Использование спиноров в представлении Вейля для изучения аномальных Wtb–взаимодействий в процессе t-канального рождения и последующего распада топ-кварка

А. А. Новохатский[1,2,*] Э. Э. Боос[1,2†]
[1]Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2
[2]Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В.Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2
(Статья поступила 29.01.2019; Подписана в печать 26.02.2019)

В работе исследованы спиновые корреляции в процессе t–канального рождения и последующего распада топ–кварка, включающие вклады аномальных Wtb–взаимодействий. В работе вычислен квадрат модуля амплитуды описанного процесса путём использования формализма спиноров в представлении Вейля. Показано, что в квадрате амплитуды при каждой комбинации аномальных параметров стоят существенно разные кинематические функции, что может быть использовано для получения новых ограничений на аномальные параметры.

PACS: 14.65.Ha, 12.60.-i. УДК: 539.128.
Ключевые слова: поляризованный топ–кварк, аномальные Wtb—взаимодействия, спиновые корреляции, вейлевские спиноры

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день Стандартная модель фундаментальных взаимодействий (СМ) подтверждена с высокой точностью в десятках различных экспериментов. Несмотря на это, СМ не может считаться окончательной теорией природы по целому ряду причин. Поэтому создание и проверка новых моделей и теорий за рамками СМ, а так же поиск экспериментальных отклонений от предсказаний СМ является важной задачей физики элементарных частиц.

Физика за рамками СМ может проявляться поразному в зависимости от характерного масштаба новой физики и от характерной энергии столкновений. Если достижимые на коллайдере характерные энергии больше масштаба новой физики, то в столкновениях могут прямо рождаться новые частицы. Если энергии столкновений не хватает для прямого рождения, то новые частицы оказываются слишком тяжёлыми для непосредственного наблюдения в коллайдерных экспериментах, и тогда новая физика может проявиться в модификации уже известных взаимодействий. Это приведет к отличиям от предсказаний СМ в сечениях рождения, ширинах распадов, кинематических распределениях.

В данной работе изучение эффектов новой физики производится на примере t–канального рождения и последующего распада топ–кварка:

$$ub \to dt(\to bW^+(\to e^+\nu_e)).$$

Диаграмма этого процесса представлена на рис. 1.

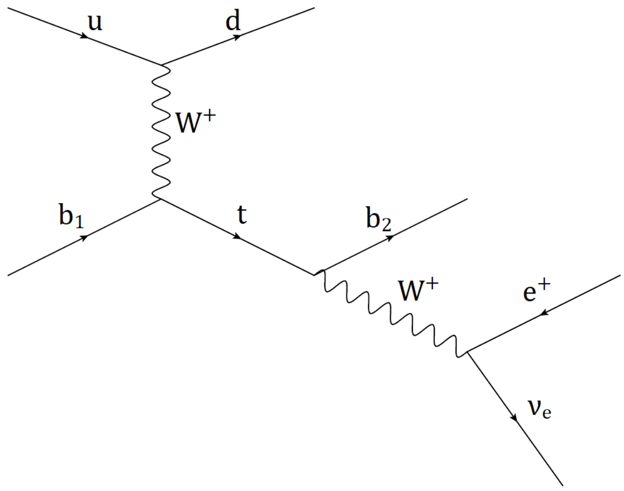

Рис. 1: Диаграмма Фейнмана t–канального процесса рождения и распада топ–кварка

В общем случае отклонения от взаимодействий топ–кварка СМ параметризуются путём добавления к лагранжиану новых калибровочно–инвариантных членов шестой размерности, которые имеют следующий вид [1]:

$$\begin{aligned}
O_{\phi q}^{(3,3+3)} &= \frac{i}{2}\left[\phi^\dagger\left(\tau^I D_\mu - \overleftarrow{D}_\mu\, \tau^I\right)\right]\left(\bar{q}_{L3}\gamma^\mu\tau^I q_{L3}\right), \\
O_{\phi\phi}^{33} &= i\left(\tilde{\phi}^\dagger D_\mu\phi\right)\left(\bar{t}_R\gamma^\mu b_R\right) \\
O_{dW}^{33} &= \left(\bar{q}_{L3}\sigma^{\mu\nu}\tau^I b_R\right)\phi W_{\mu\nu}^I, \\
O_{uW}^{33} &= \left(\bar{q}_{L3}\sigma^{\mu\nu}\tau^I t_R\right)\tilde{\phi} W_{\mu\nu}^I.
\end{aligned} \tag{1}$$

*E-mail: novokhatskii.aa14@physics.msu.ru
†E-mail: boos@theory.sinp.msu.ru

Эти операторы приводят к появлению эффективного лагранжиана [1–4]:

$$\mathcal{L} = -\frac{g}{\sqrt{2}}\bar{b}\gamma^{\mu}\left(f_{LV}\frac{1-\gamma^5}{2} + f_{RV}\frac{1+\gamma^5}{2}\right)tW^-_{\mu} -$$
$$-i\frac{g}{\sqrt{2}}\bar{b}\frac{\sigma^{\mu\nu}k_{\nu}}{M_W}\left(f_{LT}\frac{1-\gamma^5}{2} + f_{RT}\frac{1+\gamma^5}{2}\right)tW^-_{\mu} + h.c.,$$

где k — 4-импульс W–бозона, $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^{\mu},\gamma^{\nu}]$. $f_{LV}, f_{RV}, f_{LT}, f_{RT}$ — аномальные параметры. Данные параметры связаны с операторными коэффициентами $C^{(3,3+3)}_{\phi q}, C^{33}_{\phi\phi}, C^{33}_{dW}, C^{33}_{uW}$ следующим образом: $f_{LV} = V_{tb} + C^{(3,3+3)}_{\phi q}\frac{v^2}{\Lambda^2}$, $f_{RV} = \frac{1}{2}C^{33}_{\phi\phi}\frac{v^2}{\Lambda^2}$, $f_{LT} = \sqrt{2}C^{33}_{dW}\frac{v^2}{\Lambda^2}$, $f_{RT} = \sqrt{2}C^{33}_{uW}\frac{v^2}{\Lambda^2}$, где $v = 246$ ГэВ — вакуумное среднее поля ϕ, Λ — масштаб новой физики. Если положить $f_{LV} = V_{tb}$, а остальные параметры положить равными нулю, то мы придём к выражению Стандартной модели. В дальнейших вычислениях будем считать величины f_{LT} и f_{RT} комплексными, а f_{LV} и f_{RV} — вещественными.

