

Динамика пучка в разрезном микротроне с гармоническим резонаторомМ. А. Борисов^{1,2,*}, В. И. Шведун^{1,2†}¹Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В.Скобельцына (НИИЯФ МГУ)²ООО «Лаборатория электронных ускорителей МГУ» (ООО «ЛЭУ МГУ»)

(Статья поступила 06.11.2018; Подписана в печать 10.11.2018)

Одним из главных недостатков как классического, так и разрезного микротрона является малая область устойчивых фазовых колебаний, что непосредственно сказывается на величине выходного тока ускорителя, сильно уменьшая его. Для ее увеличения в данной работе вводится дополнительная гармоника укоряющего поля. Были произведены теоретические расчеты и компьютерное моделирование, показавшие увеличение области при добавлении второй гармоники.

PACS: 29.20

УДК: 621.384.6.01

Ключевые слова: микротрон, моделирование.

ВВЕДЕНИЕ

В большинстве циклических ускорителей заряженных частиц используется принцип автофазировки [1], который обеспечивает среднее возрастание энергии частиц, движение которых не синхронно с укоряющим полем. Таким образом, частицы, имеющие достаточно малое отклонение по фазе и энергии от воображаемой равновесной частицы, будут ускоряться в среднем, совершая колебания около равновесной частицы. Область устойчивости фазовых колебаний определяет насколько большими могут быть эти отклонения и зависит от типа ускорителя, амплитуды и частоты укоряющего поля.

Следует отметить, что, гармоническое изменение во времени укоряющего поля, имеющее место практически на всех ускорителях заряженных частиц, не является оптимальным. Для создания большой области устойчивости фазовых колебаний необходимо использовать монотонно возрастающее (или убывающее в зависимости от типа ускорителя) в пределах периода колебаний укоряющее поле. Однако все высокочастотные источники периодических сигналов создают лишь гармоническое изменение поля. Изменение временной зависимости сигнала можно осуществить путем добавления одного или нескольких дополнительных резонаторов, работающих на более высоких гармониках. Таким образом, из определённой суперпозиции гармонических сигналов можно получить более подходящую для ускорения вариацию поля во времени.

Применение более высоких гармоник рассматривается во многих статьях. Для уменьшения эффекта пространственного заряда применяется вторая гармоника в синхротронах [2–6] и накопительных кольцах [7, 8]. Применение более высокой гармоники рассматривается как вариант увеличения светимости большого адронного коллайдера [7].

В настоящей работе в пренебрежении поперечным движением исследуется продольное движение частиц в классическом и разрезном микротроне с двумя гармониками укоряющего поля. Производится их моделирование с помощью специальных программ. Полученные результаты сравниваются с результатами для микротрона с резонатором одной гармоники.

1. ФАЗОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Из формулы для силы Лоренца находится основная система уравнений, описывающая фазовое движение частиц в микротроне [10]:

$$\begin{cases} \delta E_{n+1} = \delta E_n + \Delta E(\phi_n + \phi_r) - \Delta E(\phi_r), \\ \delta \phi_{n+1} = \delta \phi_n + 2\pi\nu \frac{\delta E_{n+1}}{\Delta E_r}, \end{cases} \quad (1)$$

где δE_n и $\delta \phi_n$ — разность энергии и фазы на n -ом обороте между рассматриваемой частицей и равновесной, ΔE — прирост энергии рассматриваемой частицы, ΔE_r — равновесный прирост энергии, ν — натуральное число, определяющее прирост времени в единицах периода поля, затрачиваемого равновесной частицей на прохождение оборота. Далее будем рассматривать случай $\nu = 1$.

