

**Акустические волны в клине кристалла ниобата лития**А. И. Коробов,<sup>\*</sup> А. А. Агафонов, А. Н. Кокшайский, М. Ю. Изосимова<sup>†</sup><sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Статья поступила 22.10.2018; Подписана в печать 28.11.2018)

Проведены экспериментальные исследования особенностей нелинейного распространения акустических волн в остроугольном клине из анизотропного кристалла ниобата лития. Обнаружены эффект быстрой динамики, нелинейное поглощение и генерация второй и третьей гармоник клиновых упругих волн.

PACS: 43.25.+y.

УДК: 534.2.

Ключевые слова: клиновые волны; нелинейное поглощение, эффект быстрой динамики, ниобат лития.

**ВВЕДЕНИЕ**

Численные расчеты по распространению акустических волн вдоль ребра остроугольного изотропного твердотельного клина, впервые проведенные еще в 1972 г. независимо Лагассом [1] и Марадуниным с соавторами [2], показали, что в нем могут распространяться несколько антисимметричных (изгибных) мод и одна симметричная мода так называемых клиновых упругих волн (КУВ), скорости которых меньше скорости поверхностных волн на боковой поверхности клина и не зависят от частоты [3–5]. На основании экспериментально измеренных скоростей для трех первых мод клиньев с разными углами была предложена эмпирическая формула для скоростей изгибных клиновых волн:

$$V(n) = V(R) \sin(n\theta), \quad n\theta \leq \pi/2, \quad (1)$$

где  $V(R)$  — скорость волны Рэлея на боковой поверхности клина,  $n = 1, 2, 3, \dots$  — номер антисимметричной клиновой моды,  $\theta$  — угол раскрытия клина. Экспериментальные исследования показали, что эти моды локализованы на расстоянии порядка длины волны от вершины клина.

При анализе свойств КУВ отмечают низкую скорость их распространения, отсутствие дисперсии, дифракционных потерь и высокую степень локализации энергии КУВ у ребра клина [1–11]. Подобные свойства клиновых волн могут быть востребованы в ультразвуковой дефектоскопии для тестирования качества изделий сложной формы, содержащих ребра, например, турбинных лопаток, режущих деталей, гребных винтов и других изделий в машиностроении изготовленных из твердотельных материалов [9, 10]. В последнее время разрабатываются новые экспериментальные методы исследования особенностей распространения КУВ с использованием оптических методов: лазерные ультразвуковые методы оптической генерации и регистрации акустических волн в твердотельном клине [12–15].

Большинство экспериментов по исследованию КУВ проводились в изотропных твердых телах. Это связано с более простой технологией изготовления металлических клиньев по сравнению с клиньями из анизотропных материалов. В изотропном твердом теле, обладающем высокой симметрией, при распространении изгибной клиновой волны не должна генерироваться вторая гармоника клиновой волны за счёт классической нелинейности, связанной с ангармонизмом кристаллической решетки [16–18]. Однако, генерация второй гармоники при распространении антисимметричных мод клиновых волн может быть обусловлена анизотропией образца [19], нарушением геометрии клина [20] (скошенный край, не прямая форма клина), или наличием дефектов в нем [10, 12–14, 17, 21].

В [12, 13] оптическими методами исследовано преобразование мод клиновых волн в прошедшем и отражённом сигналах КУВ при взаимодействии с искусственно созданным микродефектом в стальном образце. В [14, 15] теоретически и численно проанализированы нелинейные характеристики клиновых волн в средах с анизотропией и дефектами внутренней структуры. Было отмечено, что в таких средах возможна генерация второй акустической гармоники клиновых изгибных волн, в отличие от случая идеальной изотропной среды. Разработаны методы для описания эволюции формы одиночного акустического импульса и получено солитонное решение для случая со слабой дисперсией [15].

Экспериментальных работ, посвященных исследованию нелинейных КУВ в анизотропных твердых телах, выполнено сравнительно мало [2, 19, 20, 22, 23]. В частности, в [19] наблюдалось нелинейное распространение клиновых волн в твердотельном клине из монокристалла кремния. Экспериментально исследовались акустические импульсы в клине, у которых при распространении наблюдался ряд нелинейных эффектов: увеличение крутизны фронта импульса, сужение импульса и образование ударного профиля. Формирование ударных волн авторами описывалось нелинейным эволюционным уравнением, которое позволяло предсказать характерные черты 1D ударных волн, отличающие их от аналогичных объемных и поверхностных волн.