Цель данной работы — рассмотрение спиновых эффектов, связанных с добавлением поправок новой физики. Изучение этих эффектов проводится путём анализа амплитуды взаимодействия. В частности, аномальные взаимодействия добавляются в вершину, связанную с распадом и при последующих вычислениях суммирование по спину топ–кварка не производится, а изучается зависимость величины амплитуды от выбора конкретного направления оси квантования спина. Стандартная модель предсказывает, что если выбрать ось квантования сонаправленной с направлением движения d–кварка в системе покоя топ–кварка, то для проекции спина против этой оси амплитуда равна нулю, а по этой оси — приводит к 100% поляризации топ–кварка [6] (что очень хорошо согласуется с экспериментальными данными [7, 8]) и зависимости сечения $\sigma \sim (1+\cos\theta)$, где θ — угол между направлением $\vec{d}$ и $\vec{e}$ в системе покоя топ–кварка (отметим, что имеется и другой канал рождения одиночного топ–кварка, а именно процесс $b\bar{d} \to t\bar{u}$, который примерно в 10 раз подавлен, по сравнению с рассмотренным, из-за функций распределения u и $\bar{d}$–кварков в протоне). В рассматриваемом здесь случае зависимость от выбора оси квантования аналогичная (отметим так же, что в случае добавления аномальных взаимодействий в вершину рождения топ–кварка, подобная зависимость наблюдаться уже не будет), но угловое распределение конечных частиц отличается от предсказания СМ.

Исследование данного процесса с учётом поляризации топ–кварка оказывается особенно интересным, так как позволяет получить новые ограничения на аномальные параметры. В данной работе показывается, что части амплитуды, пропорциональные различным комбинациям аномальных коэффициентов, зависят от величин 4–импульсов конечных частиц существенно по-разному. Это значит, что соответствующие вклады в сечение могут быть разделены. Этот факт позволяет получить дальнейшие ограничения на аномальные параметры.

В то же время, отклонения от СМ ожидаются незначительными ввиду малости самих аномальных коэффициентов. В частности, в работе [10] был проведён анализ событий рождения одиночного топ–кварка на Большом адронном коллайдере. Данные, набранные детектором CMS при энергиях 7 и 8 ТэВ и интегральных светимостях 5.0 и 19.7 фб$^{-1}$ соответственно, позволили установить ограничения на величину аномальных коэффициентов:

$$|f_{RV}| < 0.16, \quad |f_{LT}| < 0.057, \quad -0.049 < f_{RT} < 0.048,$$

которые действительно оказываются достаточно малыми по сравнению с V_{tb}.

Изучение спиновых корреляций в процессах с топ–кварком при учёте аномальных взаимодействий проводились ранее. В частности в работе [5] изучались спиновые корреляции при распаде топ–кварка. В отличие от [5], в настоящей работе при проведении символьных вычислений используется формализм спиноров Вейля, который хорошо себя зарекомендовал при исследовании различных расширений СМ, в частности, суперсимметричных расширений.

1. ВЫЧИСЛЕНИЕ АМПЛИТУДЫ t–КАНАЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Амплитуда процесса, изображённого на рис. 1, имеет вид:

$$M = A\bar{d}\gamma_{\mu}\frac{1-\gamma^5}{2}u\cdot\bar{\nu}\gamma_{\alpha}\frac{1-\gamma^5}{2}e\times$$
$$\times\,\overline{b_2}\left(\gamma^{\alpha}\frac{1-\gamma^5}{2}f_{LV} + \gamma^{\alpha}\frac{1+\gamma^5}{2}f_{RV} +\right.$$
$$\left.+i\left\{\tilde{f}_{LT}\frac{1-\gamma^5}{2} + \tilde{f}_{RT}\frac{1+\gamma^5}{2}\right\}\sigma^{\alpha\beta}k_{\beta}\right)S_t\gamma^{\mu}\frac{1-\gamma^5}{2}b_1.$$

Здесь и далее спинор b_1 соответствует начальному b–кварку, а спинор b_2 — b—кварку, появившемуся в результате распада топ–кварка. Кроме того, введены следующие обозначения:

$$\tilde{f}_{LT,RT} = \frac{f_{LT,RT}}{m_W}, \quad k = t - b_2 = e + \nu,$$

$$A = -\left(\frac{g}{\sqrt{2}}\right)^4 V_{ud}V_{tb}F_c\,\frac{1}{t^2 - m_t^2 + im_t\Gamma_t}\times$$
$$\times\,\frac{1}{p^2_{W_1} - m^2_W + im_W\Gamma_W}\times\frac{1}{p^2_{W_2} - m^2_W + im_W\Gamma_W},$$

где F_c — цветовой множитель, который для квадрата модуля амплитуды равен $3\times3\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3} = 1$.

$$S_t = \frac{1}{2}\left(\not{t} + m_t\right)\left(1 + \gamma^5\not{s}\right),$$

где s — 4-вектор спина топ–кварка, который в системе покоя определяется следующим образом:

$$s = (0, \vec{s})\,.$$

Здесь $\vec{s}$ — единичный вектор спина топ–кварка в его системе покоя. В последующих вычислениях все внешние частицы считаются безмассовыми.

