

Анализ явления сосуществования форм в ядрах ^{96}Zr и ^{96}Mo на основе коллективного гамильтониана Бора

М. А. Мардыбан^{1,2,*}, Д. А. Сазонов^{1,2}, Т. М. Шнейдман^{2,3}, Е. А. Колганова^{1,2}, Р. В. Джолос^{1,2}

¹Государственный университет «Дубна». 141982,

г. Дубна, Московской обл., ул. Университетская, д. 19

²Объединенный институт ядерных исследований. 141980,

г. Дубна, Московской обл., ул. Жолио Кюри, д. 6

³Казанский федеральный университет. 420008, г. Казань, ул. Кремлёвская, д. 18

(Статья поступила 20.06.2019; Подписана в печать 29.07.2019)

Наблюдаемые свойства низколежащих коллективных возбуждений ^{96}Zr и ^{96}Mo исследованы в рамках коллективной квадрупольной модели ядра с гамильтонианом Бора, потенциальная энергия которого имеет два минимума — сферический и деформированный. Получено удовлетворительное описание энергий возбуждения и вероятностей переходов. Показано, что в случае ^{96}Zr оба минимума имеют достаточно большую глубину, тогда как в случае ^{96}Mo деформированный минимум лишь намечен.

PACS: 21.10.Re, 21.10.Ky, 21.60.Ev

УДК: 539.14.

Ключевые слова: структура ядра, коллективный гамильтониан, квадрупольная деформация.

ВВЕДЕНИЕ

Изменение формы ядер с ростом энергии возбуждения было обнаружено при изучении ядер, удаленных от долины стабильности, и стало предметом интенсивных исследований, как экспериментальных, так и теоретических, в широкой области карты нуклидов. Причиной изменения формы ядра является эволюция его оболочечной структуры при увеличении энергии возбуждения. В свою очередь причиной изменения оболочечной структуры являются изменения чисел заполнения одночастичных состояний в самосогласованном потенциале ядра, вызванные его возбуждением [1–3].

Теоретическим подходом, наиболее пригодным для изучения явлений, связанных с динамикой формы ядра, является коллективная модель ядра. Основная идея коллективной модели ядра состоит в том, что хотя такая многочастичная квантовая система как атомное ядро характеризуется огромным числом микроскопических степеней свободы, они организованы в коллективные моды возбуждения, играющие основную роль в определении структуры ядра. Следующим шагом после определения коллективных мод возбуждения является построение коллективного гамильтониана ядра. Его основными элементами являются потенциал ядра, зависящий от переменных деформации, и тензор инерции, характеризующий кинетическую энергию коллективного движения.

Изменение формы ядра может происходить с изменением числа нуклонов в ядре, углового момента ядра и его энергии возбуждения. Изменения формы с изменением числа нуклонов известны во многих цепочках изотопов и изотонов, однако, как правило, происходят достаточно плавно. Резкое изменение формы с ро-

стом энергии возбуждения, обнаруженное в изотопах Zr является, скорее, исключением. Это специфика ядер с числом нуклонов ≈ 100 .

Структура изотопов Zr исследовалась во многих работах [4–16]. Сильно деформированные возбужденные состояния, сосуществующие со сферическими основными состояниями, были обнаружены в изотопах Sr, Zr и Mo [17–19]. Наряду с плавным или резким становлением деформации в ряде ядер наблюдается и сильное смешивание конфигураций, характеризующихся разными формами ядер. Такая информация может быть получена из экспериментальных данных о вероятностях электромагнитных переходов. Например, измерение характеристик распада состояния ^{96}Zr позволило установить, что деформированные структуры этого ядра смешиваются слабо. Интерпретация наблюдаемых свойств ^{96}Zr и ^{96}Mo в рамках коллективной модели ядра является задачей данной работы.

