

**Векторные операции в точной индикации локальных объектов в изображениях**Е. Н. Терентьев<sup>1, \*</sup>, N. E. Shilin-Terentyev<sup>2</sup>, И. Н. Приходько<sup>1</sup>, И. И. Фаршакова<sup>1</sup><sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра математического моделирования и информатики  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2<sup>2</sup>Google, San-Francisco, USA

(Статья поступила 25.06.2018; Подписана в печать 03.09.2018)

Изображение в одном цвете есть скалярное поле. Изображению сопоставляется его векторное градиентное поле. Анализ векторных полей с помощью шаблонов векторов единичной длины позволил указывать в изображении на такие объекты как вихри, Дорожные Знаки (ДЗ), Зрачки Глаз (ЗГ) и т.п. Предлагаемый метод индикации локальных объектов с применением градиентных полей оказался высокоточным и помехозащищенным.

PACS: 02.70.-c

УДК: 004.93.

Ключевые слова: анализ изображений, локализация объектов на изображениях, компьютерное зрение.

**ВВЕДЕНИЕ**

Задача локализации объектов в изображении является одной из базовых для реализации компьютерного зрения. Ее можно рассматривать как состоящую из двух задач: поиска местоположения кандидата в искомом классе объектов и его последующая классификация. К задачам этого вида относятся описанные во многих статьях [1–9] задачи распознавания ДЗ, задачи поиска вихрей [10], детектирование лиц в работе [11] и т.п.

Популярные подходы к локализации объектов, например ДЗ, основанные на методах контурного анализа [1], или совмещённые с цветовой сегментацией изображения, как в статье [2], имеют проблемы по точности и устойчивости локализации. В результате плохой освещённости объектов области кандидата в ДЗ в изображении выделяются с потерей части ДЗ или, наоборот, выбирается слишком большая область кандидата ДЗ, что делает невозможной дальнейшую классификацию объекта. Оценку местоположения объекта дают морфлеты, являющиеся особой модификацией методов морфологического анализа [12].

Применяемые в различных работах [3–8] методы классификации ДЗ, вроде нейронных сетей [3, 4, 6], контурных дескрипторов [5], цветовых гистограмм [9], поиска ключевых точек [7] имеют свои проблемы в точности и устойчивости классификации в своих специфических инструментах, терминах.

Использование точных методов локализации с оценивания размеров объектов, которые устойчивы к условиям регистрации, позволит повысить точность классификации, чтения, например, ДЗ.

**1. КОНЕЧНОМЕРНЫЕ ТЕОРЕМЫ ОТСЧЕТОВ С ОПЕРАЦИЯМИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ И ИНТЕГРИРОВАНИЯ**

Конечномерные Теоремы Отсчетов (КМТО) реализуют операции интерполяции, теории поля с массивами отсчетов с точностью мантиссы порядка  $\sim 10^{-13}$  без использования конечноразностных схем и интегральных сумм.

**2D КМТО (Терентьев):**

Пусть даны: квадратный массив отсчетов (изображение на исходной сетке  $N \times N$ )  $D = f(x_0, y_0)$ , двумерная ортонормированная матрица дискретных Фурье гармоник  $H^{(0)}(x_0) = \{H_k^{(0)}(x_0), k = 1 : N, x_0 = 0 : N-1\}$  и интерполированные Фурье гармоники  $H^{(n)}(x) = \{H_k^{(n)}(x), k = 1 : N, x = 0 : dx : N-dx\}$ , с меньшим шагом  $dx < 1$ , все Фурье гармоники нумеруются первым  $k$  индексом и в дискретных матрицах  $H^{(0)}(x_0)$ ,  $dx = 1$  и в интерполированных матрицах  $H^{(n)}(x)$ ,  $dx < 1$  Фурье гармоники располагаются по строкам. Индексы в скобках  $(n)$  — это  $n$ -я (для положительных  $n > 0$ ) производная и для отрицательных значений —  $n$ -ый интеграл [13]. Тогда функция:

$$f^{(n,m)}(x, y) = \sum_{i,j=1}^N C_{i,j} H_i^{(n)}(x) H_j^{(m)}(y), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} A_{i,j} &= (f(x_0, y_0), H_i^{(0)}(x_0) H_j^{(0)}(y_0)) = \\ &= \sum_{x_0, y_0=1}^N f(x_0, y_0) H_i^{(0)}(x_0) H_j^{(0)}(y_0), \\ & \quad i, j = 1 : N \quad (2) \end{aligned}$$

проходит через точки отсчетов  $f(x_0, y_0)$  при  $n = m = 0$ . Скалярные произведения (2) реализуют двумерное Прямое Преобразование Фурье (ПФ). Ряд Фурье  $f^{(n,m)}(x, y)$  (1) дает нам интерполированный двумерный результат при  $n = m = 0$ ,  $dx < 1$ . Если интерполяции нет:  $dx = 1$  и  $n = m = 0$ , то ряд Фурье  $f^{(n,m)}(x, y)$  (1) реализует Обратное ПФ. Если  $n$  и  $m$  не

\*E-mail: [en.teren@physics.msu.ru](mailto:en.teren@physics.msu.ru)

