

## Междисциплинарные аспекты фрактальной оптики

П. В. Короленко<sup>1,2,\*</sup>, А. М. Зотов<sup>1,†</sup>, Ю. В. Рыжикова<sup>1,‡</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра оптики, спектроскопии и физики наносистем Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

<sup>2</sup>Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук. Россия, 119991, ГСП-1, Москва, Ленинский проспект, д. 53

(Статья поступила 19.06.2018; Подписана в печать 04.07.2018)

Продемонстрирована высокая эффективность использования для решения междисциплинарных проблем методологических положений, опирающихся на фрактальные представления. Раскрыта внутренняя связь между рядом основных понятий естественно-научных, гуманитарных и когнитивных дисциплин.

PACS: 42.25.Fx; 42.30.Kq; 42.25.Nz; 07.05.Tr

УДК: 535.015

Ключевые слова: фрактальная оптика, междисциплинарность, трансдисциплинарность, эстетика, нейроэстетика, пространственные спектры, арттерапия.

### ВВЕДЕНИЕ

Междисциплинарные и конвергентные исследования во многом определили облик современной науки [1, 2]. Специфика этих исследований, часто проводимых на стыке наук, состоит не только в том, что они сориентированы на установление наиболее общих закономерностей развития живой и неживой природы, но и в том, что их постановка требует принципиально новой методической и методологической основы для получения конкретных результатов. При изучении в рамках общего науковедения феномена междисциплинарности следует учитывать изменившийся характер основных положений современной науки. Причиной произошедших изменений стала не только разработка новых методов и предметов исследований, но и трансформация самой внутренней логики их постановочной части и анализа полученных результатов. Междисциплинарность существенно влияет на траекторию развития научного знания, определяя его новые точки роста. Как следует из литературных источников, существуют веские основания рассматривать междисциплинарность в качестве самостоятельного научного направления, характеризующегося своим предметом исследования, сложившимся теоретическим и экспериментальным инструментарием, развернутой методологической основой. Последняя чаще всего формируется на основе синергетических, информационных и системных представлений [3, 4]. Гораздо реже привлекается теория фракталов, позволяющая с наиболее общих позиций рассмотреть процессы структурообразования и эволюции физических, биологических и социальных систем [5]. Ценность этой теории во многом определяется тем, что позволяет сформировать эффективные

подходы к описанию природоподобных систем и реализации при их создании так называемой технологии «снизу вверх» [6]. Кроме того, в качестве положительного момента следует отметить наличие многих «пересечений» с концепцией динамического хаоса [3], дающих возможность прийти к неординарным результатам проводимых исследований, часто приводящих к повышению системного уровня решаемых задач. Такая ситуация позволяет говорить о трансформации междисциплинарного подхода в трансдисциплинарный, представляющий собой новый тип производства и интеграции научного знания [7, 8]. Этот процесс характеризуется наличием общих научно-исследовательских программ и когнитивных схем, которые находят реализацию в системе новых объектов познания и деятельности. На этапе развития трансдисциплинарности появляется необходимость разработки концептуальных средств интеграции, когда к изначальному языку описания рассматриваемых процессов присоединяются термины и понятия из других областей знания. Такое объединение представлений можно наблюдать, когда решения естественно-научных задач переносятся в сферу гуманитарных дисциплин, в результате чего претерпевает трансформацию предмет исследования и его свойства. В данном контексте междисциплинарность выступает не просто как стремление к расширению дисциплинарных границ при изучении комплексных по своему характеру познавательных проблем, но как иерархическая коммуникативная технология [9].

Цель данной работы состоит в том, чтобы продемонстрировать возможности фрактальных представлений для решения задач междисциплинарного и трансдисциплинарного характера. Преимущественно используются методы наиболее динамично развивающегося раздела фрактальной теории — фрактальной оптики.