Для объяснения наблюдаемой «чистоты» деформированных и сферических состояний ^{96}Zr и ^{96}Mo необходимо исследовать свойства этого ядра в рамках коллективной модели с гамильтонианом, потенциальная энергия которого имеет два минимума: сферический и деформированный. В данной статье экспериментальные данные о ^{96}Zr и ^{96}Mo анализируются, основываясь на зависящем от β потенциале, имеющем два минимума, однако все другие характеристики потенциала: относительная глубина обоих минимумов, ширина и высота барьера, разделяющего два минимума, жесткости потенциала вблизи минимумов варьируются без дополнительных ограничений, но так, чтобы достичь удовлетворительного описания свойств низколежащих коллективных состояний. Таким образом, основная цель данной работы найти потенциал, позволяющий приближенно описать свойства 0_1^+ , 0_2^+ , и 2_1^+ , 2_2^+ состояний ^{96}Zr и ^{96}Mo . Кроме того будут рассчитаны амплитуды смешивания сферических и деформированных компонент в волновых функциях этих состояний.

*E-mail: mmardyban@theor.jinr.ru

1. МОДЕЛЬ

В общем случае коллективный гамильтониан Бора имеет следующий вид:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2B_0} \frac{1}{\sqrt{\omega r}} \frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \sqrt{\frac{r}{\omega}} b_{\gamma\gamma} \frac{\partial}{\partial \beta} + \hat{T}_{\beta\gamma} + \hat{T}_\gamma + \frac{\hbar^2}{2B_0} \sum_k \frac{\hat{I}_k^2}{\mathfrak{S}_k} + V(\beta). \quad (1)$$

Первый член в этом выражении представляет энергию β -колебаний. Вторым и третьим членами относятся к γ -колебаниям, то есть к колебаниям, связанным с отклонением формы ядра от аксиальной симметрии. Последние два члена — это энергия вращения и потенциальная энергия. Величины ω , r и \mathfrak{S}_k заданы следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \omega &= b_{\beta\beta} b_{\gamma\gamma} - b_{\beta\gamma}^2, \\ r &= b_1 b_2 b_3, \\ \mathfrak{S}_k &= 4b_k \beta^2 \sin^2(\gamma - \frac{2k\pi}{3}). \end{aligned} \quad (2)$$

Параметр B_0 характеризует размерность и усредненную величину компонент тензора инерции. Коэффициенты $b_{\beta\beta}$, $b_{\beta\gamma}$, $b_{\gamma\gamma}$ и b_k введены для описания возможных различий в величинах различных компонент тензора инерции.

Чтобы упростить, по возможности, рассмотрение, мы предполагаем, что при рассмотрении низколежащих коллективных состояний ^{96}Zr и ^{96}Mo , переменная γ может быть отделена от β , а волновые функции сконцентрированы при $\gamma = 0$. Мы также предполагаем, что $b_1 = b_2 = b_3 = b_{rot}$ и $b_{\beta\beta} = 1$. В результате мы получаем следующий гамильтониан:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2B_0} \frac{1}{b_{rot}^{3/2}} \frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 b_{rot}^{3/2} \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{\hbar^2}{2B_0} \frac{\hat{I}^2 - \hat{I}_3^2}{3b_{rot}\beta^2} + V(\beta). \quad (3)$$

Для последующих вычислений удобно исключить из гамильтониана слагаемые с оператором дифференцирования по β в первой степени. С этой целью представим коллективную волновую функцию $\psi(\beta)$ в виде

$$\psi(\beta) = g(\beta)\Phi(\beta) \quad (4)$$

и определим $g(\beta)$ так, чтобы исключить из соответствующего уравнения Шредингера первую производную Φ . Тогда уравнение Шредингера для Φ принимает вид:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2B_0} \frac{d^2}{d\beta^2} + \frac{\hbar^2}{2B_0} \frac{\hat{I}^2 - \hat{I}_3^2}{3b_{rot}\beta^2} + V(\beta) + \frac{\hbar^2}{2B_0} \left[\frac{1}{4\tau} \frac{d^2\tau}{d\beta^2} - \frac{3}{16} \left(\frac{1}{\tau} \frac{d\tau}{d\beta} \right)^2 \right] \right\} \Phi = E\Phi, \quad (5)$$

где $\tau = \beta^8 b_{rot}^3$.

