf{a}$ , фигурирующая в (5), обращается в нуль. Но при  $\mathbf{a} \neq 0$  последнее возможно только при понижении ранга матрицы  $\mathbf{C}(\phi)$  в точке минимума, или при условии  $\det{\mathbf{C}(\phi)} = 0$ , где  $\det(\cdot)$  означает взятие детерминанта. В результате угловые положения источников могут быть найдены из следующего критерия:

$$\hat{\phi} = \arg \max_{\phi} P_{\text{NM-RARE}}(\phi),$$

$$P_{\text{NM-RARE}}(\phi) = 1/\det\{\mathbf{C}(\phi)\}.$$
(6)

Метод оценивания (6) аналогичен алгоритму пониженного ранга RARE [7], используемому в технике частично калиброванных AP, в котором роль числа подрешеток играет число мод M, а вектор амплитуднофазовой калибровки соответствующих подрешеток заменяется вектором  $\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta})$ . Важно подчеркнуть, что матрица  $\mathbf{C}$  не содержит информации о глубине источников и их удалении от AP; следовательно, критерий (6) позволяет определить направления на источники путем одномерного поиска J максимумов выходной мощности процессора NM-RARE.

## 2. ПОСТРОЕНИЕ АДАПТИВНОЙ ПРОЦЕДУРЫ NM-RARE

Приведенный алгоритм (6) предполагает априорное знание матрицы направлений  $U(\varphi)$ . Однако на практике в качестве этой матрицы (вследствие неполной информации о канале распространения) используется некоторая оценочная матрица  $U_0(\phi)$ , рассчитываемая для номинальных акустических характеристик волновода. При наличии рассогласования между  $U(\varphi)$  и  $U_0(\phi)$  предложенный способ оценивания нуждаются в уточнении.

При построении адаптивной процедуры NM-RARE, основанной на наихудшем сценарии приема, будем предполагать возможность контролируемого отклонения ожидаемой матрицы  $\mathbf{U}_0(\phi)$  от истинной  $\mathbf{U}(\phi)$ : норма Фробениуса матрицы рассогласования не должна превышать заданную величину:  $\|\mathbf{U}(\varphi) - \mathbf{U}_0(\varphi)\|_F^2 \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  — положительный параметр регуляризации. Адаптация к условиям априорной неопределенности состоит в нахождении робастной

матрицы  $\mathbf{U}(\phi, \varepsilon)$ , удовлетворяющей указанному ограничению, условию нормировки и обеспечивающей максимум выходной мощности (6):

$$\min_{\mathbf{U}} \det \left\{ \mathbf{U}(\varphi)^{+} \hat{\mathbf{\Pi}}_{n} \mathbf{U}(\varphi) \right\} \text{ при} \\
\|\mathbf{U}(\varphi) - \mathbf{U}_{0}(\varphi)\|_{F}^{2} \leq \varepsilon, \quad \|\mathbf{U}(\varphi)\|_{F}^{2} = M.$$
(7)

Решение оптимизационной задачи (7) может быть найдено с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа, аналогично тому, как это сделано в [8]. В результате искомые угловые положения источников определяются из условия

$$\hat{\phi} = \arg\min_{\phi} \det \mathbf{C}(\phi, \varepsilon) \equiv f^{2}(\phi, \varepsilon) \det \mathbf{C}_{0}(\phi);$$

$$\mathbf{C}_{0}(\phi) = \mathbf{U}_{\mathbf{0}}^{+}(\phi)\hat{\mathbf{\Pi}}_{n}\mathbf{U}_{\mathbf{0}}(\phi),$$

$$f(\phi, \varepsilon) = 1 - \varepsilon/(2M) +$$

$$+\sqrt{(\varepsilon/M)(1 - \varepsilon/4M)[1 - V_{0}(\phi)]/V_{0}(\phi)},$$

$$V_{0}(\phi) = M^{-1}\mathrm{Tr}(\mathbf{U}_{0}^{+}(\phi)\hat{\mathbf{\Pi}}_{n}\mathbf{U}_{0}(\phi)),$$
(8)

где  $\operatorname{Tr}(\cdot)$  означает след матрицы. При  $\varepsilon = 0$  функция  $f(\phi, \varepsilon) = 1$ , и  $\mathbf{C}(\phi, \varepsilon)$  совпадает с матрицей  $\mathbf{C}_0(\phi)$  неадаптивного алгоритма (6). Отметим также, что в процессе поиска азимутальных углов параметр регуляризации  $\varepsilon$  должен удовлетворять неравенству  $\varepsilon < 2M \left(1 - \sqrt{1 - V_0(\phi)}\right)$ , поскольку в противном случае  $\det{\mathbf{C}(\phi, \varepsilon)}$  всюду обращается в нуль.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Приведем результаты статистического моделирования, иллюстрирующие работоспособность предложенного алгоритма (8) и сравним его эффективность с традиционным методом сканирования и методом, предложенным в работе [4], согласно которому при  $\phi \in (\phi_1, \dots, \phi_J)$  векторы сигнального подпространства  $\hat{\Psi}_s$  и векторы модового подпространства  $U(\phi)$  становятся линейно зависимыми. В результате искомые положения источников могут быть найдены из условия пересечения соответствующих подпространств:

$$\begin{split} \bar{\phi} &= \arg\max_{\phi} P_{\mathrm{SI}}(\phi),\\ P_{\mathrm{SI}}(\phi) &= 1/\lambda_{\min} \left\{ \hat{\boldsymbol{\Psi}}_{s}^{+} \mathbf{P}_{\mathbf{U}}^{\perp}(\phi) \, \hat{\boldsymbol{\Psi}}_{s} \right\}, \end{split} \tag{9} \\ \mathbf{P}_{\mathbf{U}}^{\perp}(\phi) &= \mathbf{I}_{N} - \mathbf{U}(\phi) \, [\mathbf{U}^{+}(\phi)\mathbf{U}(\phi)]^{-1} \, \mathbf{U}^{+}(\phi), \end{split}$$

где  $\lambda_{\min} \{\cdot\}$  означает минимальное собственное значение матрицы, стоящей в скобках. Подчеркнем, что метод сканирования не учитывает волноводный характер распространения звука, а процедура (9) опирается на априорное знание среды распространения.

Для определенности рассмотрим мелководный канал, в котором звуковое поле создается двумя некоррелированными источниками, излучающими узкополосные сигналы с несущей частотой 250 Гц. Вектор наблюдения на входе АР моделировался в соответствии



Рис. 2: Профиль скорости звука

с формулой (1), в которой комплексные огибающие излученных сигналов и компоненты шума рассматривались как статистически независимые гауссовские случайные процессы. Входные отношения сигнал/шум, определяемые соотношениями

$$\operatorname{SNR}_{j} = \frac{\sigma_{j}^{2}}{\sigma_{n}^{2}} \| \mathbf{g}(\phi_{j}, \boldsymbol{\theta}_{j}) \|^{2} / N, \quad j = 1, 2$$

где  $\sigma_1^2$  и  $\sigma_2^2$  — уровни излучения, считались одинаковыми, т.е. SNR<sub>1</sub> = SNR<sub>2</sub> = SNR. Предполагалось, что источники находятся на одной и той же глубине 40 м и удаленны на расстояние 10 км от горизонтальной приемной антенны, состоящей из 24 элементов, расположенных через 3 м на глубине 55 м. В рамках численного эксперимента глубина моря в месте постановки приемной АР бралась равной H = 100 м, а профиль скорости звука (изображенный на рис. 2) предполагался известным; дно моделировалось жидким поглощающим полупространством с плотностью  $\rho_b = 1.85$  г/см<sup>3</sup>, скоростью звука  $c_b = 1750$  м/с и коэффициентом по-

глощения  $\beta = 0.13 \, {\rm g E}/\lambda$ , а при расчете ожидаемой матрицы  ${f U}_0(\phi)$  в качестве номинальных геоакустических параметров дна использовались значения  $H = 101.5 \, {\rm m}$ ,  $\rho_b = 1.9 \, {\rm r/cm}^3$ ,  $c_b = 1725 \, {\rm m/c}$  и  $\beta = 0.1 \, {\rm g E}/\lambda$ . Полное число мод M для рассматриваемых акустических характеристик канала и несущей частоты составляло 17.

На рис. 3, a показана зависимость среднеквадратических ошибок (СКО) оценивания угловых положений источников, расположенных в направлениях 20° и 25°, от входного SNR, при этом выборочная ковариационная матрица формировалась по L = 100 временным отсчетам. Соответствующие ошибки рассчитывались по формуле

$$CKO(\hat{\phi}) = \sqrt{(QJ)^{-1} \sum_{q=1}^{Q} \sum_{j=1}^{J} (\hat{\phi}_{j}^{(q)} - \phi_{j})^{2}},$$

где  $\hat{\phi}_{j}^{(q)}$ — оценка угловой координаты *j*-го источника для *q*-ой реализации вектора наблюдения, J = 2, а общее число независимых реализаций Q бралось равным 1000. Кривая 1 на рис. 3, *a* отвечает традиционному способу сканирования, кривая 2 — методу подпространственного пересечения (9), а кривая 3 соответствует предложенному робастному алгоритму (8) при  $\varepsilon = 0.25$ .

На рис. 3, б для указанных значений SNR представлены результаты расчета вероятности правильной локализации  $P_{CL}$ , определяемой как доля реализаций, для которых ошибки в совместном определении углового положения источников не превосходят 1°. Для рассматриваемого численного эксперимента, как следует из рис. 3, метод подпространственного пересечения незначительно уступает в эффективности предложенному алгоритму, в то время как метод сканирования не в состоянии обеспечить гарантированной локализации источника для всех рассматриваемых значений SNR.