### 1. ПРЕДМЕТ ИССЛЕДОВАНИЯ

На рис. 1 изображены типы фрактальных структур, свойства которых рассматривались на разных этапах

\*E-mail: [pvkoroenko@rambler.ru](mailto:pvkoroenko@rambler.ru)

†E-mail: [a.zotov@physics.msu.ru](mailto:a.zotov@physics.msu.ru)

‡E-mail: [ryzhikovaju@physics.msu.ru](mailto:ryzhikovaju@physics.msu.ru)

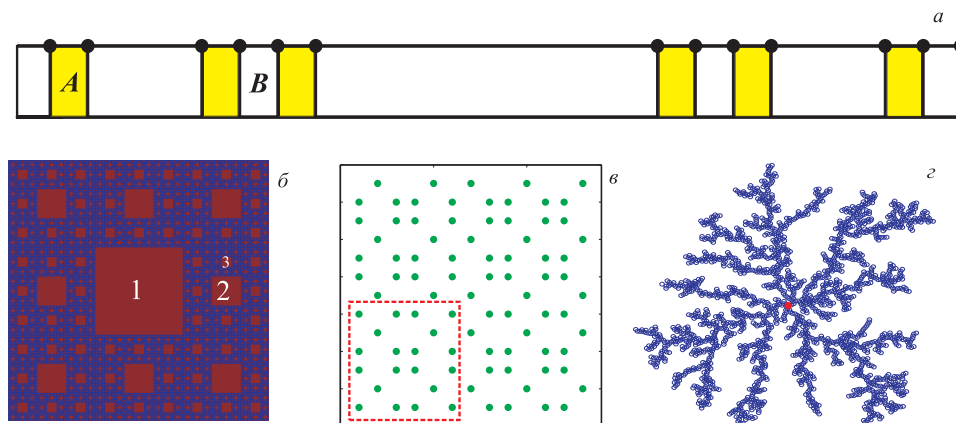


Рис. 1: Примеры фрактальных структур. Фрагмент многослойной системы Кантора (а). А, В — образующие слои, верхние черные кружки — структура 1D решетки Кантора. 2D решетчатые системы: ковер Серпинского (б), структура Фибоначчи (в), фрагмент дендрита (г)

подготовки данной работы. Особое внимание было обращено на эволюцию наносистем с увеличивающимся во времени числом образующих частиц. Примером такой системы может служить структура дендрита (рис. 1,г). Исследования такого рода процессов самоорганизации имеют большое значение для описания структурного развития объектов по принципу «снизу-вверх» [6]. Этот принцип является основополагающим для конструирования и внедрения в те или иные технологические схемы создания природоподобных элементов. Кроме того, обнаруженное в ходе исследования дендритов существование предельных размерных и скейлинговых параметров [10] указывает на определенную вероятность образования в ходе дальнейшей эволюции более сложных дендритных и полимерных кластеров. Это дает возможность пока еще на гипотетическом уровне использовать фрактальный механизм взаимодействия частиц для описания первичных этапов формирования живой материи из неживой.

Развитие фрактальных представлений дало возможность внести кардинальные изменения в элементную базу оптических устройств (фокусаторы Кантора, аперийодические многослойные системы, фрактальные излучатели и т.п.). Дополнительными возможностями фрактальные технологии обладают при создании и исследовании устройств на основе метаматериалов. В частности, уникальные свойства приобретают многослойные системы, когда один из типов образующих слоев выполнен из метаматериала [11–13].

Фрактальный подход, как показали исследования с лазерными пучками, распространяющимися в случайных неоднородных средах, является чрезвычайно удобным инструментом для выявления скейлинговых свойств флуктуаций лазерного излучения [14]. Проведенный при такого рода исследованиях фрактальный анализ был сориентирован или на непосредственное определение фрактальных размерностей регистрируемых зависимостей, либо на построение с использо-

ванием базисных представлений мультифрактального анализа спектров сингулярностей. Определяемые скейлинговые параметры оказывались весьма чувствительными к изменению состояния турбулентности и содержанию в передающей среде различного рода примесей. Расширение понятия фрактальности за счет мультифрактальной параметризации дает возможность сделать аппарат фрактальной оптики более универсальным, включив в рассмотрение объекты с более сложной пространственно-временной структурой.