Уравнение Шредингера (5) содержит две важнейшие характеристики ядра: коллективную потенциальную энергию и коэффициент инерции для вращательного движения. Чтобы описать форму потенциала мы фиксируем несколько точек, характеризующих положения сферического и деформированного минимумов, жесткости потенциала вблизи минимумов, высоту и ширину барьера, разделяющего оба минимума. Потенциальная энергия как функция β определяется с помощью кубической сплайн-интерполяции между выбранными точками. После этого уравнение Шредингера (5) решается численно с нулевыми граничными условиями, варьируя положения отобранных точек так, чтобы достичь удовлетворительного описания энергий возбуждения 2_1^+ и 2_2^+ состояний и следующих вероятностей E2-переходов: $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_2^+)$, $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ и $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$. Число выбранных точек изменялось в пределах от 10 до 13. Параметр B_0 определялся так, чтобы фиксировать энергию 0_2^+ состояния. В соответствии с результатами, полученными ранее при анализе свойств сильнодеформированных ядер, мы фиксировали $b_{rot} = 0.2$.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Результаты расчета представлены в табл. I.

Таблица I: Результаты расчета энергий возбужденных состояний и вероятностей электромагнитных переходов в ^{96}Zr . Значения $B(E2)$ приведены в одночастичных единицах, а $B(M1)$ - в ядерных магнетонах. Значения $Q(2_2^+)$ приведены в барнах. Энергии возбуждения даны в кэВ. Экспериментальные данные взяты из [20, 21]

Энергии и вероятности переходов	Расчет	Эксперимент
$E(2_1^+)$	1748	1750
$E(2_2^+)$	2268	2226
$E(0_2^+)$	1582	1582
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_2^+)$	26.1	36(11)
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	3.6	2.3(3)
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$	0.26	0.26(8)
$\rho^2(0_2^+ \rightarrow 0_1^+)$	0.0013	0.0075
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	2.25	2.8+1.5, -1.0
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_2^+)$	6.8	-
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.11	0.14(5)
$Q(2_2^+)$	-0.51	-

Как видно из этой таблицы, согласие между результатами расчетов и экспериментальными данными вполне удовлетворительное. Отметим, что значение $\rho^2(0_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ в 3.6 раз меньше, чем экспериментальное значение. Однако, оба, и экспериментальное зна-

чение, и рассчитанная величина, малы по сравнению со значениями, известными для других ядер [22].

Коллективный потенциал, определенный с помощью описанной выше процедуры показан на рис. 1. Высота барьера, разделяющего два минимума, отсчитанная от энергии основного состояния, составляет 2.45 МэВ.

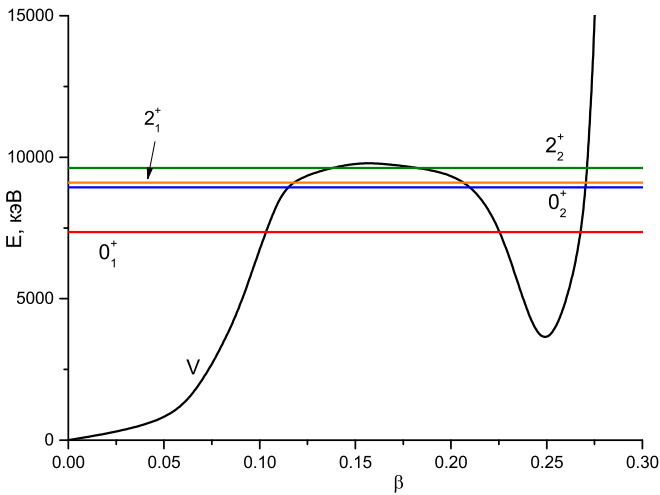


Рис. 1: Потенциальная энергия $V(\beta)$ и рассчитанные уровни энергии ядра ^{96}Zr

Волновые функции основного и возбужденных состояний приведены на рисунке 2. Видно, что волновые функции 0_1^+ и 2_1^+ состояний сконцентрированы в основном в сферическом минимуме, а волновые функции 0_2^+ и 2_2^+ состояний — в деформированном минимуме.

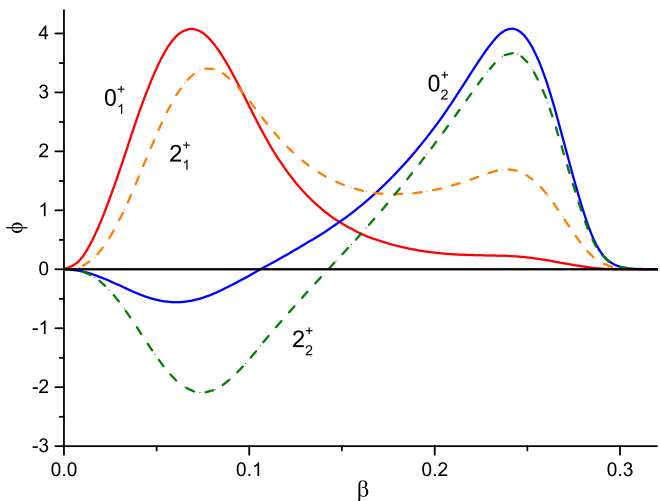


Рис. 2: Волновые функции Φ основного и возбужденных состояний ^{96}Zr .