Наиболее просто проводить вычисления в представлении Вейля, в котором γ^5 диагональна, а гамма–матрицы имеют вид:

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \overline{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}; \qquad \gamma^5 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где

$$\sigma^\mu = \left(1, \sigma^i\right), \qquad \overline{\sigma}^\mu = \left(1, -\sigma^i\right).$$

Спиноры, входящие в выражение для амплитуды являются решениями свободного уравнения Дирака, которое для частиц и античастиц имеет вид [9]:

$$u^s(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p\cdot\sigma}\;\xi^s \\ \sqrt{p\cdot\overline{\sigma}}\;\xi^s \end{pmatrix};\; v^s(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p\cdot\sigma}\;\eta^s \\ -\sqrt{p\cdot\overline{\sigma}}\;\eta^s \end{pmatrix};\; s = 1, 2,$$

где ξ, η — некоторые двумерные спиноры, характеризующие спин частицы.

Основа последующих вычислений — переход от четырёхмерного формализма гамма–матриц к двумерному формализму матриц Паули. Для того чтобы это сделать, удобно подставить явные выражения для спиноров и гамма-матриц в амплитуду. Далее выражения, содержащие свёртки сигма-матриц, преобразуются с использованием тождеством Фирца:

$$\langle i|\overline{\sigma}^\mu|j\rangle\langle|k\sigma_\mu|l\rangle = 2\langle i|l\rangle\langle k|j\rangle, \tag{2}$$

где $|i\rangle, |j\rangle, |k\rangle, |l\rangle$ — произвольные векторы.

Разобьём теперь амплитуду на две части:

$$M = M_1 + M_2,$$

$$M_1 = AB\overline{b_2}\left(\gamma^\alpha\frac{1-\gamma^5}{2}f_{LV} + \gamma^\alpha\frac{1+\gamma^5}{2}f_{RV}\right)\times \\ \times S_t\gamma^\mu\frac{1-\gamma^5}{2}b_1, \tag{3}$$

$$M_2 = iAB\overline{b_2}\left(\tilde{f}_{LT}\frac{1-\gamma^5}{2} + \tilde{f}_{RT}\frac{1+\gamma^5}{2}\right)\times \\ \times\sigma^{\alpha\beta}k_\beta S_t\gamma^\mu\frac{1-\gamma^5}{2}b_1, \tag{4}$$

$$B = \overline{d}\gamma_\mu\frac{1-\gamma^5}{2}u\cdot\overline{\nu}\gamma_\alpha\frac{1-\gamma^5}{2}e = \\ = \left\{\xi_d^\dagger\sqrt{d\sigma}\overline{\sigma}_\mu\sqrt{u\sigma}\xi_u\right\}\cdot\left\{\xi_\nu^\dagger\sqrt{\nu\sigma}\overline{\sigma}_\alpha\sqrt{e\sigma}\xi_e\right\}. \tag{5}$$

Для того чтобы воспользоваться выписанными выше тождествами, необходимо выражение для амплитуды привести к виду, где матрицы σ^μ сворачиваются с матрицами $\overline{\sigma}_\mu$. Для этого воспользуемся следующим. Заметим, что каждое из выражений в фигурных скобках (5) есть число, поэтому верно

$$\left\{\xi_d^\dagger\sqrt{d\sigma}\overline{\sigma}_\mu\sqrt{u\sigma}\xi_u\right\} = \\ = \left\{\xi_d^\dagger\sqrt{d\sigma}\overline{\sigma}_\mu\sqrt{u\sigma}\xi_u\right\}^T = \left\{\xi_u^\dagger\sqrt{u\sigma}\overline{\sigma}_\mu\sqrt{d\sigma}\xi_d\right\}^*.$$

Воспользуемся теперь свойствами: $\sigma_2\vec{\sigma}^* = -\vec{\sigma}\sigma_2$, $\sigma_i^2 = 1$ и переобозначим $-i\sigma_2\xi^* = \tilde{\xi}$, тогда имеем

$$\left\{\xi_u^\dagger\sqrt{u\sigma}\overline{\sigma}_\mu\sqrt{d\sigma}\xi_d\right\}^* = \left\{\xi_u^\dagger\sigma_2\sigma_2\sqrt{u\sigma}\overline{\sigma}_\mu\sqrt{d\sigma}\xi_d\right\}^* = \\ = \left\{\tilde{\xi}_u^\dagger\sqrt{u\overline{\sigma}}\sigma_\mu\sqrt{d\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_d\right\}.$$

Таким образом, выражение для величины B можно представить в двух различных формах:

$$B = \left\{\tilde{\xi}_u^\dagger\sqrt{u\overline{\sigma}}\sigma_\mu\sqrt{d\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_d\right\}\cdot\left\{\xi_\nu^\dagger\sqrt{\nu\sigma}\overline{\sigma}_\alpha\sqrt{e\sigma}\xi_e\right\} = \\ = \left\{\tilde{\xi}_u^\dagger\sqrt{u\overline{\sigma}}\sigma_\mu\sqrt{d\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_d\right\}\cdot\left\{\tilde{\xi}_e^\dagger\sqrt{e\overline{\sigma}}\sigma_\alpha\sqrt{\nu\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_\nu\right\}.$$

Будем пользоваться этим трюком по мере необходимости.

Заметим для дальнейшего, что для некоторой оси, характеризуемой сферическими углами θ и ϕ, выражение для спиноров ξ в самом общем случае имеет вид:

$$\xi^s = (\xi(\uparrow), \xi(\downarrow))\,,$$

$$\xi(\uparrow) = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \\ e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}, \qquad \xi(\downarrow) = \begin{pmatrix} -e^{-i\phi}\sin\frac{\theta}{2} \\ \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}.$$

При этом из явных формул можно получить, что:

$$\tilde{\xi}^s = (\xi(\downarrow), -\xi(\uparrow))\,.$$

Следовательно:

$$\sum_s \xi^{(s)}\xi^{\dagger(s)} = \sum_s \tilde{\xi}^{(s)}\tilde{\xi}^{\dagger(s)} = 1.$$

Поэтому подобные конструкции в дальнейшем будем опускать.

