Исследования нарушения неравенств Вигнера с учетом влияния фоновых процессов

А. Ю. Ефимова*
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра физики атомного ядра и квантовой теории столкновений
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2
(Статья поступила 20.06.2019; Подписана в печать 22.08.2019)

В работе исследованы условия нарушения неравенств Вигнера в квантовой механике для систем запутанных по аромату пар нейтральных каонов при наличии фона. В качестве простейшей модели «сигнал + фон» используется состояние Вернера. Показано, что для нарушения неравенств Вигнера в рассматриваемой модели необходимо, чтобы примесь фона составляла менее 0.4%.

PACS: 03.65.Ta, 03.65.Ud УДК: 539.182
Ключевые слова: Локальный реализм, неравенства Белла, неравенства Вигнера, псевдоскалярные мезоны.

ВВЕДЕНИЕ

С момента создания квантовой механики в первой четверти XX века остро встал вопрос, является ли вероятностное описание природы, предложенное в квантовой теории, фундаментальным свойством окружающего нас мира, или вероятность — это только артефакт модели измерения микроскопических квантовых систем при помощи «грубых» макроскопических приборов? Н. Бор, В. Гейзенберг, В. Паули и их многочисленные ученики склонялись к признанию вероятности в качестве фундаментального свойства природы. Поэтому основополагающая роль случайности для построения квантовой физики нашла свое отражение в Копенгагенской интерпретации квантовой механики. Напротив, А. Эйнштейн, Луи де Бройль и ряд их последователей как раз из-за наличия вероятностных предсказаний считали квантовую механику «неполной» временной моделью, которая рано или поздно будет заменена «правильной» детерминистической теорией в духе классической механики. Такой взгляд привел к формулировке Статистической интерпретации квантовой механики и породил гипотезу скрытых параметров, то есть представление о некоторых «тонких» характеристиках квантовой системы, которые недоступны для измерения макроскопическими приборами. И усреднением по этим характеристикам объяснялся статистический характер квантовой теории [1].

В 1935 г. А. Эйнштейн, Б. Подольский и Н. Розен сформулировали требования к теории, которая по их мнению должна прийти на смену квантовой механике [2]. Набор этих требований получил в литературе название «Локального реализма». Он включает в себя следующие утверждения:

1. Классический реализм: совокупность всех физических характеристик системы, сформулированных в классических терминах, существует совместно и независимо от наблюдателя, даже если наблюдатель одновременно не может измерить эти характеристики никаким классическим измерительным прибором.

2. Локальность: если два измерения выполнены в точках 4-мерного пространства–времени, которые разделены между собой пространственноподобным интервалом, то показания одного классического прибора никак не влияют на показания другого классического прибора.

3. Свобода выбора или свобода воли: экспериментатор совершенно свободно может выбрать любые параметры эксперимента из набора доступных параметров.

На уровне качественных рассуждений А.Эйнштейном с соавторами было продемонстрировано, что концепция Локального реализма противоречит свойствам запутанных состояний в квантовой механике. Этот факт получил широкую известность как парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена.

Чаще всего конкретные теории, которые удовлетворяют концепции Локального реализма, пытаются построить при помощи различных моделей скрытых параметров. При этом понятие Локального реализма может быть дополнено или расширенно. Характерными примерами тут могут служить публикации [3, 4] и монография [5]. Однако в настоящей работе мы строго придерживаемся самой общей формулировки концепции Локального реализма без всякой связи с ее возможными реализациями или модельнозависимыми расширениями.

В 1964 г. Дж. Белл привел первое, основанное на гипотезе о скрытых параметрах, количественное соотношение, которое позволяло экспериментально опровергнуть справедливость применения концепции Локального реализма к квантовым явлениям [6, 7]. Это соотношение получило название неравенства Белла и породило новое экспериментальное направление в физике микромира. В 1969 г. Клаузер, Хорн, Шимони и Хольт предложили более общее неравенство для проверки справедливости Локального реализма. В отличии от неравенства Белла новое неравенство не опиралось на

*E-mail: efimova.ai17@physics.msu.ru

гипотезу о скрытых параметрах [8]. Оба неравенства: Белла и КХШХ оперировали корреляторами наблюдаемых величин. Корреляторы достаточно просто вычисляются в рамках нерелятивистской квантовой механики (НКМ), но в квантовой теории поля (КТП) с вычислениями корреляторов могут возникнуть трудности. Представление о современном развитии идей Дж. Белла можно почерпнуть из монографий [5, 9, 12].