Результаты расчета энергий возбужденных состояний и вероятностей электромагнитных переходов в ^{96}Mo приведены на рисунке 3.

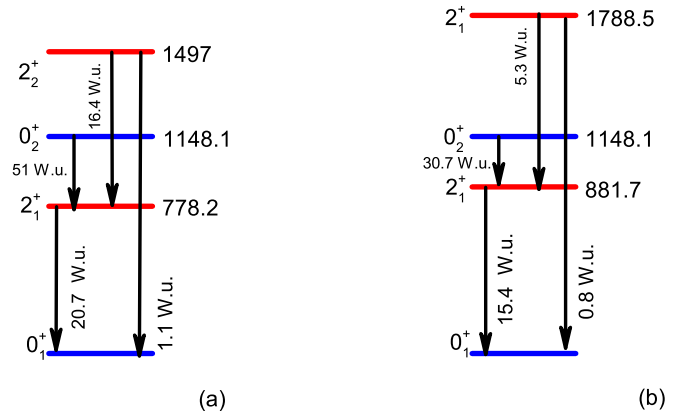


Рис. 3: Экспериментальные — а и расчетные — б низколежащие состояния ^{96}Mo . Энергии возбуждения приведены в кэВ. Значения вероятностей электрических переходов приведены в одночастичных единицах

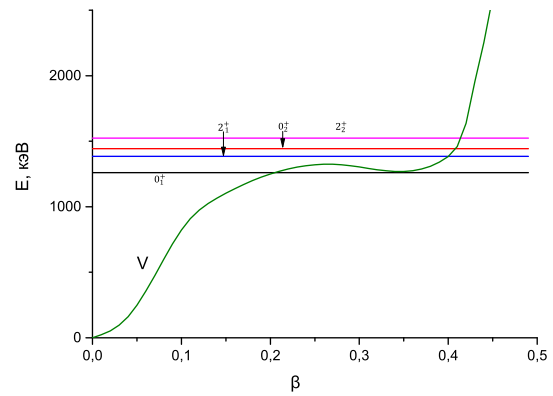


Рис. 4: Потенциальная энергия $V(\beta)$ и рассчитанные уровни энергии ядра ^{96}Mo

В отличие от ядра ^{96}Zr , потенциал ^{96}Mo , приведенный на рисунке 4, ещё не обладает явным вторым минимумом, но форма ядра уже может сильно отклоняться от сферической, однако волновые функции сконцентрированы преимущественно в сферической яме.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе исследована возможность описания свойств низколежащих коллективных состояний ^{96}Zr и ^{96}Mo на основе коллективного квадрупольного гамильтониана Бора с потенциалом, имеющим два минимума: сферический и деформированный. В случае ^{96}Zr оба минимума имеют достаточно большую глубину. В случае ^{96}Mo деформированный минимум лишь намечен. Получено хорошее согласие рассчитанных характеристик обоих ядер с экспериментальными данными.