<sup>\*</sup>E-mail: aikor42@mail.ru<sup>†</sup>E-mail: maria.izosimova@mail.ru

В обзорной статье [22], отмечается, что если поверхностные акустические волны (ПАВ) давно и хорошо исследованы, изучены их линейные и нелинейные свойства, то клиновые волны остаются недостаточно изученными. При этом необходимо отметить, что экспериментальных исследований особенностей распространения гармонической КУВ конечной амплитуды в анизотропном клине и обогащения ее спектра проведено не было.

Поэтому целью данной работы является исследование особенностей нелинейных явлений в анизотропном пьезоэлектрическом образце клина ниобата лития при распространении в нем гармонической КУВ конечной амплитуды.

## 1. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБРАЗЦЫ

Экспериментальные исследования нелинейных упругих эффектов в анизотропном материале проводились в образце клина, изготовленном из пластинки пьезоэлектрического кристалла ниобата лития  $YZ$ -среза размерами  $2 \times 10 \times 60$  мм и углом раскрытия  $64^\circ$  (рис. 1). Кристаллографическая ось  $Y$  ориентирована перпендикулярно плоскости пластинки, а ось  $Z$  направлена параллельно ребру клина. Плоскость  $OXZ$  совпадает с одной из граней клина. При изготовлении клина на его ребре образовался небольшой дефект с размерами вдоль ребра клина  $\sim 1$  мм и глубиной  $\sim 0,2$  мм. Глубина дефекта была в несколько раз меньше длины волны КУВ  $\lambda = 0,83$  мм, а продольные размеры дефекта сопоставимы с длиной клиновой волны.

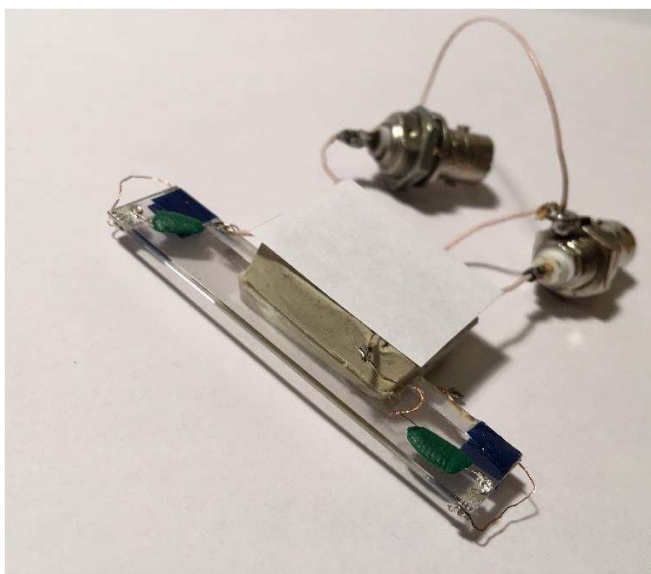


Рис. 1: Образец клина из ниобата лития

Возбуждение и прием КУВ в образце из ниобата лития, который является пьезоэлектриком, осуществлялось двумя способами: либо с использованием тон-

ких  $Y - 36^\circ$  срезов из ниобата лития, приклеенных на боковой поверхности клина у его ребра раствором сахара в глицерине, либо с помощью двух встречно-штыревых преобразователей (ВШП) [24]. ВШП изготавливались путем нанесения электродов необходимой конфигурации из электропроводящего клея на боковую грань клина вблизи его ребра на расстоянии  $L = (50 \pm 0.5)$  мм друг от друга.

Экспериментальные исследования линейных и нелинейных упругих свойств клиновых волн проводились на автоматизированной экспериментальной установке, разработанной авторами для исследования упругих волн в твердых телах [21] (рис. 2).