Наконец в 1970 г. Юджин Вигнер предложил неравенство треугольника для совместных вероятностей значений двух наблюдаемых, которое получило название неравенства Вигнера [13]. Поскольку совместная вероятность одинаково хорошо вычисляется как в НКМ, так и в КТП, то неравенство Вигнера более предпочтительно при проверке в рамках экспериментальной физики элементарных частиц/физики высоких энергий.

Чтобы записать неравенство Вигнера в удобной форме обозначим через $n_\pm$ проекцию спина $\pm 1/2$ на ось, направление которой в пространстве задается единичным вектором $\vec{n}$. Рассмотрим пару фермионов «1» и «2», для которых проекции спинов на любое направление $\vec{n}$ подчиняются условию антикорреляции

$$n_\pm^{(1)} = -n_\mp^{(2)},$$

где $i = \{1, 2\}$ — номера каждого из двух фермионов.

В квантовой механике примером состояния, в котором результаты измерения проекций спинов фермионов на любую ось обладают подобной корреляцией, является синглетное по спину состояние Белла

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|n_+^{(2)}\rangle \otimes |n_-^{(1)}\rangle - |n_-^{(2)}\rangle \otimes |n_+^{(1)}\rangle\right).$$

Теперь предположим, что состояние системы двух антикоррелированных по спину фермионов подчиняется не законам квантовой физики, а удовлетворяет концепции Локального реализма. Выберем в пространстве три некомпланарных направления, которые задаются единичными векторами **a**, **b** и **c**. В сформулированных выше условиях для совместных вероятностей измерения проекций спинов первого и второго фермионов на любые два непараллельных направления всегда справедливо неравенство треугольника. Это приводит к возникновению следующего неравенства — неравенства Вигнера для двух частиц, которое будет рассматриваться в настоящей работе:

$$\begin{aligned} &w\left(a_+^{(2)}, b_+^{(1)} | A^{(2)}, B^{(1)}\right) \le \\ &\le w\left(c_+^{(2)}, b_+^{(1)} | C^{(2)}, B^{(1)}\right) + w\left(a_+^{(2)}, c_+^{(1)} | A^{(2)}, C^{(1)}\right). \end{aligned} \tag{1}$$

Под «A», «B» и «C» понимаются состояния макроскопических приборов, которые измеряют проекции спинов.

Таким образом, если справедлива концепция Локального реализма, то каким бы не был выбор направлений **a**, **b** и **c**, неравенство (1) не может быть нарушено. Однако в работе [13] было показано, что в рамках квантовой теории возможно указать тройку направлений **a**, **b** и **c**, для которых неравенство Вигнера (1) нарушается. Таким образом экспериментальное обнаружение нарушения неравенства Вигнера позволяет исключить гипотезу Локального реализма. Если же в эксперименте не будет наблюдаться нарушение неравенства (1), то невозможно сделать выбор между квантовой механикой и Локальным реализмом. Поэтому важно точно установить, при каких условиях в реальном эксперименте можно ожидать нарушения неравенства (1).

В 1986 г. неравенство Вигнера было предложено проверять в системах пар нейтральных псевдоскалярных мезонов, родившихся при распаде векторных мезонов [14]. Например, в $K^0\bar{K}^0$–системах, рождающихся в запутанном по аромату (по странности) состоянии Белла $|\Psi^-\rangle$ при распаде $\phi(1020)$-мезона [15, 16].

Как правило рассуждения о нарушении неравенств Вигнера для пар псевдоскалярных мезонов проводились в предположении, что мезоны всегда рождаются в чистом $|\Psi^-\rangle$–состоянии [17]. Однако в реальном эксперименте это не так. Например, на B–фабриках KEKB (KEK, Япония) и PEP-II (Стенфорд, США) пары нейтральных $B^0\bar{B}^0$–мезонов рождались при распаде векторного $\Upsilon(4S)$–резонанса. Пик резонанса примерно в пять раз превышает подложку из $b\bar{b}$ кварковых пар, которые также могут фрагментировать в $B^0\bar{B}^0$–мезоны. То есть условия реальных экспериментов диктуют необходимостью рассматривать нарушение неравенств Белла и Вигнера с учетом вклада фоновых процессов.