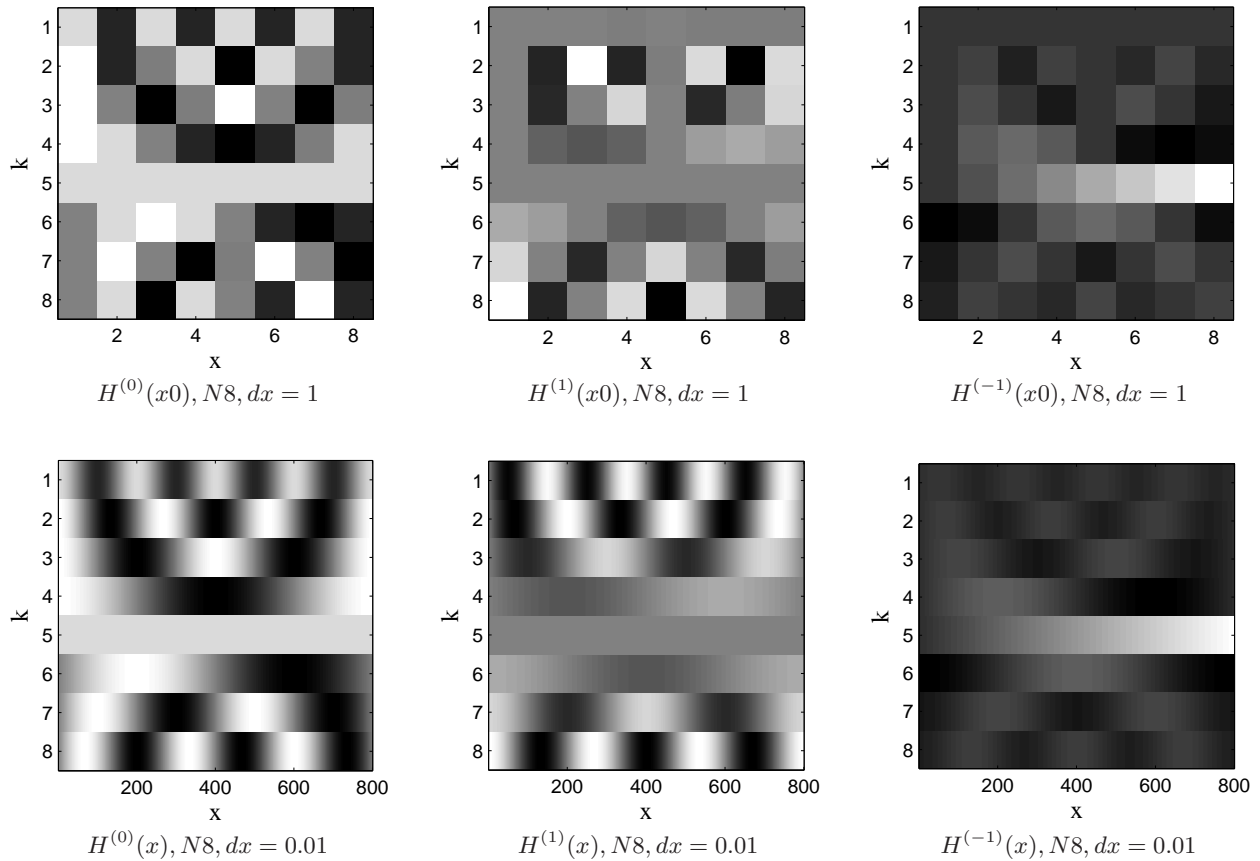


Рис. 1: Пример дискретных и интерполированных, продифференцированных и проинтегрированных Фурье гармоник в КМТО

равны нулю, то мы реализуем операции дифференцирования и интегрирования от массивов отсчетов [13]. Заметим, что порядки операций  $n, m$  не обязательно целые [13].

**1D КМТО:** Пусть имеем одномерный массив отсчетов  $D = f(x_0)$ , тогда результат интерполирования с  $n$ -ой операцией представляется одной строкой:

$$f^{(n)}(x) = (H^{(0)}(x_0) * D') * H^{(n)}(x). \quad (3)$$

Звездочкой  $*$  в (3) обозначаем правило «строка \* столбец с суммированием» при умножении матриц и штрихом  $'$  — транспонирование. Первая звездочка реализует одномерное Прямое ПФ (2), а вторая звездочка — сумму дискретного ряда Фурье (1). Заметим, что матрицы оцифрованных Фурье гармоник  $H^{(0)}(x_0)$  — унитарные по построению и предназначены для реализации одномерных ПФ. Если  $n = 0$  и  $x = x_0$ , то из того, что матрица  $H^{(0)}(x_0)$  — унитарная (операция транспонирования обращает унитарную матрицу) следует исходное равенство  $f(x_0) = f^{(0)}(x_0) = D$ .

КМТО дают хорошие результаты, если нет перепада отсчетов на границе изображений. В противном случае надо применять специальные защищенные от граничных эффектов методы в КМТО [13].

Ниже приводятся формулы с операциями дифференцирования и интегрирования  $n$ -го порядка для синусов и косинусов:

$$H_k^{\cos^{(n)}(\rho_m x)} = \sqrt{2/N} \{ (\rho_m)^n \cos(\rho_m x + n \frac{\pi}{2}) \}, \quad (4)$$

$$\rho_m = \frac{2\pi}{N} m, \quad m = \frac{N}{2} + 1 - k,$$

$$H_k^{\sin^{(n)}(\rho_m x)} = \sqrt{2/N} \{ (\rho_m)^n \sin(\rho_m x + n \frac{\pi}{2}) \}, \quad (5)$$

$$\rho_m = \frac{2\pi}{N} m, \quad m = k - (\frac{N}{2} + 1).$$

В (4,5) индексом  $k = 1 : N$  указываются номера строк в матрице непрерывных Фурье гармоник  $H^{(n)}(x)$  (рис. 1) для четных  $N$  с нормировкой  $\sqrt{2/N}$ . У строк непарного косинуса и константы в  $H^{(0)}(x_0)$  другая нормировка —  $\sqrt{1/N}$ . Нормировки от дискретного случая нужны для ортонормированности строк матрицы  $H^{(0)}(x_0)$  [13].

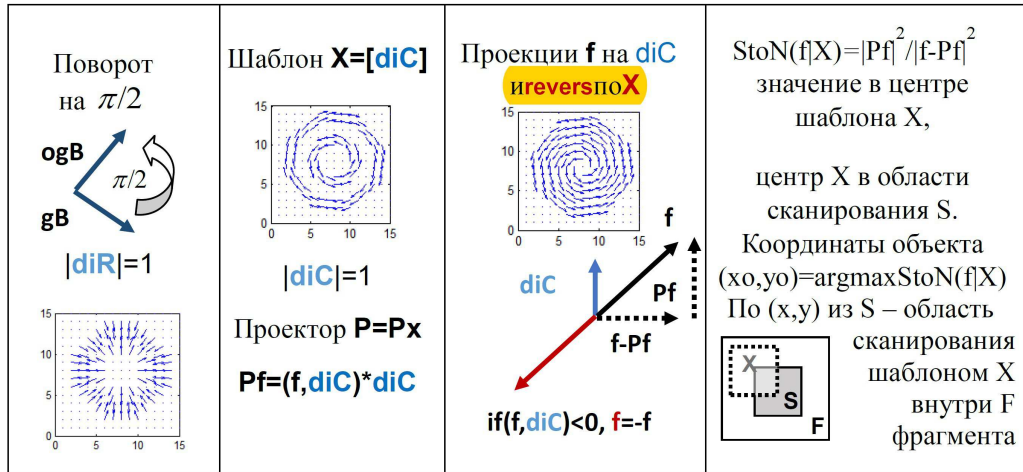


Рис. 2: Операции над векторными полями, шаблоны, проекции, функция StoN–«Сигнал/Шум»

**2. ГРАДИЕНТНЫЕ ПОЛЯ, ШАБЛОНЫ НАПРАВЛЕНИЙ, ВЕКТОРНЫЕ ОПЕРАЦИИ**

Согласно 2DKMTO (1,2) градиент от массива отсчетов  $D = f(x_0, y_0)$  с интерполяцией в точках  $(x, y)$ :

$$gD = \text{grad}D = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}D, \frac{\partial}{\partial y}D \right\} = \{ f^{(1,0)}(x, y), f^{(0,1)}(x, y) \}. \quad (6)$$

$gD$  (6) — векторное градиентное поле связанное со скалярным изображением  $D$ .