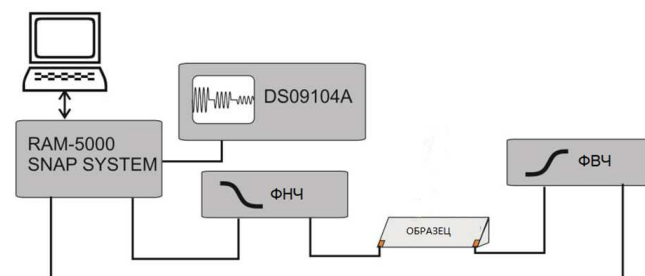


Рис. 2: Схема экспериментальной установки

Экспериментальная установка состоит из образца клина, ультразвукового измерительного комплекса RAM-5000 SNAP SYSTEM (Ritec), работающего в импульсном режиме и используемого для генерации импульсов КУВ с синусоидальным заполнением в исследуемом образце и приема КУВ, прошедших через образец, персонального компьютера, системы фильтров низких частот (ФНЧ) и высоких частот (ФВЧ) для выделения сигналов первой, второй и третьей гармоник КУВ из сигнала клиновой волны, прошедшего через образец, и цифрового осциллографа DS09104A (Agilent, США) для визуального контроля импульсов КУВ в клине. Исследования нелинейных упругих свойств клина проводилось спектральным методом по эффективности генерации второй и третьей гармоники КУВ.

В ходе эксперимента проводились измерения следующих параметров клиновой волны: амплитуды первой, второй и третьей гармоник КУВ и их фаз. Результаты измерений оцифровывались встроенными в измерительный комплекс 16-ти разрядными аналого-цифровыми преобразователями (АЦП) и передавались в ПК для хранения экспериментальных результатов и последующей их математической обработки.

Измерение скорости распространения КУВ проводилось импульсным методом:  $V = L/\tau$  ( $L$  — расстояние между ВШП,  $\tau$  — время распространения импульса КУВ в клине).

При исследовании эффекта быстрой динамики измерялось изменение фазы  $\Delta\varphi$  сигнала первой гармоники КУВ в зависимости от его амплитуды, ко-

торое пересчитывалась в относительное изменение фазовой скорости  $\Delta V$ :

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta \varphi}{2\pi f \tau} \quad (2)$$

где  $f$  — частота, зондирующего сигнала на которой проводились измерения,  $\tau$  — время распространения КУВ в образце,  $V$  — скорость КУВ.

Измерение амплитуд излучаемого и принимаемого импульсов позволило исследовать зависимость изменения поглощения клиновых волн  $\alpha$  от их амплитуды  $A$ :

$$\begin{aligned} \Delta \alpha = \alpha - \alpha_0 &= \frac{1}{L} \ln \frac{U}{A(U)} - \frac{1}{L} \ln \frac{U_0}{A_0} = \\ &= \frac{1}{L} \ln \frac{A_0 U}{A(U) U_0}, \quad (3) \end{aligned}$$

где  $U, A$  — амплитуды излучаемого и принимаемого импульсов соответственно.  $U_0, A_0$  — амплитуды излучаемого и принимаемого импульса при некотором фиксированном значении амплитуды излучаемого импульса, при котором поглощение равно  $\alpha_0$ ,  $L$  — расстояние между преобразователями.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В анизотропном образце клина из ниобата лития с апертурой  $64^\circ$  на частоте  $f = 3.85$  МГц возбуждалась изгибная мода КУВ, скорость которой была равна  $(3190 \pm 40)$  м/с. Ошибка в измерении скорости КУВ  $V = L/\tau$  была равна 1.2% и определялась ошибкой в измерении расстояния  $L = (50 \pm 0.5)$  мм и времени распространения КУВ между ВШП в образце  $\tau = (15.6 \pm 0.1)$  мкс. Время  $\tau$  измерялось с помощью цифрового осциллографа.

Спектральный состав прошедшей через образец клиновой волны конечной амплитуды описывается следующим выражением:

$$U = U_{1f} \sin(2\pi ft - k_f L) + U_{2f} \sin[2(2\pi ft - k_f L)] + U_{3f} \sin[3(2\pi ft - k_f L)], \quad (4)$$

где  $U_{1f}, U_{2f}, U_{3f}$  — амплитуды первой, второй и третьей упругих гармоник КУВ,  $k$  — волновой вектор.