Начнём вычислять M_1. Для этого подставим в явном виде выражения для спиноров и гамма-матриц в (3). Получим следующее:

$$M_1 = M_{11} + M_{12},$$

$$M_{11} = \frac{1}{2}AB\left\{\xi_{b_2}^\dagger f_{LV}\sqrt{b_2\sigma}\overline{\sigma}^\alpha\left((t\sigma) - m_t(s\sigma)\right)\overline{\sigma}^\mu\sqrt{b_1\sigma}\xi_{b_1}\right\},$$

$$M_{12} = \frac{1}{2}AB\left\{\xi_{b_2}^\dagger f_{RV}\sqrt{b_2\overline{\sigma}}\sigma^\alpha\left(m_t - (t\overline{\sigma})(s\sigma)\right)\overline{\sigma}^\mu\sqrt{b_1\sigma}\xi_{b_1}\right\}.$$

Продолжим вычисления в системе покоя топ–кварка, для которой

$$(m_t - (t\overline{\sigma})(s\sigma)) \to m_t\,(1-(s\sigma))\,,$$

$$((t\sigma) - m_t(s\sigma)) \to m_t\,(1-(s\sigma))\,.$$

С учётом тождества (2), выражение для M_{11} и M_{12} примет вид:

$$\begin{aligned}M_{11} = \frac{1}{2}Am_t\left\{\tilde{\xi}_u^\dagger\sqrt{u\overline{\sigma}}\sigma_\mu\sqrt{d\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_d\right\}\cdot\left\{\tilde{\xi}_e^\dagger\sqrt{e\overline{\sigma}}\sigma_\alpha\sqrt{\nu\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_\nu\right\}\cdot\\ \cdot\left\{\xi_{b_2}^\dagger f_{LV}\sqrt{b_2\sigma}\overline{\sigma}^\alpha\,(1-(s\sigma))\,\overline{\sigma}^\mu\sqrt{b_1\sigma}\xi_{b_1}\right\} = Am_t\left\{\tilde{\xi}_u^\dagger\sqrt{u\overline{\sigma}}\sqrt{b_1\sigma}\xi_{b_1}\right\}\cdot\\ \cdot\left\{\tilde{\xi}_e^\dagger\sqrt{e\overline{\sigma}}\sigma_\alpha\sqrt{\nu\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_\nu\right\}\left\{\xi_{b_2}^\dagger f_{LV}\sqrt{b_2\sigma}\overline{\sigma}^\alpha\,(1-(s\sigma))\,\sqrt{d\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_d\right\} =\\ = 2Am_t\left\{\tilde{\xi}_u^\dagger\sqrt{u\overline{\sigma}}\sqrt{b_1\sigma}\xi_{b_1}\right\}\left\{\tilde{\xi}_e^\dagger\sqrt{e\overline{\sigma}}\,(1-(s\sigma))\,\sqrt{d\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_d\right\}\cdot\left\{\xi_{b_2}^\dagger f_{LV}\sqrt{b_2\sigma}\sqrt{\nu\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_\nu\right\},\end{aligned}$$

$$M_{12} = 2Am_t\left\{\tilde{\xi}_u^\dagger\sqrt{u\overline{\sigma}}\sqrt{b_1\sigma}\xi_{b_1}\right\}\cdot\left\{\xi_\nu^\dagger\sqrt{\nu\sigma}\,(1-(s\sigma))\,\sqrt{d\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_d\right\}\cdot\left\{\xi_{b_2}^\dagger f_{RV}\sqrt{b_2\overline{\sigma}}\sqrt{e\sigma}\xi_e\right\}.$$

Начнем вычислять вторую часть амплитуды (выражение (4)). После похожих вычислений и последующих свёрток сигма-матриц получим

$$M_2 = M_{21} + M_{22} + M_{23} + M_{24},$$

$$M_{21} = -Am_t\left\{\tilde{\xi}_u^\dagger\sqrt{u\overline{\sigma}}\sqrt{b_1\sigma}\xi_{b_1}\right\}\left\{\xi_\nu^\dagger\sqrt{\nu\sigma}(k\overline{\sigma})\,[1-(s\sigma)]\,\sqrt{d\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_d\right\}\left\{\xi_{b_2}^\dagger\tilde{f}_{LT}\sqrt{b_2\overline{\sigma}}\sqrt{e\sigma}\xi_e\right\}, \tag{6}$$

$$M_{22} = Am_t\left\{\tilde{\xi}_u^\dagger\sqrt{u\overline{\sigma}}\sqrt{b_1\sigma}\xi_{b_1}\right\}\left\{\tilde{\xi}_e^\dagger\sqrt{e\overline{\sigma}}\,[1-(s\sigma)]\,\sqrt{d\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_d\right\}\left\{\xi_{b_2}^\dagger\tilde{f}_{LT}\sqrt{b_2\overline{\sigma}}(k\sigma)\sqrt{\nu\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_\nu\right\}, \tag{7}$$

$$M_{23} = -Am_t\left\{\tilde{\xi}_u^\dagger\sqrt{u\overline{\sigma}}\sqrt{b_1\sigma}\xi_{b_1}\right\}\left\{\tilde{\xi}_e^\dagger\sqrt{e\overline{\sigma}}(k\sigma)\,[1-(s\sigma)]\,\sqrt{d\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_d\right\}\left\{\xi_{b_2}^\dagger\tilde{f}_{RT}\sqrt{b_2\sigma}\sqrt{\nu\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_\nu\right\}, \tag{8}$$

$$M_{24} = Am_t\left\{\tilde{\xi}_u^\dagger\sqrt{u\overline{\sigma}}\sqrt{b_1\sigma}\xi_{b_1}\right\}\left\{\xi_\nu^\dagger\sqrt{\nu\sigma}\,[1-(s\sigma)]\,\sqrt{d\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_d\right\}\left\{\xi_{b_2}^\dagger\tilde{f}_{RT}\sqrt{b_2\sigma}(k\overline{\sigma})\sqrt{e\sigma}\xi_e\right\}. \tag{9}$$