## 2. ТРАНСДИСЦИПЛИНАРНЫЙ АСПЕКТ

Для того, чтобы продемонстрировать эффективность применения физических методов и подходов для освещения сугубо гуманитарных вопросов, эвристические возможности фрактальных технологий были использованы для объяснения природы такого важного философского и эстетического понятия как красота. Этот фрагмент проведенного исследования, имеющий трансдисциплинарный характер, основывался на концепции работ [15, 16], где отмечаемая в литературе красота фракталов объясняется самоподобием структуры их пространственных спектров. Самоподобие обеспечивает высокую эффективность частотной фильтрации фрактальных изображений при их обработке в коре головного мозга. Соответствующие исследования сформировали автономное научное направление нейропсихологии — нейроэстетику [17, 18]. Одна из ее версий основана на предположении, что зрительная система человека содержит нейронные комплексы, которые наделены свойствами двумерных пространственно-частотных фильтров Фурье или Габора [19]. Причем существует, по-видимому, множество относительно «узких» фильтров настроенных на восприятие разных пространственных частот. Если в разных спектральных интервалах форма распределения простран-

ственных частот совпадает, то обработка сигнала происходит быстро и с малыми затратами энергии. Благодаря этому, у человека формируется чувство комфорта, вызывающее возбуждение в коре головного мозга центров удовольствия. Описанная ситуация и формирует при созерцании природных объектов и произведений искусства с фрактальными свойствами чувство прекрасного и ощущение эмоционального подъема. Улучшаются, в частности, креативные способности индивидуума. Указанные свойства фрактальных изображений легли в основу нашедших широкое использование в медицине методов арттерапии, базирующихся на восприятии пациентами разнообразных фрактальных структур [20, 21]. Таким образом, в качестве основной задачи, позволяющей вскрыть причину эстетического и терапевтического воздействия самоподобных текстур на состояние человека, была рассмотрена совокупность вопросов о взаимосвязи фрактальных свойств изображения объекта и его фурье-спектра, а также об устойчивости спектральных характеристик к случайным и детерминированным изменениям структуры изображений.

### 3. МЕТОД АНАЛИЗА

В процессе выполнения настоящей работы был получен обширный материал, характеризующий связь изображений фрактальных структур с их пространственными спектрами. Использовались преимущественно представления, развитые в работах [5, 22]. Рассматривались различные типы детерминированных и случайных фрактальных и фракталоподобных объектов и определялись соответствующие им пространственные спектры. Скейлинговые характеристики анализируемых структур и спектров оценивались с помощью методик, описанных в работах [23, 24]. Как правило, за редким исключением структуры с фрактальными признаками обладали фрактальными спектрами. Иллюстрацией этой закономерности могут служить распределения, построенные с использованием свойств модифицированной двумерной диапазонно-ограниченной функции Вейерштрасса [25]

$$\tilde{W}(x, y) = \left( C \cdot \sum_{n=0}^{N-1} b^{(D-3) \cdot n} \times \right. \\ \left. \times \sum_{m=1}^M \sin [K \cdot b^n \cdot (A_m x + B_m y) + \phi_{n,m}] \right)^2, \quad (1)$$

$$A_m = \cos \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{M} \right); \quad B_m = \sin \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{M} \right),$$

где  $x, y$  — поперечные координаты;  $C$  — нормировочная константа;  $b > 1$  — параметр пространственно-частотного масштабирования;  $D$  — фрактальная размерность ( $2 < D < 3$ );  $K$  — основное пространственное

волновое число;  $N$  и  $M$  — число гармоник,  $\phi_{n,m}$  — фаза, заданная в интервале  $[-\pi, \pi]$ .

Для удобства выявления самоподобных свойств функции (1) было проведено ее дополнительное масштабирование

$$W(x, y) = (\alpha + \tilde{W}(x, y))/2, \quad (2)$$

где  $\tilde{W}(x, y) > \alpha$ , значение  $\alpha$  выбиралось равным  $\alpha = 0.4$ .