В случае, когда в клине присутствует только классическая нелинейность, обусловленная ангармонизмом кристаллической решетки, амплитуда второй гармоники КУВ пропорциональна амплитуде основной частоты в степени  $M_2 = 2$  [25]:

$$U_{2f} \sim N_2 k^2 L U_{1f}^{M_2}, \quad (5)$$

а амплитуда третьей гармоники КУВ пропорциональна амплитуде основной частоты в степени  $M_3 = 3$ :

$$U_{3f} \sim N_3 k^3 L U_{1f}^{M_3}, \quad (6)$$

где  $N_2, N_3$  — нелинейные упругие параметры, характеризующие квадратичную и кубичную нелинейную упругость материала клина. В средах с дефектами, кроме классической нелинейности, проявляется неклассическая нелинейность, обусловленная дефектной структурой материала. В таких материалах степенная зависимость акустических гармоник может отличаться от классической:  $M_2 \neq 2$  и  $M_3 \neq 3$ . Так, в [26] наблюдался переход от степени 2 к дробной степени  $3/2$  в амплитудной зависимости второй гармоники с ростом амплитуды сдвиговой первичной волны в неконсолидированной гранулированной среде. Неклассическая степенная зависимость амплитуды второй гармоники от амплитуды первой гармоники продольной была обнаружена в поликристаллическом сплаве В95 и композите В95/наноалмаз: в сплаве В95 показатель степени  $M_2 = 1.84 \pm 0.01$ , а в композите В95/наноалмаз  $M_2 = 1.74 \pm 0.01$  [27]. Неклассическая зависимость амплитуды второй гармоники КУВ наблюдалась в изотропном клине из поликристаллического сплава алюминия Д16 с остаточными механическими напряжениями: амплитуда второй гармоники КУВ зависела от амплитуды первой гармоники в степени  $M_2 = 1.14 \pm 0.04$  [28].

В настоящей работе в спектре прошедшей клиновой волны, помимо сигнала на основной частоте  $U_{1f}$ , были также экспериментально зарегистрированы и измерены амплитуды второй  $U_{2f}$  и третьей гармоники  $U_{3f}$  в зависимости от амплитуды основной частоты клиновой волны  $U_{1f}$ . При измерении амплитуды второй гармоники КУВ ее величина превышала уровень шума в измерительной системе на (20–25) дБ, а амплитуда третьей гармоники была на (10–15) дБ выше уровня шума. В комплексе RAM-5000 SNAP SYSTEM (Ritec) для определения амплитуды и фазы принимаемого сигнала реализовано синхронное детектирование. Этот метод детектирования сохраняет отличную линейность даже в случае малой амплитуды регистрируемого сигнала и позволяет измерять фазу сигнала с точностью  $0.3^\circ$  и амплитуду каждой гармоники с ошибкой, не превышающей 0.5%. Кроме того, в комплексе предусмотрена возможность усреднения по нескольким результатам измерений [29]. Результаты экспериментальных исследований зависимостей амплитуд второй и третьей гармоник КУВ от амплитуды первой гармоники приведены на рис. 3, а, в соответственно. Как видно из рисунков, зависимость амплитуд второй и третьей гармоник от амплитуды основной частоты носит нелинейный характер. Для анализа проведенных экспериментов выражения (5)–(6) были прологарифмированы:

$$\ln(U_{2f}) = \ln(N_2 k^2 L) + M_2 \ln(U_{1f}), \quad (7)$$

$$\ln(U_{3f}) = \ln(N_3 k^3 L) + M_3 \ln(U_{1f}). \quad (8)$$

Зависимости амплитуд второй и третьей гармоник КУВ от амплитуды основной частоты приведены в двойном логарифмическом масштабе (рис. 3, б, г).