Перейдём к вычислению квадратов амплитуд. В качестве иллюстрации общего метода, вычислим, например, величину M_{12}.

$$\begin{aligned}|M_{12}|^2 = M_{12}M_{12}^* = 4|A|^2m_t^2f_{RV}^2Tr\left\{\sqrt{u\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_u\tilde{\xi}_u^\dagger\sqrt{u\overline{\sigma}}\sqrt{b_1\sigma}\xi_{b_1}\xi_{b_1}\sqrt{b_1\sigma}\right\}\times\\ \times Tr\left\{\sqrt{\nu\sigma}\xi_\nu\xi_\nu^\dagger\sqrt{\nu\sigma}\,(1-(s\sigma))\,\sqrt{d\overline{\sigma}}\tilde{\xi}_d\tilde{\xi}_d^\dagger\sqrt{d\overline{\sigma}}\,(1-(s\sigma))\right\}Tr\left\{\sqrt{b_2\overline{\sigma}}\xi_{b_2}\xi_{b_2}^\dagger\sqrt{b_2\overline{\sigma}}\sqrt{e\sigma}\xi_e\xi_e^\dagger\sqrt{e\sigma}\right\}.\end{aligned}$$

Усредняя по спинам начальных частиц и суммируя по спинам конечных, получаем

$$\begin{aligned}|M_{12}|^2 = |A|^2m_t^2f_{RV}^2Tr\left\{(u\overline{\sigma})(b_1\sigma)\right\}Tr\left\{(\nu\sigma)\,(1-(s\sigma))\,(d\overline{\sigma})\,(1-(s\sigma))\right\}Tr\left\{(b_2\overline{\sigma})(e\sigma)\right\} =\\ = 16|A|^2m_t^2f_{RV}^2(u,b_1)(e,b_2)(E_d+\vec{d}\vec{s})(E_\nu-\vec{\nu}\vec{s}).\end{aligned}$$

Проводя аналогичные вычисления, имеем

$$|M_{11}|^2 = 16|A|^2m_t^2f_{LV}^2(u,b_1)(\nu,b_2)(E_d+\vec{d}\vec{s})(E_e+\vec{e}\vec{s}). \tag{10}$$

Формула (10) есть результат Стандартной модели при $f_{LV} = V_{tb}$. Если теперь выбрать $\vec{s} = -\frac{\vec{d}}{E_d}$, то амплитуда даст 0, что говорит о 100% поляризации топ–кварка вдоль этой оси. Кроме того, при $\vec{s} = \frac{\vec{d}}{E_d}$ амплитуда примет вид:

$$|M_{11}|^2 = 32|A|^2m_t^2f_{LV}^2(u,b_1)(\nu,b_2)E_dE_e(1+\cos\theta),$$

где θ — угол между импульсами позитрона и d-кварка в системе покоя топ–кварка. Проделанные выше вычисления воспроизводят известный результат СМ.

Поступая аналогичным образом с остальными слагаемыми, получаем

$$\begin{aligned}
|M_{11}|^2 &= 16|A|^2 m_t^2 f_{LV}^2 (u,b_1)(\nu,b_2)(E_d+\vec{d}\vec{s})(E_e+\vec{e}\vec{s}),\\
|M_{12}|^2 &= 16|A|^2 m_t^2 f_{RV}^2 (u,b_1)(e,b_2)(E_d+\vec{d}\vec{s})(E_\nu-\vec{\nu}\vec{s}),\\
|M_{21}|^2 &= 4|A|^2 m_t^2 |\tilde{f}_{LT}|^2 (u,b_1)(e,b_2)(E_d+\vec{d}\vec{s})\left(2(\nu,k)(E_k+\vec{k}\vec{s})-k^2(E_\nu+\vec{\nu}\vec{s})\right),\\
|M_{22}|^2 &= 4|A|^2 m_t^2 |\tilde{f}_{LT}|^2 (u,b_1)(E_d+\vec{d}\vec{s})(E_e+\vec{e}\vec{s})(2(b_2,k)(\nu,k)-k^2(\nu,b_2)),\\
|M_{23}|^2 &= 4|A|^2 m_t^2 |\tilde{f}_{RT}|^2 (u,b_1)(\nu,b_2)(E_d+\vec{d}\vec{s})\left(2(e,k)(E_k-\vec{k}\vec{s})-k^2(E_e-\vec{e}\vec{s})\right),\\
|M_{24}|^2 &= 4|A|^2 m_t^2 |\tilde{f}_{RT}|^2 (u,b_1)(E_d+\vec{d}\vec{s})(E_\nu-\vec{\nu}\vec{s})(2(b_2,k)(e,k)-k^2(e,b_2)).
\end{aligned}$$

Учитывая, что $k=e+\nu$, легко получить, что:

$$\begin{aligned}
|M_{21}|^2 = |M_{22}|^2 &= 8|A|^2 m_t^2 |\tilde{f}_{LT}|^2 (u,b_1)(E_d+\vec{d}\vec{s})(E_e+\vec{e}\vec{s})(e,\nu)(b_2,e),\\
|M_{23}|^2 = |M_{24}|^2 &= 8|A|^2 m_t^2 |\tilde{f}_{RT}|^2 (u,b_1)(e,\nu)(b_2,\nu)(E_d+\vec{d}\vec{s})(E_\nu-\vec{\nu}\vec{s}).
\end{aligned}$$

Кроме написанных выше, необходимо учесть интерференционные слагаемые вида $M_{12}M_{21}^*$. Некоторые из них равны нулю по следующей причине:

$$\sqrt{b_2\sigma}\sqrt{b_2\overline{\sigma}} = m_{b_2} \to 0.$$

Ненулевые слагаемые следующие: $M_{21}M_{22}^*, M_{23}M_{24}^*, M_{11}M_{23}^*, M_{11}M_{24}^*, M_{12}M_{21}^*,\ M_{12}M_{22}^* + $ к.с.