В случае одной гармоники прирост энергии частицы будет:

$$\Delta E(\phi) = A \cos(\phi), \quad (2)$$

где A — амплитуда поля. Подставив это уравнение в (1) и рассмотрим случай малых отклонений:

$$\begin{cases} \delta E_{n+1} = \delta E_n - \Delta E_r \tan(\phi_r) \times \delta \phi_n, \\ \delta \phi_{n+1} = \frac{2\pi}{\Delta E_r} \times \delta E_n + (1 - 2\pi \tan(\phi_r)) \times \delta \phi_n. \end{cases} \quad (3)$$

Из теории колебаний известно, что данная система описывает устойчивые колебания если след матрицы этой системы по модулю меньше 2 [11]. Тогда условие

*E-mail: muchmaxx@gmail.com

†E-mail: shvedunov@gmail.com

устойчивости выглядит следующим образом:

$$0 \leq \phi_r \leq \frac{2}{\pi}. \quad (4)$$

В случае двух гармоник прирост энергии частицы:

$$\Delta E(\phi) = A \cos(\phi) + B \cos(n\phi + \psi), \quad (5)$$

где n - номер гармоники, ψ - фаза второй гармоники. Аналогичным образом подставим это уравнение в систему (1), рассмотрев случай малых отклонений:

$$\begin{cases} \delta E_{n+1} = \delta E_n - (A \sin(\phi_r) + n \times B \sin(n\phi_r + \psi)) \times \delta \phi_n, \\ \delta \phi_{n+1} = \frac{2\pi}{\Delta E_r} \times \delta E_n + \left(1 - \frac{A \sin(\phi_r) + n \times B \sin(n\phi_r + \psi)}{\Delta E_r}\right) \times \delta \phi_n. \end{cases} \quad (6)$$

В этом случае условие устойчивости выглядит следующим образом [12, 13]:

$$0 \leq \frac{\sin(\phi_r) + n \times k \sin(n\phi_r + \psi)}{\cos(\phi_r) + k \cos(n\phi_r + \psi)} \leq \frac{2}{\pi}, \quad (7)$$

где k — отношение амплитуды второй гармоники к первой. В табл. 1 приведены различные границы устойчивости равновесных фаз для случая одной и двух гармоник. Видны увеличения области устойчивых фаз при добавлении второй гармоники.

Таблица I: Границы устойчивости равновесных фаз в микротроне

k	ψ	Фаза
-	-	$0^\circ \leq \phi_r \leq 32.48^\circ$
0.35	164.4°	$-43.21^\circ \leq \phi_r \leq 69.22^\circ$
0.3	161.2°	$-36.83^\circ \leq \phi_r \leq 64.53^\circ$
0.25	159.2°	$-29.47^\circ \leq \phi_r \leq 58.11^\circ$

2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Произведём моделирование фазового движения в классическом микротроне при помощи уравнений (1) [14]. Для случая одной гармоники изменение энергии частиц будем вычислять, используя (2) с равновесным приростом энергии 5 МэВ и равновесной фазой 16° , для случая двух гармоник будем использовать выражение (5). Однако в этом случае необходимо определить амплитуду и фазу поля второй гармоники, которые будем искать двумя способами.

Первый способ состоит в переборе неизвестных параметров с целью достижения максимальных размеров области устойчивости. Найденная таким методом область устойчивости представлена на рис. 1 черным цветом. Для сравнения зеленым цветом показана наибольшая область устойчивых фазовых колебаний в случае

одной гармоники. Величина области устойчивых фазовых колебаний микротрона с двумя гармониками оказывается в 20.6 раза больше. Максимальный интервал вырос в 5.5 раза по энергии и в 4.4 раза по фазе. На рис. 1 можно наблюдать сложную структуру фазового пространства, обусловленную нелинейными эффектами [15]. Форма фазовых траекторий центральной части характерна для движения частиц, имеющих малое отклонение от равновесной.

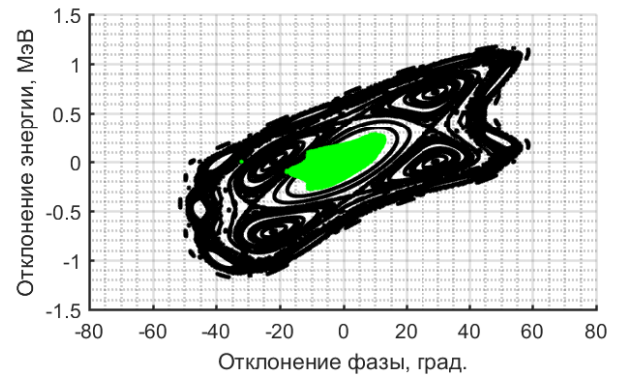


Рис. 1: Область устойчивых фазовых колебаний микротрона с двумя гармониками ускоряющего поля (черный цвет) и одной (зеленый цвет)