На рис. 2 графически представлены этапы предлагаемого метода «векторного анализа изображений».

Для анализа изображений часто бывает удобным рассматривать ортогональное или повернутое на  $\pi/2$  векторное поле  $ogD$ . Анализ формы векторных полей производится по двум заданным шаблонам векторных полей с единичными направлениями по радиусу и по окружности  $[diR]$ ,  $[diC]$ . Во второй и третьей клетке рис. 2 показано как реализуются операции проектирования  $P=PX$  на шаблон направлений  $X=[diC]$ . Проекция  $Pf$  называется сигналом, а ортогональная часть  $f-Pf$  шумом. Предусмотрена операция  $revers$  для векторов  $f$ , т.е. изменение направления  $f$  на противоположное  $-f$  операцией, если  $(f,diC)<0$ , т.е. если между векторами  $f$  и  $diC$  тупой угол. Точно также вектора могут поворачиваться в шаблонах: из шаблона направлений по радиусу  $[diR]$  мы можем получить шаблон направлений по окружности  $[diC]$  (рис. 2).

Представим себе, в изображении  $V$  яркое колечко — скалярный массив  $V$ . Тогда  $ogV$  будет представлять два векторных поля, вращающихся в противоположных направлениях. Понятное дело, либо конструируем подобный шаблон, чтобы определить кольцо, либо допускаем операцию  $revers$  и остаемся при простом шаблоне направлений  $X=[diC]$ , как на рис. 2. Преимущество такого подхода в том, что мы можем иметь шаблон

больших размеров, чем искомое кольцо, и устойчиво реализуем локализацию без потери объекта.

**3. ЗАДАЧА ЛОКАЛИЗАЦИИ**

Запишем соотношение сигнал/шум  $StoN$ :

$$StoN(f|X) = \frac{\|Pf\|^2}{\|f - Pf\|^2}. \quad (7)$$

Заметим, что  $StoN$  (7) может иметь бесконечное значение, если сигнальная часть  $\|f - Pf\|^2 = 0$ , например, при  $f = X$ . Поэтому будем использовать МатЛабовскую функцию  $atan2$  ( $\text{arcctg}$ ):

$$aStoN(f|X) = \pi/2 \text{atan2}(\|Pf\|, \|f - Pf\|) \quad (8)$$

Функция  $aStoN$  с нормировкой на  $\pi/2$  (8) будет использоваться в дальнейшем при оценке параметров реальных вихрей.

Центром шаблона направлений  $X$  сканируется область  $S$  в исследуемом фрагменте  $F$  изображения. Значения функций типа  $StoN$  (7,8) связываются с координатой  $(x, y)$  в  $S$  части  $F$  фрагмента изображения. Точка максимума функции  $StoN(x, y)$ ,  $(x, y) \in S \subset F$  определяет положения интересующего нас объекта в изображении. Качество или точность локализации можно оценивать размером светлой части — «пятна» в изображении функции  $StoN$ .

Таким образом, задача локализации или определения координат  $(x_0, y_0)$  объекта, сводится к задаче на максимум

$$(x_0, y_0) = \text{argStoN}(f|X)(x, y), (x, y) \in S. \quad (9)$$

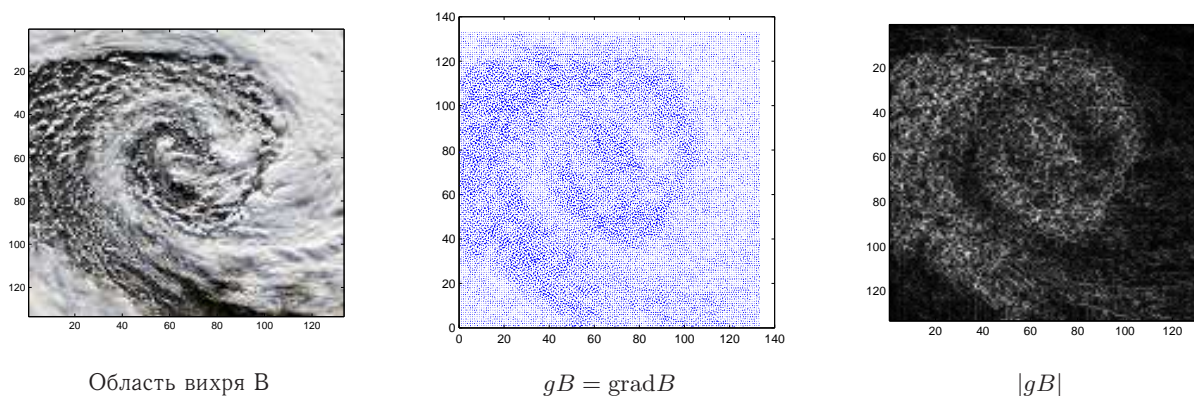


Рис. 3: Пример области изображения с вихрем  $B$ , градиентного поля  $gB$  и  $|gB|$

#### 4. ОБЩАЯ СХЕМА ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА

Рассмотрим принцип работы метода поэтапно. По сути эта схема представлена на рис. 2, но с добавлением задачи фильтрации изображений на втором этапе, в которой обнуляется Высоочастотная Часть (ВЧ) изображения с оставлением Низкочастотной Части (НЧ). Это нужно для более устойчивой работы метода вместе с применением упрощенных шаблонов с операцией *revers*.