Вычислим $M_{21}M_{22}^* + M_{21}^*M_{22}$.

$$\begin{aligned}
M_{21}M_{22}^* + M_{21}^*M_{22} = &-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}|A|^2 m_t^2 |\tilde{f}_{LT}|^2 Tr\left\{(u,\overline{\sigma})(b_1,\sigma)\right\}\times\\
&\times\left[Tr\left\{(b_2,\overline{\sigma})\sigma^\alpha(e+\nu,\overline{\sigma})[1-(s,\sigma)](d,\overline{\sigma})[1-(s,\sigma)](e,\overline{\sigma})\sigma_\alpha(\nu,\overline{\sigma})(e,\sigma)\right\}+\right.\\
&\left.+Tr\left\{(e,\sigma)(\nu,\overline{\sigma})\sigma_\alpha(e,\overline{\sigma})[1-(s,\sigma)](d,\overline{\sigma})[1-(s,\sigma)](e+\nu,\overline{\sigma})\sigma^\alpha(b_2,\overline{\sigma})\right\}\right]=\\
&= 16|A|^2 m_t^2 |\tilde{f}_{LT}|^2 (u,b_1)(e,b_2)(e,\nu)(E_d+\vec{d}\vec{s})(E_e+\vec{e}\vec{s}),
\end{aligned}$$

где сигма–матрицы не сворачивались полностью для избежания появления сумм вида $\sum_{spin}\tilde{\xi}_e\xi_\nu^\dagger$. Полученное выше выражение есть удвоенная величина $|M_{21}|^2$.

Продолжим вычисления оставшихся слагаемых. Итак,

$$\begin{aligned}
M_{11}M_{23}^* + M_{11}^*M_{23} &= -\frac{2}{4}|A|^2 m_t^2 f_{LV} Tr\left\{(u,\overline{\sigma})(b_1,\sigma)\right\} Tr\left\{(b_2,\sigma)(\nu,\overline{\sigma})\right\}\times\\
&\times\left(\tilde{f}_{RT}^* Tr\left\{(e,\overline{\sigma})[1-(s,\sigma)](d,\overline{\sigma})[1-(s,\sigma)](\nu,s)\right\} + \tilde{f}_{RT} Tr\left\{(\nu,\sigma)[1-(s,\sigma)](d,\overline{\sigma})[1-(s,\sigma)](e,\overline{\sigma})\right\}\right)=\\
&= -\frac{1}{2}|A|^2 m_t^2 f_{LV}(u,b_1)(b_2,\nu)\times\left(Re(\tilde{f}_{RT})\left(Tr\left\{\cdots\right\}+Tr\left\{\cdots^\dagger\right\}\right)+iIm(\tilde{f}_{RT})\left(-Tr\left\{\cdots\right\}+Tr\left\{\cdots^\dagger\right\}\right)\right)=\\
&= 16|A|^2 m_t^2 f_{LV}(u,b_1)(b_2,\nu)(E_d+\vec{d}\vec{s})\times\left(Re(\tilde{f}_{RT})\left[E_\nu(E_e-\vec{e}\vec{s})-E_e(E_\nu-\vec{\nu}\vec{s})-(e,\nu)\right]+Im(\tilde{f}_{RT})[\vec{\nu},\vec{e}]\cdot\vec{s}\right).
\end{aligned}$$

Здесь для сокращения записи приняты обозначения: $Tr\left\{\cdots\right\}$ — след при $\tilde{f}_{RT}^*$, $Tr\left\{\cdots^\dagger\right\}$ — след при $\tilde{f}_{RT}$.

Вычисляя оставшиеся члены и приводя подобные слагаемые, соберём ответ в единое целое:

$$|M|^2 = |M_{11}|^2 + |M_{12}|^2 + 4|M_{21}|^2 + 4|M_{23}|^2 + 2(M_{11}M_{23}^* + M_{11}^*M_{23}) + 2(M_{12}M_{21}^* + M_{12}^*M_{21}), \tag{11}$$

$$|M_{11}|^2 = 16|A|^2 m_t^2 f_{LV}^2 (u,b_1)(b_2,\nu)(E_d+\vec{d}\vec{s})(E_e+\vec{e}\vec{s}), \tag{12}$$

$$|M_{12}|^2 = 16|A|^2 m_t^2 f_{RV}^2 (u,b_1)(b_2,e)(E_d+\vec{d}\vec{s})(E_\nu-\vec{\nu}\vec{s}), \tag{13}$$

$$4|M_{21}|^2 = 32|A|^2 m_t^2 |\tilde{f}_{LT}|^2 (u,b_1)(e,\nu)(b_2,e)(E_d+\vec{d}\vec{s})(E_e+\vec{e}\vec{s}), \tag{14}$$

$$4|M_{23}|^2 = 32|A|^2 m_t^2 |\tilde{f}_{RT}|^2 (u,b_1)(e,\nu)(b_2,\nu)(E_d+\vec{d}\vec{s})(E_\nu-\vec{\nu}\vec{s}), \tag{15}$$

$$2(M_{11}M_{23}^* + M_{11}^*M_{23}) = 32|A|^2 m_t^2 f_{LV}(u,b_1)(b_2,\nu)(E_d + \vec{d}\vec{s})\times \\ \times\left(Re(\tilde{f}_{RT})\left[E_\nu(E_e - \vec{e}\vec{s}) - E_e(E_\nu - \vec{\nu}\vec{s}) - (e,\nu)\right] + Im(\tilde{f}_{RT})[\vec{\nu},\vec{e}]\cdot\vec{s}\right), \quad (16)$$

$$2(M_{12}M_{21}^* + M_{12}^*M_{21}) = 32|A|^2 m_t^2 f_{RV}(u,b_1)(b_2,e)(E_d + \vec{d}\vec{s})\times \\ \times\left(Re(\tilde{f}_{LT})\left[E_\nu(E_e - \vec{e}\vec{s}) - E_e(E_\nu - \vec{\nu}\vec{s}) - (e,\nu)\right] + Im(\tilde{f}_{LT})[\vec{e},\vec{\nu}]\cdot\vec{s}\right). \quad (17)$$