В зависимости от распределения величины  $\phi_{n,m}$  по заданному или случайному закону формулы (1)–(2) будут описывать либо детерминированную структуру объекта, либо — стохастическую. Особое внимание в ходе численного моделирования уделялось фиксации самоподобных свойств пространственных спектров и определению характерных для них коэффициентов скейлинга.

### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2,а представлен рассчитанный 2D-график функции  $W(x, y)$  при  $\phi_{n,m} = \pi/4$ , а на рис. 2,б — её фурье-спектр. Использовались следующие значения параметров (1):  $C = 0.04$ ;  $b = 2$ ;  $D = 2.15$ ;  $K = 1.5$ ;  $M = N = 15$ .

Структура спектра двумерной функции  $W(x, y)$ , как видно из его графического представления, состоит из системы спектральных максимумов, формирующих кольцевые распределения на разных расстояниях от нулевой частоты. Пара таких соседних кольцевых распределений отмечена на рис. 2 и последующих рисунках цифрами 1, 2. Количество максимумов в каждом кольце одинаково.

Отношение радиусов колец  $r_i/r_{i-1}$ , определяющее величину коэффициента скейлинга  $\zeta$ , оказывается близким к величине  $\zeta \approx 2$ , совпадающей со значением параметра  $b$ . Это указывает на самоподобный характер спектра Фурье двумерной функции Вейерштрасса  $W(x, y)$ . Расчеты показывают, что форма распределения спектральных компонент двумерной функции  $W(x, y)$  слабо зависит от изменения ее параметров ( $C$ ;  $D$ ;  $K$ ;  $M$ ;  $N$ ;  $\phi_{mn}$ ;  $b$ ). Так, увеличение фрактальной размерности  $D$ , хотя и вызывает увеличение степени изрезанности графика функции, приводит лишь к появлению некоторого количества дополнительных включений у располагающихся по кольцам спектральных максимумов без изменения общей конфигурации спектрального распределения.

Существенным образом изменялось изображение, когда значение фазы  $\phi_{n,m}$  приобретало случайное распределение в интервале  $[-\pi, \pi]$  при сохранении значений других параметров. В этом случае вид изображения приобретал спеклоподобный характер (рис. 3,а).

Несмотря на значительные изменения распределения  $W(x, y)$ , форма спектра кардинальным образом не менялась (рис. 3,б).



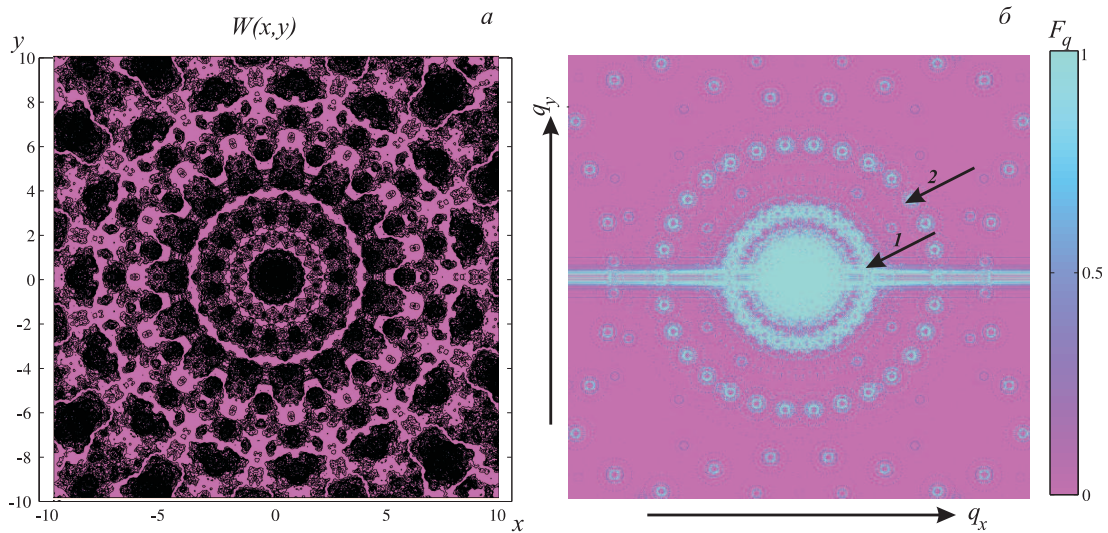


Рис. 2: 2D-представление функции  $W(x,y)$  (а) и её фурье-спектр  $F_{q_x, q_y}$  (б).  $F_{q_x, q_y}$  – коэффициенты фурье-разложения функции (по мощности); координаты  $x, y$  представлены в условных единицах; фаза  $\phi_{n,m} = \pi/4$