1. ТРИ БАЗИСА В СИСТЕМЕ НЕЙТРАЛЬНЫХ КАОНОВ

В качестве дихотомных величин могут выступать не только удвоенные проекции спинов на три различные некомпланарные оси. Например, в системах псевдоскалярных нейтральных мезонов в качестве дихотомных наблюдаемых можно выбрать аромат нейтрального (анти)мезона, его CP–четность и определенную массу/время жизни. Данным квантовым числам соответствуют три «естественных» базиса. Далее изложение будет проводиться для нейтральных каонов. Первый базис задается в пространстве ароматов и имеет вид

$$|K^0\rangle = |d\bar{s}\rangle \quad \text{и} \quad |\bar{K}^0\rangle = |s\bar{d}\rangle. \tag{2}$$

Выберем произвольную фазу CP–сопряжения так, чтобы

$$\hat{C}\hat{P}\,|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle \quad \text{и} \quad \hat{C}\hat{P}|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle,$$

где $\hat{C}$ и $\hat{P}$ — операторы зарядового и пространственного сопряжения соответственно. Тогда CP–базис задается как

$$|K_1^0\rangle = \frac{|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad |K_2^0\rangle = \frac{|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}}, \tag{3}$$

где

$$\hat{C}\hat{P}\,|K_1^0\rangle = |K_1^0\rangle \quad \text{и} \quad \hat{C}\hat{P}\,|K_2^0\rangle = -|K_2^0\rangle.$$

Базис состояний с определенной массой и временем жизни, которые диагонализуют гамильтониан нейтральных псевдоскалярных мезонов [18], имеет вид [19]:

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}}\left(|K_2^0\rangle + \varepsilon|K_1^0\rangle\right) = p|K^0\rangle - q|K^0\rangle \quad (4)$$

и

$$|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}}\left(|K_1^0\rangle + \varepsilon|K_2^0\rangle\right) = p|K^0\rangle + q|K^0\rangle, \quad (5)$$

где ε — параметр CP–нарушения, p и q комплексные константы. Экспериментальные значения параметра CP–нарушения [20]:

$$\begin{aligned} &|\varepsilon| = (2.228 \pm 0.011) \times 10^{-3} \\ \text{и} \quad &|Re(\varepsilon)| = (1.596 \pm 0.013) \times 10^{-3}. \end{aligned} \quad (6)$$

2. ДВЕНАДЦАТЬ НЕРАВЕНСТВ ВИГНЕРА В СИСТЕМЕ НЕЙТРАЛЬНЫХ КАОНОВ

Отождествляя проекции спинов на оси, задаваемые единичными векторами **a**, **b** и **c**, с ароматом, CP–четностью и определенной массой/временем жизни каона при помощи базового неравенства Вигнера (1) в условиях концепции Локального реализма можно получить двенадцать неравенств для системы двух нейтральных каонов, чьи квантовые числа подчиняются условию антикорреляции:

$$\begin{aligned}
w(K^{(2)}, K_S^{(1)}) &\le w(K_2^{(2)}K_S^{(1)}) + w(K^{(2)}, K_2^{(1)}); && (7)\\
w(K^{(2)}, K_L^{(1)}) &\le w(K_2^{(2)}K_L^{(1)}) + w(K^{(2)}, K_2^{(1)}); && (8)\\
w(\bar{K}_2^{(2)}, K_S^{(1)}) &\le w(K_2^{(2)}K_S^{(1)}) + w(\bar{K}^{(2)}, K_2^{(1)}); && (9)\\
w(\bar{K}^{(2)}, K_L^{(1)}) &\le w(K_2^{(2)}K_L^{(1)}) + w(\bar{K}^{(2)}, K_2^{(1)}); && (10)\\
w(K^{(2)}, K_2^{(1)}) &\le w(K_S^{(2)}K_2^{(1)}) + w(K^{(2)}, K_S^{(1)}); && (11)\\
w(K^{(2)}, K_1^{(1)}) &\le w(K_S^{(2)}K_1^{(1)}) + w(K^{(2)}, K_S^{(1)}); && (12)\\
w(\bar{K}^{(2)}, K_2^{(1)}) &\le w(K_S^{(2)}K_2^{(1)}) + w(\bar{K}^{(2)}, K_S^{(1)}); && (13)\\
w(\bar{K}^{(2)}, K_2^{(1)}) &\le w(K_S^{(2)}K_2^{(1)}) + w(\bar{K}^{(2)}, K_S^{(1)}); && (14)\\
w(K_2^{(2)}, K_S^{(1)}) &\le w(K^{(2)}K_S^{(1)}) + w(K_2^{(2)}, K^{(1)}); && (15)\\
w(K_2^{(2)}, K_L^{(1)}) &\le w(K^{(2)}K_L^{(1)}) + w(K_2^{(2)}, K^{(1)}); && (16)\\
w(K_1^{(2)}, K_S^{(1)}) &\le w(K^{(2)}K_S^{(1)}) + w(K_1^{(2)}, K^{(1)}); && (17)\\
w(K_1^{(2)}, K_L^{(1)}) &\le w(K^{(2)}K_L^{(1)}) + w(K_1^{(2)}, K^{(1)}). && (18)
\end{aligned}$$