A. Анализ амплитуды

Перейдём к анализу выражения (11). Заметим, что в каждом из полученных слагаемых присутствует множитель $\left(E_d + \vec{d}\vec{s}\right)$, поэтому удобно выбрать ось квантования спина сонаправленной с вектором $\vec{d}$. При этом для $\vec{s} = -\frac{\vec{d}}{E_d}$ амплитуда равна 0, что говорит о 100% поляризации топ–кварка вдоль этой оси. Этот результат совпадает с предсказанием Стандартной модели. При $\vec{s} = \frac{\vec{d}}{E_d}$ амплитуда принимает вид:

$$|M|^2 = 2g^8|V_{ud}|^2|V_{tb}|^2 m_t^2(u,b_1)\left(f_{LV}^2(b_2,\nu)\left(E_dE_e + \vec{e}\vec{d}\right) + f_{RV}^2(b_2,e)\left(E_dE_\nu - \vec{\nu}\vec{d}\right) + \right. \\ + 2\frac{|f_{LT}|^2}{m_W^2}(e,\nu)(b_2,e)\left(E_dE_e + \vec{e}\vec{d}\right) + 2\frac{|f_{RT}|^2}{m_W^2}(e,\nu)(b_2,\nu)\left(E_dE_\nu - \vec{\nu}\vec{d}\right) + \\ + 2\frac{f_{LV}}{m_W}(b_2,\nu)\left(\mathrm{Re}(f_{RT})\left[E_\nu(e,d) - E_e(\nu,d) - E_d(e,\nu)\right] - \mathrm{Im}(f_{RT})[\vec{b}_2,\vec{e}]\cdot\vec{d}\right) + \\ \left. + 2\frac{f_{RV}}{m_W}(b_2,e)\left(\mathrm{Re}(f_{LT})\left[E_\nu(e,d) - E_e(\nu,d) - E_d(e,\nu)\right] - \mathrm{Im}(f_{LT})[\vec{e},\vec{b}_2]\cdot\vec{d}\right)\right)\times \\ \times\left[(t^2 - m_t^2)^2 + m_t^2\Gamma_t^2\right]^{-1}\times\left[(2(u,b_1) - m_W^2)^2 + m_W^2\Gamma_W^2\right]^{-1}\times\left[(2(e,\nu) - m_W^2)^2 + m_W^2\Gamma_W^2\right]^{-1}. \quad (18)$$

Из выражения видно, что перед каждым аномальным коэффициентом стоит уникальная кинематическая функция. Поэтому, как было сказано в начале, аномальные параметры можно выделить из амплитуды. Продемонстрируем это на примере коэффициентов f_{LV}^2 и $|f_{LT}|^2$. Но сначала рассмотрим кинематику распада топ–кварка более подробно. Закон сохранения энергии–импульса в системе покоя топ–кварка имеет вид:

$$m_t = E_{b_2} + E_e + E_\nu, \quad (19)$$

$$0 = \vec{b}_2 + \vec{e} + \vec{\nu}. \quad (20)$$

В процессе распада топ–кварка задействованы пять независимых параметров, выберем два из них следующим образом:

1. энергия позитрона E_e;

2. угол θ между направлениями импульсов $\vec{b}_2$ и $\vec{e}$.

Параметризуем с помощью них кинематические функции, стоящие перед f_{LV}^2 и $|f_{LT}|^2$. Для этого выразим E_ν и E_{b_2}. Из (20) и (19) получаем

$$E_\nu = \sqrt{E_e^2 + E_{b_2}^2 + 2E_eE_{b_2}\cos\theta}.$$

$$E_{b_2} = \frac{1}{2}\frac{m_t^2 - 2m_tE_e}{E_e\cos\theta + m_t - E_e}. \quad (21)$$

Тогда для части пропорциональной f_{LV}^2 имеем

$$|M|_{f_{LV}}^2 = f_{LV}^2(b_2,\nu)E_e\left[(2(e,\nu) - m_W^2)^2 + m_W^2\Gamma_W^2\right]^{-1}, \quad (22)$$

где для упрощения записи опущен общий множитель:

$$2g^8|V_{ud}|^2|V_{tb}|^2 m_t^2(u,b_1)E_d\left(1 + \cos\theta_{ed}\right)\times \\ \times\left[(t^2 - m_t^2)^2 + m_t^2\Gamma_t^2\right]^{-1}\times \\ \times\left[(2(u,b_1) - m_W^2)^2 + m_W^2\Gamma_W^2\right]^{-1}.$$

Теперь необходимо избавиться от 4–импульса нейтрино (заметим, что в реальном эксперименте импульс нейтрино используется для нахождения системы покоя