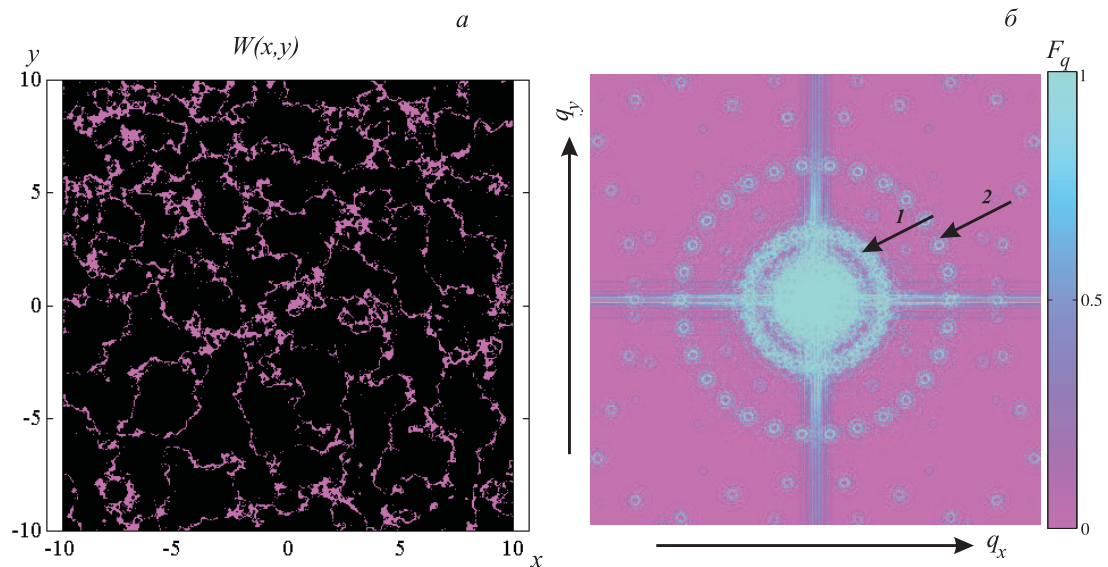


Рис. 3: 2D-представление функции  $W(x,y)$  при  $D = 2.15$  (а) и её фурье-спектр  $F_{q_x, q_y}$  (б). Фаза  $\phi_{n,m}$  распределена по случайному закону

Устойчивость пространственных спектров стала предметом дополнительного анализа. Он показал, что спектры характеризуются высокой степенью устойчивости к сильным возмущениям структуры объекта даже при изменении скейлинговых характеристик. Это свойство спектров иллюстрирует рис. 4. На нем представлено изображение объекта (рис. 4,а) и его пространственный спектр (рис. 4,б). При построении приведенного на нем изображения двумерной структуры использовалась приведенная выше формула (2) для функции  $W(x,y)$ , у которой величина  $D$  зависит от координат  $x$  и  $y$ :  $D(x,y) = D +$

$B \cdot (\sin(2 \cdot \pi \cdot \Omega_x \cdot x) + \sin(2 \cdot \pi \cdot \Omega_y \cdot y))$ , где численные значения параметров фиксированы  $B = 0.2$ ,  $\Omega_x = \Omega_y = 0.2$ .

При осуществлении оценки влияния на структуру спектров параметра  $b$  было установлено, что структура спектра в целом сохраняет свою конфигурацию, если параметр  $b$  меняется в интервале 1.1 до 2.3. При этом величины параметра  $b$  и коэффициента скейлинга  $\zeta$  принимают близкие значения. Однако при дальнейшем увеличении параметра  $b$  коэффициент скейлинга меняется неупорядоченным образом.