Одной из важных характеристик алгоритма является достигаемая с его помощью вероятность разрешения двух источников с близкими углами прихода  $\phi_1$  и  $\phi_2$ . В качестве оценки соответствующей вероятности используется величина

$$\hat{P}_{RES} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^{Q} p_q, \qquad p_q = \begin{cases} 1, \\ 0, \end{cases}$$

если 
$$\sum_{j=1}^{2} \left| \hat{\phi}_{j}^{(q)} - \phi_{j} \right| < \left| \phi_{1} - \phi_{2} \right|;$$
  
в противном случае. (10)

На рис. 4, а представлены результаты расчета  $P_{RES}$  в зависимости от величины углового расстояния между источниками при SNR =  $-5 \, \text{д}$ Б. При вычислениях предполагалось, что азимутальный угол первого источника  $\phi_1$  фиксирован и равен 20°, а второй смещен относительно первого на величину  $\delta$ , т. е.  $\phi_2 = \phi_1 + \delta$ , где  $\delta \in (0.25^\circ \div 6^\circ)$ . Очевидно, что наилучшие потен-

циальные возможности демонстрирует предложенный алгоритм (8), позволяющий с вероятностью 0.9 разрешить источники, отстоящие друг относительно друга на 1°.

Для используемых методов оценивания на изображена угловая зависимость нормированной (на максимальное значение) мощности на выходе АР, принима-



Рис. 3: Зависимость СКО (а) и вероятности правильной локализации (б) от входного отношения сигнал/шум



Рис. 4: *а* — Вероятность разрешения в зависимости от углового расстояния между источниками; *б* — угловая зависимость выходной мощности для используемых методов обработки

ющей сигналы от двух источников с азимутальными углами  $20^{\circ}$  и  $22^{\circ}$  при SNR =  $-5 \, \text{дБ}$ . Для рассматриваемого сценария, как видно из рис. 4,*б*, лишь адаптивный метод NM-RARE в состоянии различить два источника одинаковой мощности и одновременно оценить искомые направления.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе построен робастный алгоритм NM-RARE, позволяющий определить угловые положе-

ния источников без знания их местоположения в волноводе с неточно известными параметрами. Приведены результаты математического моделирования предложенного метода, иллюстрирующие приемлемую точность оценивания направлений на источники сигналов и высокую вероятность углового разрешения по сравнению с известными неадаптивными способами, предполагающим априорное знание акустических характеристик волновода

Работа выполнена в рамках государственного заказа ИПФ РАН по темам № 0035-2019-0011 и 0035-2019-0009.

- [1] Елисеевнин В. Л. // Акуст. журн. 1983. **29**, Вып. 1. С. 44.
- [2] Buckingham M.J. // IEE Proc. 1884. 131, Part F, № 3.
   P. 298. [4]
- [3] *Елисеевнин В. Л. //* Акуст. журн. 1996. **42**, Вып. 2. С. 208.
  - [4] Lakshmipath S., Anand G. V. // Signal Processing. 2004.

84. P. 1367.

- [5] Robust Adaptive Beamforming / Eds. by J. Li and P. Stoica. Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey. 2006. P. 422.
- [6] Schmidt R.O. // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. 1986. **34**, № 3. P.276.
- [7] See C. M. S., Gershman A. B. // IEEE Trans. on Signal Process. 2004. 52, N 2. P. 329.
- [8] Сазонтов А. Г., Смирнов И. П., Чащин А. С. // Известия Вузов. Радиофизика. 2016. 59, № 2. С. 99.

# Bearing estimation in an acoustic waveguide using adaptive horizontal array

A. G. Sazontov<sup>1,a</sup>, I. P. Smirnov<sup>1,b</sup>

Federal research center Institute of Applied Physics. Nizhny Novgorod 603950, Russia E-mail: <sup>a</sup>sazontov@ipfran.ru, <sup>b</sup>smip@ipfran.ru

An adaptive rank reduction algorithm is constructed, that intended for bearing estimation of acoustic sources using a horizontal array operating in a waveguide with imprecisely known parameters. The results of statistical modeling are presented, demonstrating the high resolution of the proposed method and the acceptable accuracy of the angular source positions estimation without the prior information of their ranges and depths.

PACS: 43.30.+m

*Keywords*: acoustic waveguide with imprecisely known parameters, bearing estimation, adaptive NM-RARE algorithm, statistical modeling.

Received 13 November 2019.

### Сведения об авторах

- 1. Сазонтов Александр Геннадьевич доктор физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, вед. науч. сотрудник; тел.: (831) 416-06-48, e-mail: sazontov@ipfran.ru.
- 2. Смирнов Иван Паисьевич канд. физ.-мат. наук, доцент, ст. науч. сотрудник; тел.: (831) 416-06-29, e-mail smip@ipfran.ru