1. измеряем или считываем входное изображение  $B$ ;
2. обнуляем ВЧ изображения, с указанием величины НЧ остатка;
3. рассчитываем с помощью КМТО векторное градиентное поле  $gB = \text{grad } B$ ;
4. все вектора векторного поля  $gB$  поворачиваем на угол  $\pi/2$  с получением ортогонального векторного поля  $f = \text{og}B$ ;
5. проектируем векторное поле  $f = \text{og}B$  на направления  $X$ ,  $P = PX$ , с получением сигнальной векторной части  $Pf$  и шумовой —  $f - Pf$ ;
6. рассчитаем соотношения сигнал/шум  $\text{StoN}$  (7,8) в каждой точке области сканирования шаблона  $X$  в  $S$ . Искомый объект предположительно находится в  $S$ ;
7. находим координаты  $(x_0, y_0)$  искомого объекта соответствующего шаблону  $X$  решив задачу на максимум (9).

Итак, приведена схема реализации последовательности векторных операций над градиентным полем изображения, которая дает координаты местоположения объекта искомого класса в изображении.

#### 5. ПРИМЕР ИНДИКАЦИИ ВИХРЕЙ

Далее будут продемонстрированы примеры локализации объектов разных классов: вихри, ДЗ, цветы ромашка и ЗГ. Если про ДЗ можно сказать, что формы ДЗ стандартны, известны, то вихри невозможно отнести к объектам, форма которых известна.

Возьмём фрагмент космического снимка, содержащего атмосферный вихрь (рис. 3). Вихрь идентифицируется векторным шаблоном  $X = [\text{di}C]$  с указанием места по максимуму функции  $\text{StoN}$  (7) в области сканирования  $S$ , изображённого на рис. 3–6. Как можно видеть, местоположение вихря определяется, см. пятно изображения функции  $\text{StoN}(\text{og}B|X)$  на рис. 4.

Если обнулить 70% ВЧ изображения, оставить в изображении только 30% НЧ, то метод локализации вихря сохраняет работоспособность (рис. 5–6).

В конструкции функций  $\text{StoN}$  (7), по существу, берётся отношение энергии кругового движения — сигнальная часть — к энергии радиального движения — шумовая часть.

#### 6. ЛОЖНЫЕ ВИХРИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

Если в качестве входного изображения взять изображение цветка ромашки, то у метода будет такая же реакция, как и на вихрь. Поэтому, можно сказать, что изображение цветка ромашки является ложным вихрем для реального космического вихря.

В космических изображениях не фиксируются градиенты или перепады давлений, в направлении которых движутся воздушные массы. Поэтому методом локализации вихрей фиксируются не только вихри. Кстати, выделить цветы ромашки и васильков в букете цветов как ложные вихри с глазом и без глаза, оказывается, можно.

По скалярным космическим снимкам требуется контролировать состояние атмосферы с индикацией вихрей в атмосфере. Предлагаемый метод позволяет делать это автоматически.