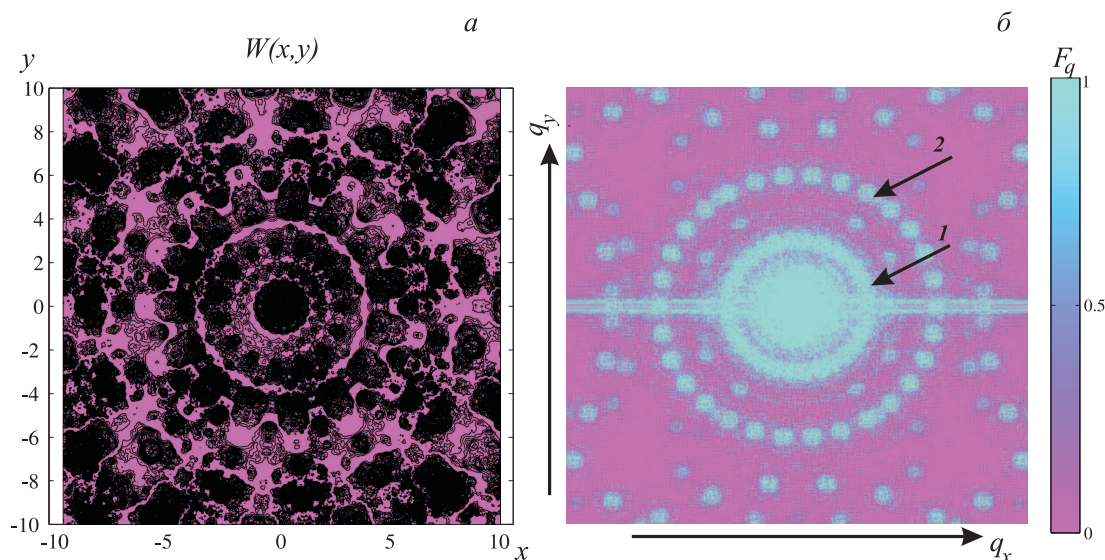


Рис. 4: 2D-представление функции  $W(x, y)$  при  $D = D(x, y)$  (a) и её фурье-спектр  $F_{q_x, q_y}$  (б)

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, регистрируемая устойчивость формы фурье-спектров и их скейлинговых свойств в различных спектральных диапазонах во многом объясняет причины эстетической ценности фрактальных изображений. Если учесть, что многочисленные природные объекты обладают фрактальными признаками [5], то полученные результаты позволяют дать интерпретацию одному из основных положений современной эстетики. Согласно этому положению наиболее сильное эмоциональное воздействие на человека оказывают структуры, близкие по своей форме к природным объектам. Одновременно полученные в ходе оптико-физических

исследований результаты позволяют дать рациональное объяснение высокой эффективности фрактальной арт-терапии, которая сейчас находит многочисленные подтверждения в медицинской практике. С точки зрения философского осмысления основных принципов междисциплинарности, следует отметить, что они оказываются во все в большей степени сориентированы на выявление трандисциплинарных связей, описание которых требует дальнейшего совершенствования методологических подходов и методических приемов.

При выполнении данной работы часть вопросов, относящихся к математическому моделированию изучаемых процессов и объектов, решалась при поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00723а.