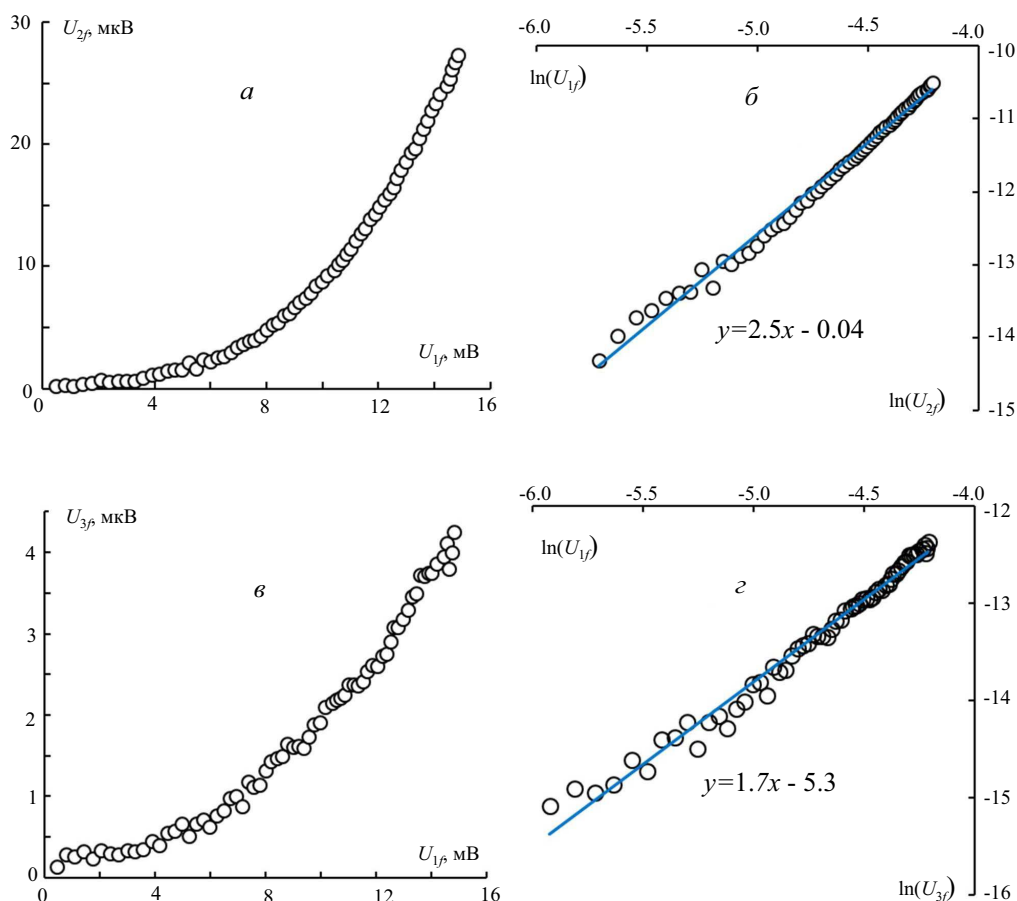


Рис. 3: Зависимость в линейном масштабе: *a* — амплитуды второй гармоники клиновой волны  $U_{2f}$  от амплитуды первой гармоники  $U_f$ , *б* — амплитуды третьей гармоники клиновой волны  $U_{3f}$  от амплитуды первой гармоники  $U_{1f}$ , *в, г* — в двойном логарифмическом масштабе соответственно

Эти зависимости с достаточной степенью точности аппроксимируются прямой  $y = Mx + B$ , при этом коэффициент  $M$ , равный тангенсу наклона прямой (7)–(8), соответствует показателю степени определяющий степенную зависимость амплитуды гармоники от амплитуды основной частоты в (5)–(6). Согласно второй гармоники  $M_2 = 2.51 \pm 0.01$ , и для третьей  $M_3 = 1.70 \pm 0.02$  (точность аппроксимации составляет для второй гармоники  $R^2 = 0.9919$  (рис. 3,б), и для третьей гармоники  $R^2 = 0.9834$  (рис. 3,г). Такие значения показателей степени указывают на наличие в исследуемом образце клина, кроме классической нелинейности, связанной с ангармонизмом кристаллической решетки ниобата лития, неклассической (структурной) нелинейности, обусловленной наличием дефектов в материале клина, появившиеся при его изготовлении.

Результаты экспериментального исследования зависимости поглощения и скорости КУВ от их амплитуды приведены на рис. 4, *a* и *б*, соответственно.