На примере неравенства (7) поясним подробнее, как возникают неравенства (7)–(18). В пространстве состояний каждого из двух нейтральных каонов в качестве аналога базисных состояний проекций спина на направление **a** выберем базис ароматов. Тогда $a_+^{(i)} \equiv K^{(i)}$ и $a_-^{(i)} \equiv \bar{K}^{(i)}$. Аналогично примем, что $b_+^{(i)} \equiv K_S^{(i)}$, $b_-^{(i)} \equiv K_L^{(i)}$, $c_+^{(i)} \equiv K_2^{(i)}$ и $c_-^{(i)} \equiv K_1^{(i)}$. Тогда из (1) немедленно следует (7). Еще раз подчеркнем, что если справедлива концепция Локального реализма, то на любых антикоррелированных состояниях нейтральных каонов неравенства (7)–(18) должны выполняться.

Теперь запишем неравенства (7)–(18), вычислив все входящие в них вероятности в рамках квантовой механики. Это необходимо, чтобы понять, какие из неравенств (7)–(18) нарушаются в рамках квантовой теории. Пусть $K\bar{K}$–пара появляется при распаде $\phi(1020)$–мезона. В этом случае мезоны рождаются в запутанном по аромату состоянии Белла [14]:

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|K^{(2)}\rangle \otimes |\bar{K}^{(1)}\rangle - |\bar{K}^{(2)}\rangle \otimes |K^{(1)}\rangle\Big). \quad (19)$$

Можно показать, что в этом состоянии выполняется антикорреляция по всем квантовым числам пары каонов. Любая вероятность вида $w(\alpha^{(2)}, \beta^{(1)})$, входящая в неравенства (7)–(18), с учетом соотношений (3), (4), (5) и (19) вычисляется по стандартной квантовомеханической формуле

$$w(\alpha^{(2)}, \beta^{(1)}) = \Big|\langle \alpha^{(2)}| \otimes \langle \beta^{(1)}|\Psi^-\rangle\Big|^2.$$

Тогда двенадцать неравенств Вигнера (7)–(18) сводятся к четырем неравенствам, которые могут быть записаны через параметр CP–нарушения ε. Именно неравенства (7) и (13) переходят в неравенство

$$|Re(\varepsilon)| \ge -1, \quad (20)$$

неравенства (8) и (14) сводятся к неравенству

$$|Re(\varepsilon)| \ge -|\varepsilon|^2, \quad (21)$$

неравенства (9), (11), (16) и (17) можно записать как

$$|Re(\varepsilon)| \le 1. \quad (22)$$

Отметим, что в силу экспериментальных значений параметра CP–нарушения (6) неравенства (20) — (22) никогда не нарушаются.

Наконец неравенства (10), (12), (15) и (18) переходят в неравенство

$$|Re(\varepsilon)| \le |\varepsilon|^2, \quad (23)$$

которое в квантовой теории сильно нарушается. Данный факт был впервые отмечен в работе [15]. В этой же работе был сделан вывод, что проверка неравенств Вигнера должна быть проведена в системах пар нейтральных каонов.

3. ВОЗМОЖНОСТЬ НАРУШЕНИЯ НЕРАВЕНСТВ ВИГНЕРА В ПРИСУТСТВИИ ФОНА

Однако, как уже было сказано выше, неравенство (23) не отвечает реальной экспериментальной ситуации, где помимо $\phi(1020)$–мезона рождаются $s\bar{s}$–кварковые пары, которые могут адронизоваться в $K^0\bar{K}^0$–системы. Простейшей моделью реальной экспериментальной ситуации является описание рождения $K^0\bar{K}^0$–пары при помощи состояния Вернера [21], которое задается матрицей плотности вида

$$\hat{\rho}^{(W)} = x\,|\Psi^-\rangle\langle\Psi^- + \frac{1}{4}\,(1-x)\,\hat{1}. \tag{24}$$

Параметр чистоты $1 \geq x \geq 0$ определяет долю $K^0\bar{K}^0$–пар, которые были рождены в состоянии $|\Psi^-\rangle$ при распаде $\phi(1020)$–мезона. Оператор $\hat{1}$ — единичная матрица размерности 4×4 - отражает вклад фоновых процессов в рождение $K^0\bar{K}^0$–пар.