Второй способ заключается в создании зависимости ускоряющего поля от фазы, максимально приближенной к линейной, которая математически может быть получена сложением бесконечного числа гармоник. На практике можно получить лишь приближение к линейной зависимости в ограниченной области фаз за счет добавления одной или более гармоник. В дальнейшем рассмотрении ограничимся лишь двумя гармониками.

Идея о создании зависимости ускоряющего поля от фазы, максимально приближенной к линейной, кажется совершенно логичной, если принять во внимание тот факт, что при выводе теоретической области устойчивости используется линейное приближение. Линейная

вариация ускоряющего поля является симметричной относительно положения равновесия, поэтому колебания будут линейными, если частица не будет выходить по фазе за пределы этой зависимости. Также, если проанализировать (7) и вариацию полей для разных отношений амплитуд, то можно увидеть тенденцию к появлению линейного участка ускоряющего поля с уменьшением отношения амплитуд k . При больших k приращение энергии от фазы мало похоже на прямую, что приводит к уменьшению линейной области и области устойчивых колебаний в целом. Уменьшение k ниже определенного значения приводит к большей линейности зависимости прироста энергии от фазы, но и величина области линейности уменьшается, что уменьшает допустимое отклонение частиц по энергии.

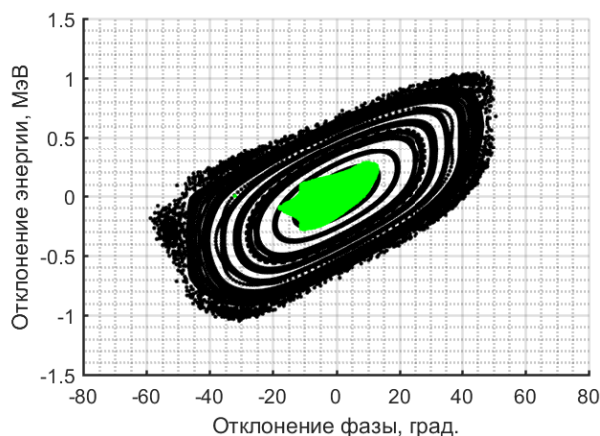


Рис. 2: Область устойчивых фазовых колебаний микротрона с двумя гармониками при аппроксимации прямой

Результат моделирования представлен на рис. 2. Видно, что по размерам и форме области устойчивых фазовых колебаний этот случай не сильно отличается от предыдущего (количество устойчивых траекторий уменьшилось в 1.2 раза). Однако, по своей структуре это равномерная область, без значительных внутренних неоднородностей, что принципиально отличает этот подход от предыдущего, где основной целью было получение максимальной области устойчивости и ее внутренняя структура никак не учитывалась.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПЕЦИАЛЬНЫХ ПРОГРАММ

Проведем моделирование фазового движения в разрезном микротроне, главным преимуществом которого, по сравнению с классическим микротроном, является возможность использования линейного ускорителя, обеспечивающего существенно больший прирост энергии за оборот по сравнению с одиночным резонатором. Линейный ускоритель оптимизируем с использованием программы Superfish [16] для нахождения геометрии

резонаторов и программы ASTRA [17] для расчёта динамики пучка. Магнитную систему разрезного микротрона будем описывать в матричном приближении

Размер области устойчивых фазовых колебаний будем характеризовать коэффициентом захвата – отношением количества частиц, совершающих устойчивые колебания до определенного оборота (активных частиц) к количеству инжектированных частиц. Для оценки коэффициента захвата инжектируем в разрезной микротрон моноэнергетический ультрарелятивистский пучок протяженностью, равной одному периоду ускоряющего поля. Результаты представлены на рис. 3. Видно, что добавление второй гармоники ускоряющего поля существенно увеличивает коэффициент захвата – при 50 оборотах коэффициента захвата увеличивается в четыре раза для первого из описанных выше способов выбора амплитуды и фазы второй гармоники и в пять раз для второго.