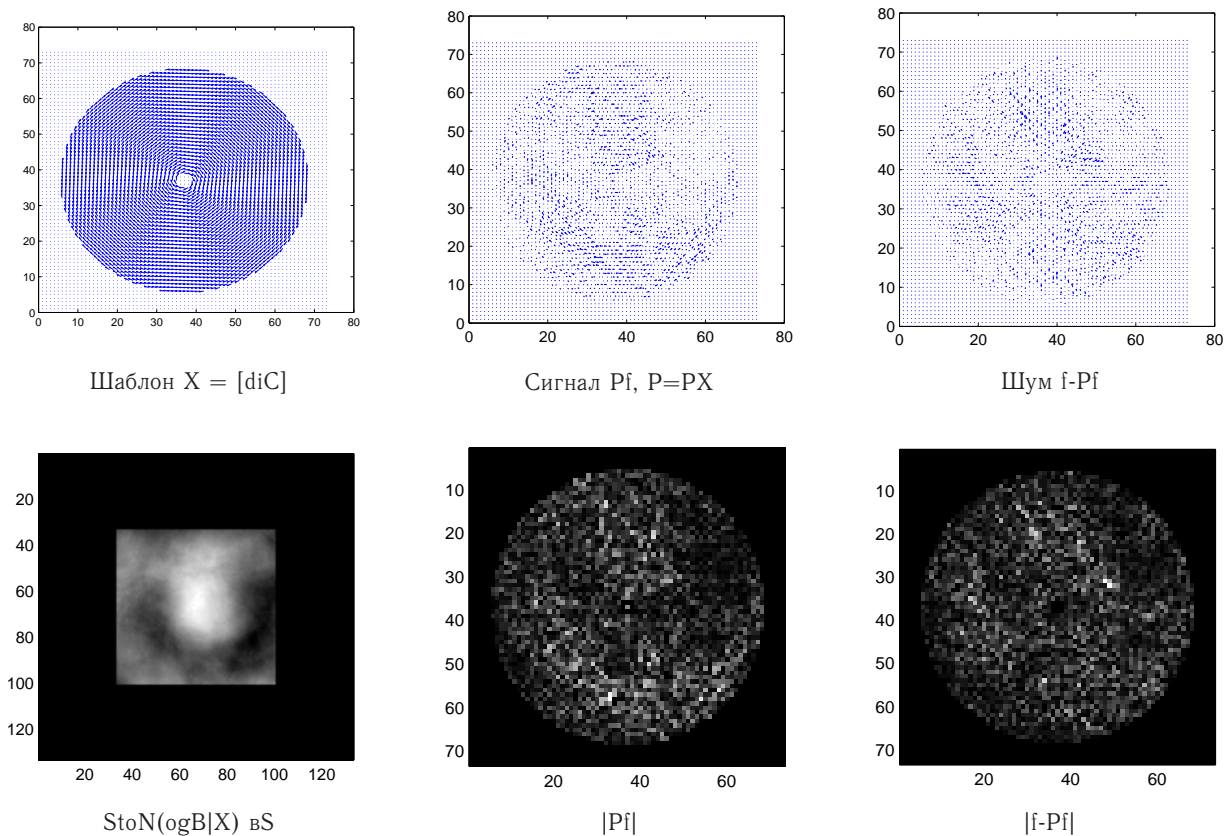


Рис. 4: Компоненты функции StoN для вихря и ее значения в области сканирования S

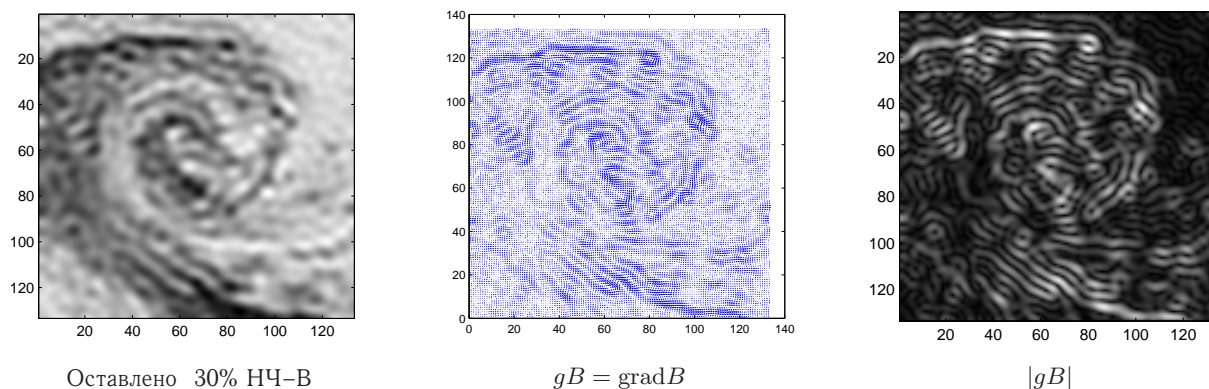


Рис. 5: Пример 30% НЧ изображения с вихрем  $V$ , градиентного поля  $gB$  и  $|gB|$

И в случае с цветком ромашки обнуление ВЧ изображения улучшает результат. В 60% НЧ области результат даже лучше, чем во всей полосе частот.

Ложный вихрь «по треугольнику» позволяет локализовать ДЗ даже в том случае, если от изображения останется 30% НЧ. В синем (Blue), как дополнительном к красному R, картинка  $|gB|$  выглядит более контрастно, чем  $|gR|$ .

Локализации треугольному ДЗ мешает другой круглый ДЗ, который расположен ниже (рис. 9, 10).

В проблеме распознавания лиц или в проблеме Черты Лица (ЧЛ) расстояние между зрачками глаз в изображении является единицей измерения расстояний. Все остальные элементы ЧЛ можно находить с указанием расстояний от ЗГ и с помощью данного векторного метода для анализа других ЧЛ.

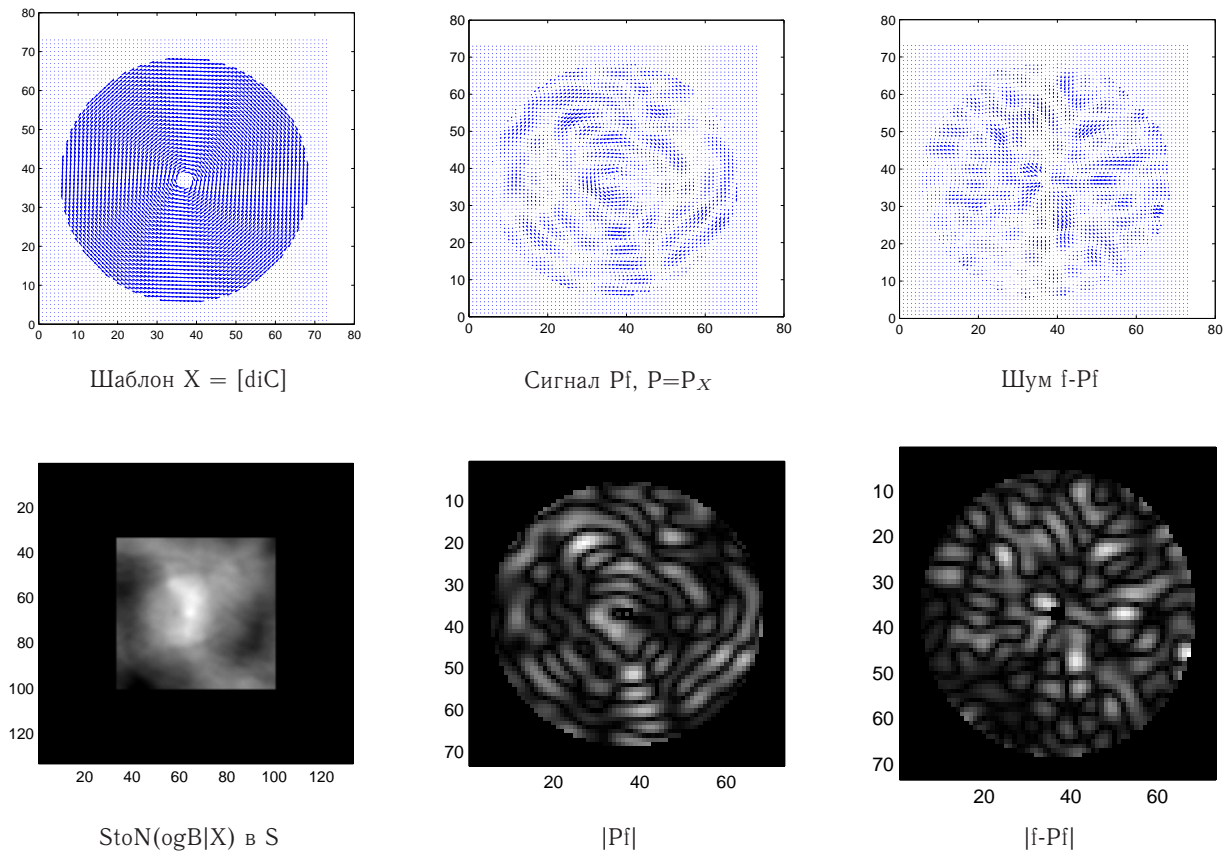


Рис. 6: Компоненты функции StoN для вихря с 30% НЧ изображения и ее значения в области сканирования S