Обнаруженная зависимость изменения скорости и поглощения клиновых волн от их амплитуды ука-

зывает на наличие нелинейности в клине. Следует отметить, что в клине из ниобата лития упругая нелинейность определяется как классической нелинейностью, связанной с ангармонизмом кристаллической решетки, так и структурной нелинейностью, обусловленной дефектами в клине. Выявить вклад каждого из перечисленных видов нелинейности в общую упругую нелинейность клина затруднительно и требует дополнительных исследований.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для проведения экспериментальных исследований нелинейных упругих явлений в анизотропном клине из монокристалла ниобата лития изготовлен экспериментальный образец клина с апертурой угла  $64^\circ$  и разработана методика исследования нелинейных упругих свойств КУВ в клине из анизотропного пьезоэлектрического кристалла ниобата лития. Обнаружена зависимость скорости и поглощения клиновых волн от их амплитуды. Это указывает на наличие нелинейности

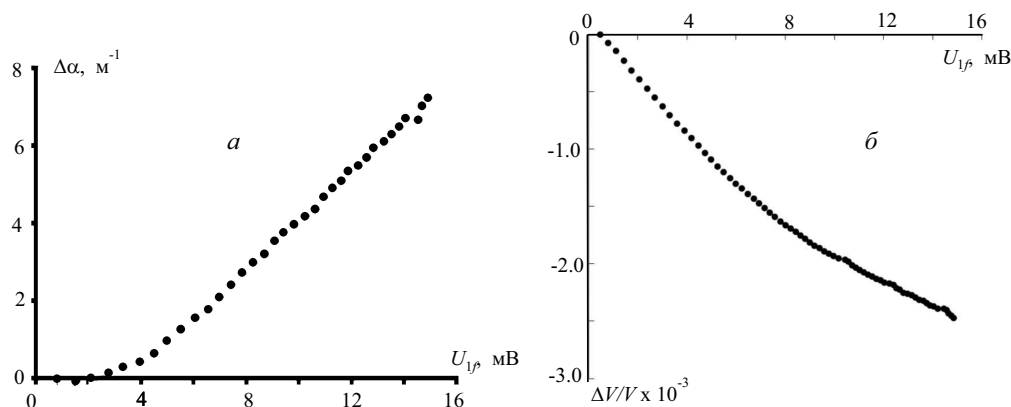


Рис. 4: Зависимость изменения поглощения КУВ (а) и зависимость относительного изменения скорости КУВ (б) от её амплитуды

в материале клина. Исследованы особенности распространения гармонической КУВ конечной амплитуды в анизотропном клине и обогащения ее спектра высшими гармониками КУВ. В клине, кроме генерации второй гармоники клиновой волны, зарегистрирована генерация третьей гармоники. Обнаружено, что амплитуда второй гармоники зависит от амплитуды основной гармоники в степени  $M_2 = 2.51 \pm 0.01$ , и для третьей  $M_3 = 1.70 \pm 0.02$ . Это указывает на то, что в исследованном образце, кроме классических квадратичной и кубической упругой нелинейностей, связанных с а-

гармонизмом кристаллической решетки кристалла ниобата лития, присутствует структурная нелинейность, обусловленная наличием дефектов в образце. Исследованные нелинейные явления могут служить диагностическими признаками наличия дефектов в материале клина. Однако выявить вклад каждого из перечисленных видов нелинейности в общую упругую нелинейность клина затруднительно и требует дополнительных исследований.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-02-01123).