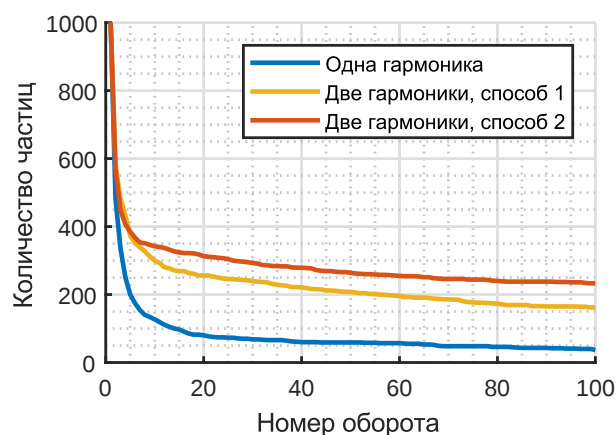


Рис. 3: Зависимость числа активных частиц от номера оборота

В реальные разрезные микротроны инжектируются сгустки электронов протяженностью существенно меньше периода ускоряющего поля. Эти сгустки могут формироваться с помощью внешней системы инжекции и иметь релятивистские энергии [18] либо формироваться из нерелятивистского пучка начальной частью линейного ускорителя. В первом случае расчетный коэффициент захвата практически равен 100%.

Во втором случае расчетный коэффициент захвата может достигать десятков процентов в зависимости от геометрии начальной части линейного ускорителя даже при использовании одной гармоники ускоряющего поля. Однако реально он оказывается в разы меньше, поскольку небольшие отклонения амплитуды ускоряющего поля или индукции поля поворотных магнитов от расчетных значений приводят к существенному уменьшению области устойчивых фазовых колебаний. В этой связи, введение второй гармоники ускоряющего поля должно значительно увеличить реальный коэффициент захвата.

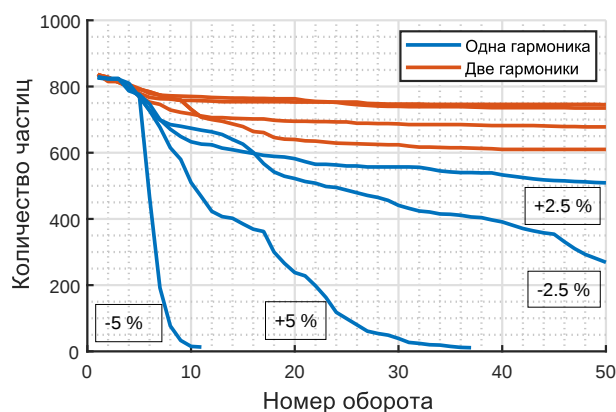


Рис. 4: Зависимость числа активных частиц из 1000 инжектированных от номера оборота для различных значений отклонения амплитуды ускоряющего поля от расчетного

Для демонстрации этого, сравним коэффициенты захвата разрезного микротрона с одной и двумя гармониками ускоряющего поля для различных отклонений амплитуды поля от расчетной. Начальную часть линейного ускорителя оптимизируем для обеспечения коэффициента захвата непрерывного нерелятивистского пучка при первом прохождении более 70%. На рис. 4 показана зависимость от номера оборота количества активных частиц из 1000 инжектированных для раз-

личных отклонений амплитуды ускоряющего поля от оптимальной для случая одной и двух гармоник поля с выбором параметров второй гармоники вторым способом. Видно, что добавление второй гармоники существенно снижает зависимость коэффициента захвата от нестабильности амплитуды ускоряющего поля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе было изучено фазовое движение в микротроне, с двумя гармониками ускоряющего поля. Были даны аналитические оценки и выполнено численное моделирование. Рассмотрены два способа оптимизации амплитуды и фазы поля второй гармоники. Показано, что наилучший результат с точки зрения размеров области стабильных фазовых колебаний может быть получен при параметрах поля второй гармоники, обеспечивающих зависимость результирующего поля от времени максимально приближенную к линейной на определенном временном интервале. Продемонстрировано, что введение второй гармоники ускоряющего поля существенно снижает чувствительность коэффициента захвата микротрона к нестабильности амплитуды ускоряющего поля, что позволяет увеличить величину ускоренного тока и снизить паразитные потери частиц в процессе ускорения.