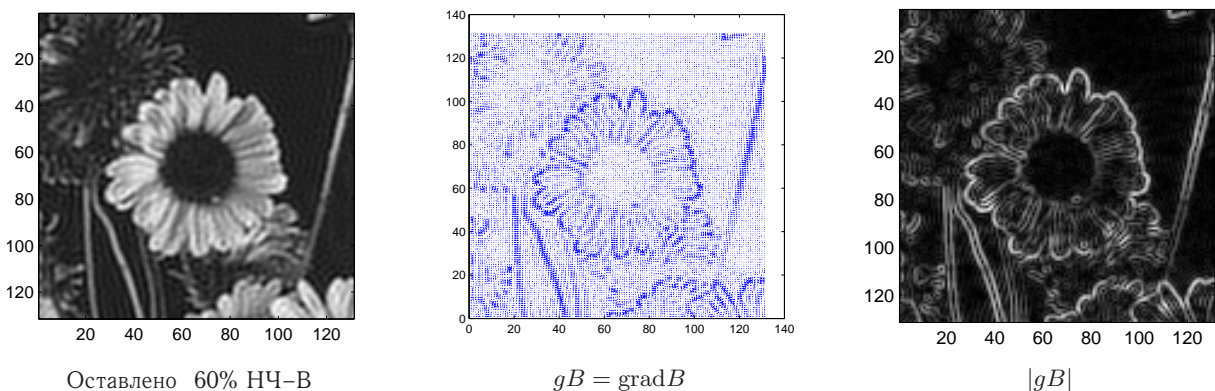


Рис. 7: Пример области изображения с ромашкой B, градиентного поля  $gB$  и  $|gB|$

Качество локализации объектов по StoN в области S (7) можно связать с размером светлого пятна в изображении функции StoN. Функции StoN вычислялись тремя способами. Первым — проводилась локализация ЗГ методом морфологического анализа изображений (по площадям) и входному изображению фрагмента участка глаза А (рис. 11,13). Вторым — методом модернизированного морфологического анализа изоб-

ражений, в котором градиентным методом выделялись «контуры ЗГ» (рис. 12,  $|g|$ ) и далее конструировалось StoN по площадям контуров в  $|G|$ .

Наименьшее по размеру пятно получилось в третьем сравниваемом методе StoN(oG|X) (рис. 13), который и представляется в данной работе. Считаем, что данный метод применим к решению сложной проблемы распознавания лиц по изображениям или конкретно

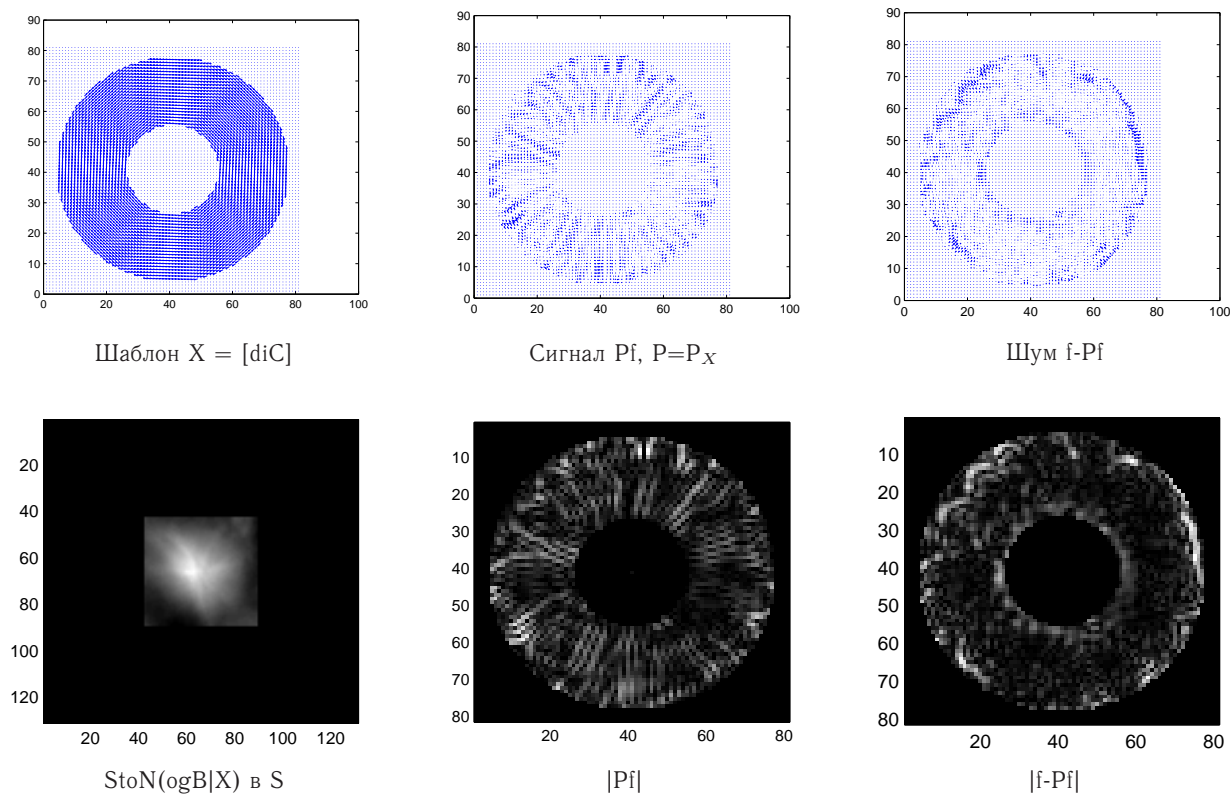


Рис. 8: Компоненты функции StoN для цветка ромашка и ее значения в области сканирования S

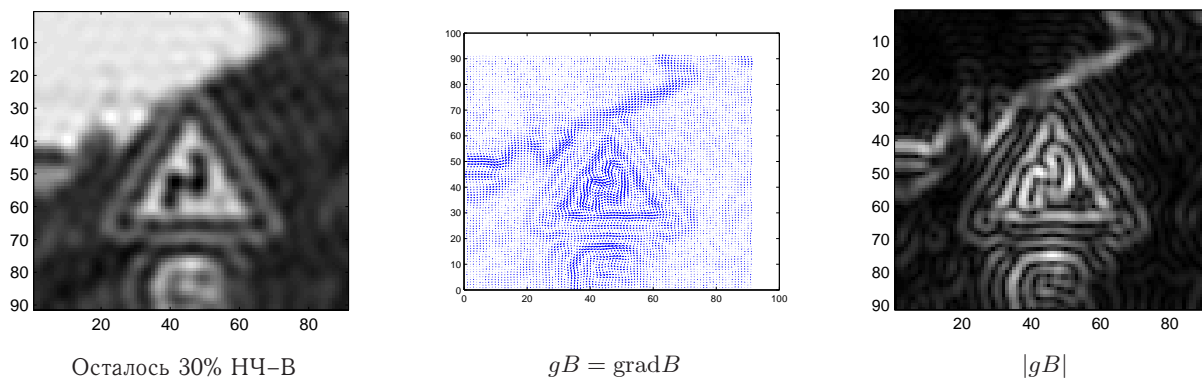


Рис. 9: Пример области изображения B (Blue) с ДЗ, градиентного поля  $gB$  и  $|gB|$

по ЧЛ. Есть идеи реализовать семантический анализ изображений ЧЛ: нос, губы, область ЗГ, уши, и т.п. с помощью градиентных полей и векторных преобразований.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенным подходом мы смогли определить местоположение объектов с нерегулярным и регулярным

устройством типа вихри и ДЗ, что говорит о том, что предлагаемый метод является универсальным для поиска широкого класса объектов.