- [1] Wood J.L., Heyde K., Nazarewicz W., Huyse M., van Duppen P. // Phys. Rep. 1992. **215**, 101.
 [2] Cejnar P., Jolie J., Casten R. F. // Rev. Mod. Phys. 2010. **82**, 2155.
 [3] Heyde K., Wood J.L. // Rev. Mod. Phys. 2011. **83**, 1467.
 [4] Sieja K., Nowacki F., Langanke K., Martínez-Pinedo G. // Phys. Rev. 2009. C **79**, 064310.
 [5] Garcia-Ramos J.E., Heyde K., Fossion R., Hellemans V., De Baerdemacker S. // Eur. Phys. J. 2005. A **26**, 221.
 [6] Büyükkata M., Van Isacker P., Uluer I. // J. Phys 2010. G **37**, 105102.
 [7] Liu Y.-X., Sun Y., Zhou X.-H., Zhang Y.-H., Yu S.-Y., Yang Y.-C., Jin H. // Nucl. Phys. 2011. A **858**, 11.
 [8] Petrovici A., Schmid K. W., Faessler A. // J. Phys. Conf. 2011. Ser. **312**, 092051.
 [9] Petrovici A. // Phys. Rev. 2012. C **85**, 034337.
 [10] Rodríguez-Guzmán R., Sarriguren P., Robledo L.M., Perez-Martin S. // Phys. Lett. 2010. B **691**, 202.
 [11] Skalski J., Heenen P.-H., Bonche P. // Nucl. Phys. 1993. A **559**, 221.
 [12] Xiang J., Li Z. P., Li Z. X., Yao J. M., Meng J. // Nucl. Phys. 2012. A **873**, 1.
 [13] Mei H., Xiang J., Yao J. M., Li Z. P., Meng J. // Phys. Rev. 2012. C **85**, 034321.
 [14] Skalski J., Mizutori S., Nazarewicz W. // Nucl. Phys. 1997. **617**, 282.
 [15] Özen C., Dean D.J. // Phys. Rev. 2006. C **73**, 014302.
 [16] Fortune H. T. // Phys. Rev. 2017. C **95**, 054313.
 [17] Lhersonneau G., Pfeiffer B., Kratz K.-L., Enqvist T., Jauho P. P., Jokinen A., Kantele J., Leino M., Parmonen J. M., Penttilä H., Aystö J. // Phys. Rev. 1994. C **49**, 1379.
 [18] Büscher M., Casten R.F., Gill R.L., Schuhmann R., Winger J.A., Mach H., Moszyński M., Sistemich K. // Phys. Rev. 1990. C **41**, 1115.
 [19] Lhersonneau G., Dendooven P., Honkanen A., Huhta M., Jones P.M., Julin R., Juutinen S., Oinonen M., Penttilä H., Persson J. R. et al. // Phys. Rev. 1997. C **56**, 2445.
 [20] Kremer C., Aslanidou S., Bassauer S., Hilcker M., Krugmann A., von Neumann-Cosel P., Otsuka T., Pietralla N., Ponomarev V. Yu., Shimizu N. et al. // Phys. Rev. Lett. 2016. **117**, 172503.
 [21] Pietralla N. et al. // Eur. Phys. J.: Web of Conf. 2018. **178**, 02007.
 [22] Wood J.L., Zganjar E.F., Coster C.D., Heyde K. // Nucl. Phys. 1999. A **651**, 323.

Analysis of the shape evolution phenomena in ^{96}Zr and ^{96}Mo based on the collective Bohr Hamiltonian

M. A. Mardyban^{1,2,a}, D. A. Sazonov^{1,3}, T. M. Shneidman^{2,4}, E. A. Kolganova^{1,2}, R. V. Jolos^{1,2}

¹Dubna State University, Dubna, 141982, Russia

²Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 141980, Russia

³Information Technology Laboratory, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 141980, Russia

⁴Kazan Federal University, Kazan 420008, Russia

E-mail: ^ammardyban@theor.jinr.ru

The observed properties of the low-lying collective excitations of ^{96}Zr and ^{96}Mo are investigated in the framework of the collective quadrupole nuclear model with the Bohr Hamiltonian, whose potential energy has two minima — spherical and deformed. Satisfactory description of the excitation energies and transition probabilities is obtained. It is shown that in the case of ^{96}Zr both minima are sufficiently deep. However, in the case of ^{96}Mo a deformed minimum is only outlined.

PACS: 21.10.Re, 21.10.Ky, 21.60.Ev.

Keywords: nuclear structure, collective Hamiltonian, quadrupole deformation.

Received 20 June 2019.

Сведения об авторах

1. Мардыбан Мария Александровна — студент; e-mail: mmardyban@theor.jinr.ru.
2. Сазонов Дмитрий Андреевич — студент; e-mail: dsazonov@theor.jinr.ru.
3. Шнейдман Тимур Маркович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; e-mail: shneyd@theor.jinr.ru.
4. Колганова Елена Александровна — канд. физ.-мат. наук, доцент, ст. науч. сотрудник; e-mail: kea@theor.jinr.ru.
5. Джолос Ростислав Владимирович — док. физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотрудник; e-mail: jolos@theor.jinr.ru.