- [1] Векслер В. И. ДАН СССР. 1944. **43**. № 8.
- [2] Yao-Shuo Yuan et al. Chinese Physics C. 2015. **39**, N 12. 127002.
- [3] Ohmori C. et al. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2005. **547**, N 2-3. P. 249.
- [4] Yamamoto M. et al. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2010. **621**, N 1-3 P. 15.
- [5] Baillod J. M. et al. IEEE Transactions on Nuclear Science. 1983. **30**, N 4. P. 3499.
- [6] Bhat C. M., MacLachlan J. A., Wu V. Phys. Rev. Spec. Top. Accelerators and Beams. 2007. **10**, N 3. 034403.
- [7] Fox J. D. Harmonic Cavities and Longitudinal Beam Stability in Electron Storage Rings. N SLAC-PUB-9367. Stanford Linear Accelerator Center, Menlo Park, CA (US), 2002.
- [8] Carmignani N. et al. Lifetime Improvements with a Harmonic RF System for the ESRF EBS. 2016. TUPOR001.
- [9] Bhat C. M. Flat bunch creation and acceleration: a possible path for the LHC luminosity upgrade. (2009).
- [10] Ципенюк Ю. Фундаментальные и прикладные исследования на микротроне. Litres, 2017.
- [11] Rand R. Ed. Recirculating electron accelerators. 1984.
- [12] Rosander S. Accelerating particles in the microtron by non-sinusoidal field. N TRITA-EPP-74-16. SIS-74-5128, 1974.
- [13] Rosander S. Nuclear Instruments and Methods. 1967. **56**, N 1. P. 154.
- [14] Кубышин Ю. А. et al. Аналитическое исследование и численное моделирование фазового движения в разрезном микротроне.
- [15] Заславский Г. М., Чуриков Б. В. УФН. 1971. **105**, № 9. С. 3.
- [16] http://laacg.lanl.gov/laacg/services/download_sf.phtml#ps0
- [17] <http://www.desy.de/~mpyflo/>
- [18] Euteneuer H., Herminghaus H., Herr R. et al. Proc. EPAC. **92**, P. 418, 12; Shvedunov V. I., Barday R. A., Frolov D. A. et al. Nucl. Instrum. Meth. 2004. **A531**. P. 346.
- [19] Merkulov K., Alexandrovich Y., Shvedunov V., Vladimirov I. «Race-track microtron with pulse-to-pulse beam energy switch». IPAC2017: proceedings of the 8th International Particle Accelerator Conference: Copenhagen, Denmark: May 14-19, 2017.

Beam dynamics in the racetrack microtron with a harmonic cavity**M. A. Borisov^{1,2,a}, V. I. Shvedunov^{1,2,b}**¹*Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics (SINP MSU)
Moscow 119991, Russia*²*Laboratory of electron accelerators MSU Ltd. («LEA MSU Ltd»). Moscow 119991, Russia
E-mail: ^a*muchmaxx@gmail.com*, ^b*shvedunov@gmail.com**

One of the main disadvantages of both classical and racetrack microtron is a small region of stable phase oscillations, which directly affects the value of the output current of the accelerator, greatly reducing it. To increase it, an additional harmonic of the reproducing field is introduced in this paper. Theoretical calculations and computer modeling were performed, which showed an increase in the region when the second harmonic was added.

PACS: 29.20.

Keywords: microtron, modeling.*Received 06 November 2018.***Сведения об авторах**

1. Бориосв Максим Антонович — студент; e-mail: muchmaxx@gmail.com.
 2. Шведунув Василий Иванович — доктор физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотрудник; тел.: (495)939-24-51, e-mail: shvedunov@gmail.com.
-