Неожиданный результат исследования заключается в том, что градиентные методы с проекциями на заданные шаблоны направлений позволили довольно точно выделять с помощью ложных вихрей различные объекты типа ДЗ.

В реальных задачах чтения ДЗ в предварительной задаче вместе с оцениванием местоположения, конеч-

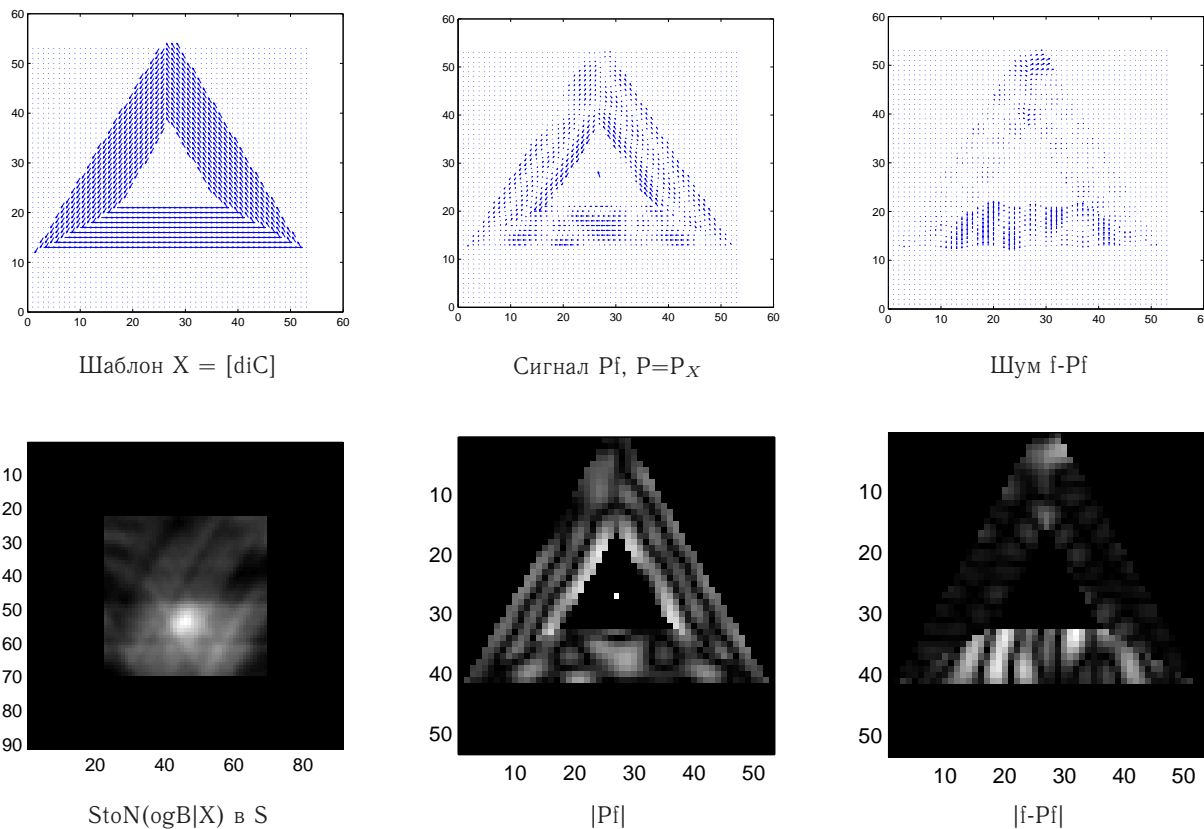


Рис. 10: Компоненты функции StoN для ДЗ и ее значения в области сканирования S

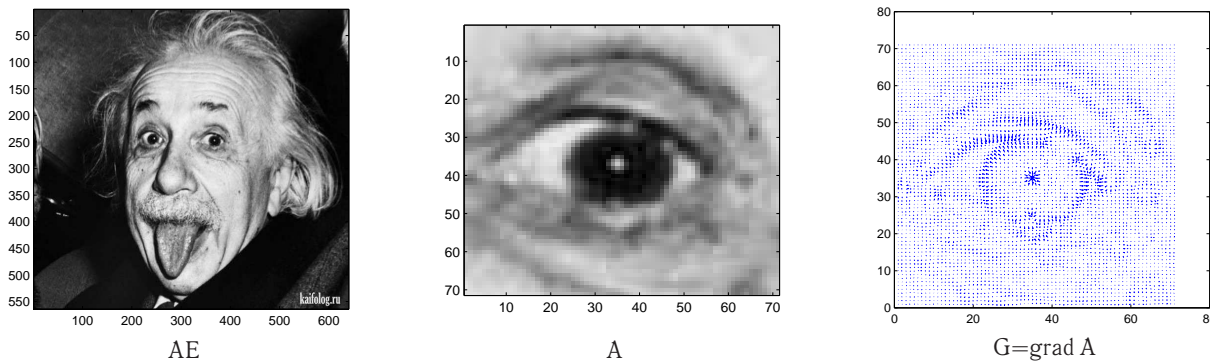


Рис. 11: Исходные данные, изображение лица AE, область глаза A, градиентное поле G

но, требуется оценивать и размер кандидата в ДЗ.

Возможность точного оценивания положения ДЗ открывает новые пути в решении задачи семантического анализа изображений типа чтение ДЗ роботом Навигатора.

Оценка точного расстояния между ЗГ дает возможность постановки новых семантических задач в оценивании параметров типа ЧЛ для реализации методов распознавания изображений лиц. В планах задачи оценивания параметров атмосферных вихрей и дипольных

вихрей морских течений [15] в космических изображениях Земли.

В планах реализации задачи диагностики на предмет наличия опухолей, язв и т.п. в медицинских изображениях в том числе и в томографии методом ложных вихрей.

С помощью известной теоремы отсчетов Котельникова [16] приведенные результаты КМТО [13] получить, повторить невозможно.