На состоянии Вернера неравенства (10), (12), (15) и (18) записываются в виде

$$x\left(1 + 2|Re(\varepsilon)| - |\varepsilon|^2\right) \leq 1 + |\varepsilon|^2, \tag{25}$$

что сильно отличается от неравенства (23) без учета вклада фоновых процессов. Из (25) можно получить значения параметра чистоты x, при которых нарушение неравенства Вигнера может быть экспериментально обнаружено:

$$x \leq \frac{1 + |\varepsilon|^2}{1 + 2|Re(\varepsilon)| - |\varepsilon|^2}; \tag{26}$$

Подстановка в это неравенство параметра CP–нарушения из (6) дает следующий численный результат, основной вклад в погрешность которого вносят погрешности экспериментального измерения параметров ε и $Re(\varepsilon)$:

$$x \leq (0.996828 \pm 0.000026). \tag{27}$$

Таким образом при $x \in [0; 0,996828]$ ни одно из неравенств Вигнера нарушаться не будет. Для экспериментального обнаружения нарушения неравенств (10), (12), (15) и (18) необходимо обеспечить долю $\phi(1020)$–мезонов, превышающую 99.6%. Остальные неравенства Вигнера не нарушаются ни при каких условиях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что из двенадцати неравенств Вигнера (7)–(18) для антикоррелированных пар псевдоскалярных каонов без учета фона нарушаться могут только четыре (10), (12), (15) и (18). В реальном эксперименте для обнаружения нарушения данных неравенств необходимо, чтобы доля фоновых процессов была меньше 0.4%.

Благодарности

Автор выражает благодарность своему научному руководителю доценту кафедры физики атомного ядра и квантовой теории столкновений Н. В. Никитину за идею данной статьи и помощь на всех этапах выполнения работы.

[1] *Bub J.* // Interpreting the Quantum World. Cambridge, 1997.
[2] *Einstein A., Podolsky B., Rosen N.* // Phys. Rev. 1935. **47**. P. 777.
[3] *Khrennikov A. Y.* // Contextual Approach to Quantum Formalism (Fundamental Theories of Physics). Springer, 2009.
[4] *Khrennikov A. Y.* // AIP Conference Proceedings. 2012. **1424**. P. 160.
[5] Quantum Mechanics Versus Local Realism, *edit. by Selleri F.*. Plenum Press, New York and London, 1988.
[6] *Bell J. S.* // Physics 1964. **1**. P. 195.
[7] *Bell J. S.* // Rev. Mod. Phys. 1966. **38**. P. 447.
[8] *Clauser J. F., Horne M. A., Shimony A., Holt R. A.* // Phys. Rev. Lett. 1969. **23**. P. 880.
[9] The Einstein-Podolsky-Rozen Paradox in Atomic, Nuclear and Particle Physics. *edit. by Afriat A. and Selleri F.*, Science, 1999.
[10] *Auletta G.* // Foundations and Interpretations of Quantum Mechanics. World Scientific, Singapore, 2001.
[11] Quantum (Un)speakables. *edit. by Bertlmann R. A. and Zeilinger A.*, Springer, 2002.
[12] Quantum (Un)speakables II. *edit. by Bertlmann R. A. and Zeilinger A.*, Springer, 2017.
[13] *Wigner E. P.* // Am. J. Phys. 1970. **38**. 1005.
[14] *Kluge W.* // Nucl. Phys. B. Proc. Supp. 2004. **135**. P. 357.
[15] *Privitera P. , Selleri F.* // Phys. Lett. B. 1992. **296**. P. 261.
[16] *Bertlmann R. A., Hiesmayr B. C.* // Phys. Rev. A. 2001. **63**. 062112.
[17] *Nikitin N., Sotnikov V., and Toms K.* // Phys. Rev. D. 2015. **92**. 016008.
[18] *Окунь Л.Б.* Лептоны и кварки. М.: Наука, 1990.
[19] *Bigi I. I., Sanda A. I.*// CP Violation. 2nd edition, Cambridge, 2009.
[20] *Particle Data Group* // Phys. Rev. D. 2018. **98**. 030001.
[21] *Werner R.F.* // Physi. Rev. A. 1989. **40**. P. 4277.

Study of the Wigner inequalities violation with background

A. Yu. Efimova

Department of Nuclear Physics and Quantum Theory of Collisions, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia
E-mail: efimova.ai17@physics.msu.ru

In the current work we study the violation of the Wigner inequalities in kaon-pair state $|\Psi^-\rangle$ with background. It's shown, that the violation in Wigner inequalities is possible only if purity of system more than 99.6%.

PACS: 03.65.Ta, 03.65.Ud.
Keywords: Local realism, Bell inequalities, Wigner inequalities.
Received 2019.

Сведения об авторах

Ефимова Анна Юрьевна —студентка; тел.: (495) 939-50-32, e-mail: efimova.ai17@physics.msu.ru.