- [1] Короленко П. В., Зотов А. М., Рыжикова Ю. В. Сборник тезисов докладов научной конференции «Ломоносовские чтения». Секция физики. С. 5. М.: Физический факультет МГУ, 2018.
- [2] Ковальчук М. В. Наука и жизнь: моя конвергенция. М.: ИКЦ Академкнига, 2012.
- [3] Малинецкий Г. . Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2013. № 51. С. 1.
- [4] Dittrich T. Eur. J. Phys. 2015. **36**. P. 015010.
- [5] Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: «Институт компьютерных исследований», 2002.
- [6] Фостер Л. Нанотехнологии. Наука, инновации и возможности. М.: Техносфера, 2008.
- [7] Моисеева А. П. Вестник Томского государственного университета Философия. Социология. Политология. 2013. №4(24). С. 40.
- [8] Лысак И. В. Исторические, философские, политические и юридические науки, культурология и искусствоведение. Вопросы теории и практики. 2014. №6(2). С. 134.
- [9] Василькова В. В. Коммуникация и образование. Сборник статей. СПб.: Санкт-Петербургское философское общество, 2004.
- [10] Ruzhitskaya D. D., Ryzhikov S. B., Ryzhikova Yu. V. Moscow University Physics Bulletin. 2018. **73**, № 3. P. 306.
- [11] Давыдова М. Г., Короленко П. В., Рыжиков С. Б., Рыжикова Ю. В. Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. 2015. № 4. 154312.
- [12] Daninthe H., Foteinopoulou S., Soukoulis C. M. Photon. Nanostruct. Fundam. Appl. 2006. **4**. P. 123.
- [13] Davydova M. G., Korolenko P. V., Ryzhikov S. B., Ruzhikova Yu. V. Physics of Wave Phenomena. 2016. **24**. N 1. P. 17.
- [14] Зотов А. М., Короленко П. В., Рыжикова Ю. В. Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. 2016. № 3. 163402.
- [15] Каиштанов А. А., Короленко П. В., Мишин А. Ю. Здоровье и образование в XXI веке. 2017. **19**. № 2. С. 90.

- [16] *Averchenko A. V., Korolenko P. V., Mishin A. Yu.* IEEE Progress in Electromagnetic Research Symposium Proceedings. 2017. P. 3418.
- [17] *Chatterjee A.* Journal of Cognitive Neuroscience. 2011. **23**(1). P. 53.
- [18] *Marin M. M.* Frontiers in Human Neuroscience. 2015. **9**(433). P. 1.
- [19] *Schira G.* Environment and Planning B, Planning and Design. 2003. **30**. P. 297.
- [20] *Joye Y.* The Arts in Psychotherapy. 2006. **33**. P.143.
- [21] *Lee E. M., Lee K.-H.* Int. J. of Software Engineering and Its Applications. 2015. **9**. N 10. P.75.
- [22] *Zotov A. M., Korolenko P. V., Mishin A. Yu.* Crystallography Reports. 2010. **55**, N 6. P. 964.
- [23] *Гудмен Дж.* Введение в фурье-оптику. М.: Мир, 1970.
- [24] *Федер Е.* Фракталы. М.: Мир, 1991.
- [25] *Потанов А. А.* Журнал радиоэлектроники. 2010. № 1. С. 1.

---

## Interdisciplinary aspects of fractal optics

**P. V. Korolenko<sup>1,2,a</sup>, A. M. Zotov<sup>1,b</sup>, Yu. V. Ryzhikova<sup>1,c</sup>**

<sup>1</sup>*Department of optics, spectroscopy and nanosystems physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University  
Moscow 119991, Russia*

<sup>2</sup>*P.N. Lebedev Physics Institute, Russian Academy of Sciences  
Moscow 119991, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>pvkorolenko@rambler.ru, <sup>b</sup>a.zotov@physics.msu.ru, <sup>c</sup>ryzhikovaju@physics.msu.ru*

The effectiveness of methodological fractal provisions for solving interdisciplinary problems is demonstrated. An inner connection is revealed between a number of basic concepts of natural scientific, humanitarian and cognitive disciplines.

PACS: 42.25.Fx; 42.30.Kq; 42.25.Hz; 07.05.Tp

*Keywords:* fractal optics, interdisciplinarity, transdisciplinarity, aesthetics, neuroaesthetics, spatial spectra, art therapy.

*Received 19 June 2018.*

### Сведения об авторах

1. Короленько Павел Васильевич — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939-57-40, e-mail: pvkorolenko@rambler.ru.
2. Зотов Алексей Михайлович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: тел.: (495) 939-17-17, a.zotov@physics.msu.ru.
3. Рыжикова Юлия Владимировна — канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел.: тел.: (495) 939-57-40, e-mail: ryzhikovaju@physics.msu.ru.