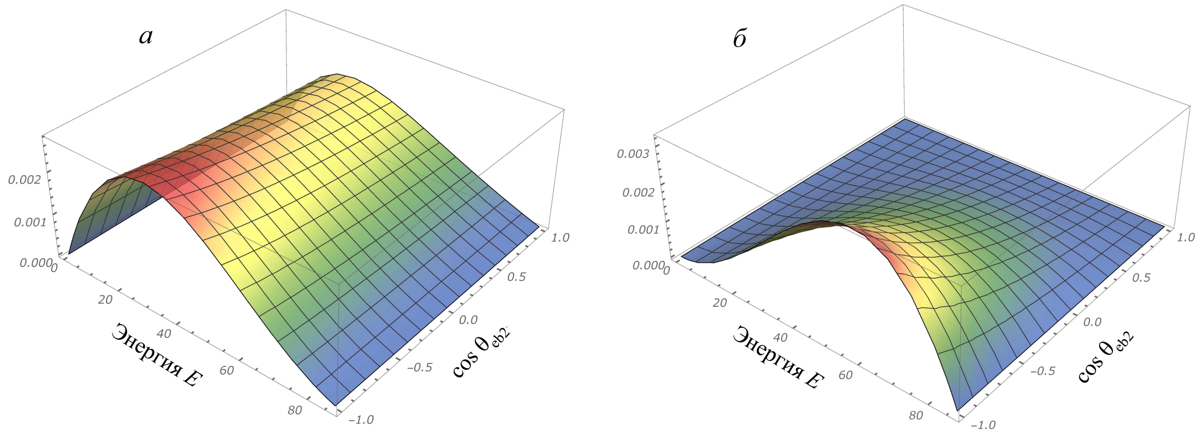

Рис. 2: *а* — Зависимость величины амплитуды $|M|^2_{f_{LV}}$ от параметров E_e и $\cos\theta$. E_e изменяется в пределах от 0 до $E_{max} = \frac{m_t}{2}$, $\cos\theta$ — от -1 до 1; *б* — Зависимость величины амплитуды $|M|^2_{f_{LT}}$ от параметров E_e и $\cos\theta$. E_e изменяется в пределах от 0 до $E_{max} = \frac{m_t}{2}$, $\cos\theta$ =— от -1 до 1

топ–кварка, но мы для простоты будем считать, что она уже найдена). Воспользовавшись законом сохранения, вычислим (b_2, ν) и (e, ν):

$$(b_2, \nu) = \frac{1}{2}\left(m_t^2 - 2m_t E_e\right).$$

$$(e, \nu) = \frac{1}{2}\left(m_t^2 - 2m_t E_{b_2}\right),$$

где E_{b_2} имеет вид (21). Теперь все величины, входящие в (22), выражены при помощи независимых параметров θ и E_e. Поэтому, с точностью до кинематического множителя и величины f_{LV}^2, имеем поверхность изображённую на рис. 2,*а*.

Проделаем то же самое для части амплитуды пропорциональной $|f_{LT}|^2$. Итак,

$$|M|^2_{f_{LT}} = 2\frac{|f_{LT}|^2}{m_W^2}(e, \nu)(b_2, e)E_e \times \\ \times \left[(2(e,\nu) - m_W^2)^2 + m_W^2\Gamma_W^2\right]^{-1}, \quad (23)$$

где опущен такой же общий множитель. Величина (b_2, e) имеет вид:

$$(b_2, e) = E_e E_{b_2}(1 - \cos\theta).$$

Теперь можно построить аналогичную поверхность. Результат, с точностью до такого же кинематического множителя и величины $|f_{LT}|^2$, изображён на рис. 2,*б*.

Так как сечение процесса пропорционально амплитуде, то картину, изображенную на представленных выше поверхностях, можно ожидать в эксперименте. Вследствие существенного различия форм поверхностей можно подогнать аномальные коэффициенты так, чтобы экспериментальная поверхность совпадала с теоретической. Тем самым можно определить параметры f_{LV}^2 и $|f_{LT}|^2$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследований был проанализирован процесс t–канального рождения и распада поляризованного топ–кварка. Была исследована зависимость величины амплитуды от направления спина топ–кварка. Оказалось, что даже несмотря на добавление в Wtb—вершину, связанную с распадом, аномальных взаимодействий, топ–кварк оказывается 100% поляризованным вдоль направления импульса d–кварка в системе покоя топ–кварка (отметим, как было указано во введении, что данный результат уже не будет справедлив при учете аномальных взаимодействий в вершине рождения топ–кварка). Кроме того, оказалось, что части амплитуды, пропорциональные различным комбинациям аномальных коэффициентов, существенно по-разному зависят от кинетических параметров, что может быть использовано для получения дальнейших ограничений на аномальные параметры.

[1] *Zhang C., Willenbrock S.* Phys. Rev. D. 2011. **83**. 034006.
[2] *Buchmuller W., Wyler D.* Nucl. Phys. B. 1986. **268**. 621.
[3] *Aguilar–Saavedra J. A.* Nucl. Phys. B. 2009. **812**. 181.
[4] *Kane G. L., Ladinsky G. A., Yuan C. P.* Phys. Rev. D. 1992. **45**. 124.
[5] *Boos E., Bunichev V.* EPJ Web Conf. 2017. **158**. 04006 .
[6] *Mahlon G., Parke J.* Phys. Rev. D. 1997. **55**. 7249.
[7] *Khachatryan V.* et al.[CMS Collaboration] JHEP. 2016.

1604. 073. **33**. P. 1.
[8] *Aaboud M.* et al.[ATLAS Collaboration] JHEP. 2017. **1704**. 124.
[9] *Peskin M. E., Schroeder D. V.* An Introduction to quantum field theory. 1995.
[10] *Khachatryan V.* et al. JHEP. 2017. **1702**. 028.

Using spinors in Weyl representation to study effects of anomalous Wtb interactions in t–channel production and subsequent top-quark decay

A. A. Novokhatskii[1,2,a], **E. E. Boos**[1,2,b]

[1]*Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*
[2]*Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*
E-mail: [a]*novokhatskii.aa14@physics.msu.ru,* [b]*boos@theory.sinp.msu.ru*

We consider spin correlations in top-quark t-channel production and subsequent decay process, including anomalous Wtb interactions. We use formalism of spinors in Weyl's representation to compute squared amplitude of the process. It is found that unique kinematic functions stay near every combinations of anomalous couplings, so this fact could be used to obtain further limits on anomalous couplings.

PACS: 14.65.Ha, 12.60.-i.
Keywords: polarized top–quark, anomalous Wtb—interactions, spin correlations, Weyl spinors.
Received 29 January 2019.

Сведения об авторах

1. Новохатский Алексей Александрович — студент; e-mail: novokhatskii.aa14@physics.msu.ru.
2. Боос Эдуард Эрнстович —профессор; e-mail: boos@theory.sinp.msu.ru.