- 
- [1] Lagasse P. E. Electronics Letters. 1972. **8**. P. 372.  
 [2] Lagasse P. E., Mason I. M., Ash E. A. IEEE Trans. Sonics Ultrason. 1973. **20**. P. 143.  
 [3] Lagasse P. E. J. Acoust. Soc. Am. 1973. **53**. P. 1116.  
 [4] Maradudin A. A., Wallis R. F., Mills D. L., Ballard R. L. Phys. Rev. B. 1972. **6**. P. 1106.  
 [5] Sharon T. M., Maradudin A. A., Cunningham S. L. Phys. Rev. B. 1973. **8**. P. 6024.  
 [6] Moss S. L., Maradudin A. A., Cunningham S. L. Phys. Rev. B. 1973. **8**. P. 2999.  
 [7] McKenna J., Boyd G. D., Thurston R. N. IEEE Trans. Sonics Ultrason. 1974. **21**. P. 178.  
 [8] Боженко В. В., Иванов-Шуц К. М., Случ М. И., Солодов И. Ю. Акуст. Журн. 1983. **31**. В. 2. С. 262.  
 [9] Крылов В. В., Шанин А. В. Акуст. Журн. 1991. **37**. В. 1. С. 130.  
 [10] Krylov V. V. II International Symposium on surface waves in solids and layered structures and IV International Scientific Technical Conference, Acoustoelectronics 89, September 14-19, 1989, Varna, Bulgaria. Singapore; Teaneck, N.J.: World Scientific, P. 174.  
 [11] Крылов В. В., Шанин А. В. Акуст. Журн. 1993. **39**. В. 2. С. 292.  
 [12] Ming-I Chen, Seng-Po Tesng, Pei-Yuan Lo, Che-Hua Yang. 2018. Ultrasonics. **82**. P. 289.  
 [13] Lui I. H., Yang C. H. 2010. IEEE Int. Ultrason. Symp. Proc. P. 817.  
 [14] Mayer A. P., Lomonosov A. M., Hess P. 2009. Proc. IEEE Ultrasonics Symp. P. 1088.  
 [15] Sokolova E. S., Kovalev A. S., Mayer A. P. 2013. Wave Motion. **50**. P. 246.  
 [16] Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966.  
 [17] Руденко О. В. Дефектоскопия. 1993. № 8. С. 24.  
 [18] Руденко О. В. Успехи физических наук. 2006. **176**. № 1. С. 77.  
 [19] Lomonosov A. M., Pupyrev P. D., Hess P., Mayer A. P. Phys. Rev. B. 2015. **92**. P. 014112.  
 [20] Shuvalov A. L., Krylov V. V. J. Acoust. Soc. Am. 2000. **107** N 1. P. 657.  
 [21] Korobov A., Izosimova M., Kokshaishii A., Agafonov A. AIP Conference Proceedings. 2015. **1685**. P. 080005.  
 [22] Hess P., Lomonosov A. M., Mayer A. P. 2014. Ultrasonics **54**. P. 39.  
 [23] Pupyrev P. D., Lomonosov A. M., Nikodijevic A., Mayer A. P. 2016. Ultrasonics **71**. P. 278.  
 [24] Кайно Г. Акустические волны. М.: Мир, 1993  
 [25] Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Г. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. М: Мир, 1972  
 [26] Зайцев В. Ю., Назаров В. Е., Турна В., Гусев В. Э., Кастаньеде Б. 2005. Акуст. Журн. **51**. В. 5. С. 633.

[27] Коробов А. И., Прохоров В. М. 2016. Акуст. Журн. **62**. С. 661.

2018 **88**, № 3, С. 385.

[29] [www.ritecinc.com/docs/RAM-5000\\_Info.pdf](http://www.ritecinc.com/docs/RAM-5000_Info.pdf)

[28] Коробов А. И., Агафонов А. А., Изосимова М. Ю. ЖТФ,

---

## Acoustical Waves in the Wedge of Lithium Niobate Crystal

A. I. Korobov<sup>a</sup>, A. A. Agafonov, A. N. Kokshaiskii, M. Yu. Izosimova<sup>b</sup>

<sup>1</sup>*Department of Acoustics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University  
Moscow 119991, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>aikor42@mail.ru, <sup>b</sup>maria.izosimova@mail.ru*

Experimental studies of the features of nonlinear propagation of harmonic acoustic waves in wedges made of an anisotropic lithium niobate crystal are carried out. The effect of fast dynamics, nonlinear absorption and generation of the second and third harmonics of the wedge elastic waves are observed.

PACS: 43.25.+Y.

*Keywords:* wedge waves; nonlinear absorption, fast dynamics, lithium niobate.

*Received 22 October 2018.*

### Сведения об авторах

1. Коробов Александр Иванович — доктор физ.-мат. наук, профессор; e-mail: aikor42@mail.ru.
  2. Агафонов Александр Александрович — аспирант.
  3. Кокшайский Алексей Иванович — мл. науч. сотрудник.
  4. Изосимова Мария Юрьевна — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; e-mail: maria.izosimova@mail.ru.
-