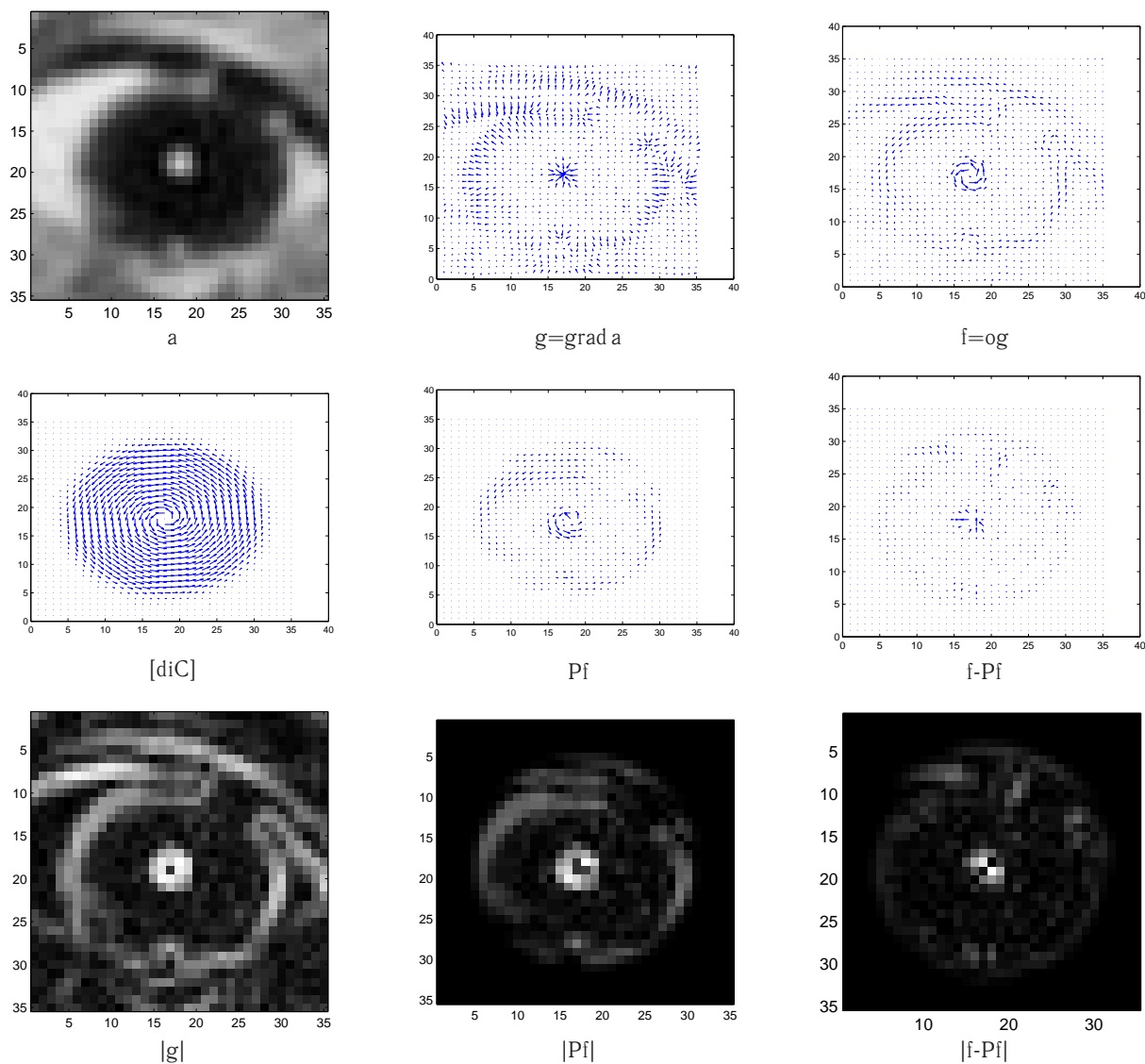


Рис. 12: Компоненты векторных операций в области зрачка глаза

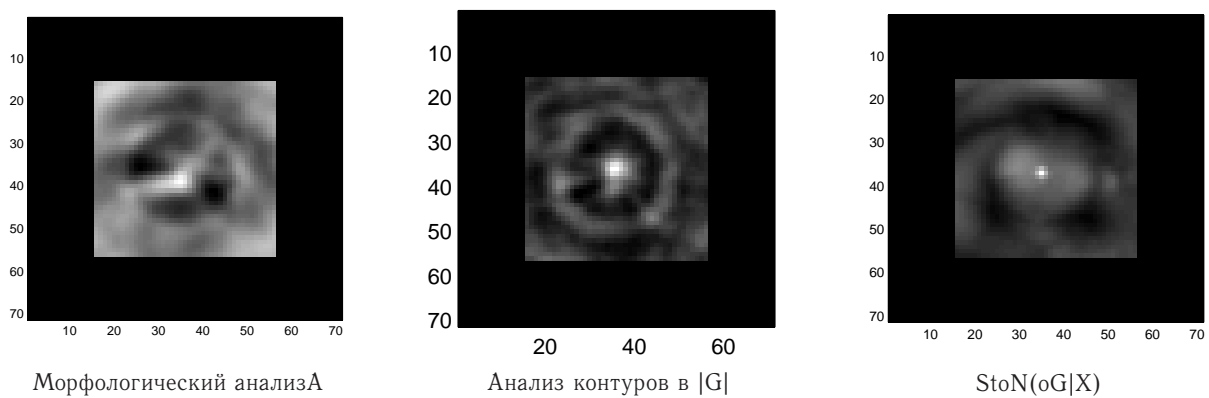


Рис. 13: Исходные данные, изображение лица АЕ, область глаза А, градиентное поле G

В близкой работе А. Н. Каркищенко, А. В. Гончарова, посвященной исследованию устойчивости знакового представления изображений [17], речь идет только об устойчивости. Приводится рис. 1 с двумя схематическими изображениями лица на грубой сетке 12x12. Правильные постановки задач о выделении областей знакопостоянства контуров соответствовали бы результатам нашей работы, если бы были связаны еще и с точностью (морфологическим анализом) и, конкретно, в сравнительном анализе на примере 3Г со-

ответствовали бы первому и второму методу (рис. 13). В нашей работе получалось так, что реализуемая точность оказывалась избыточной и, чтобы улучшить результат, мы обнуляли ВЧ изображения — огрубляли изображения. Предстоит исследовать, например, двойные противовихри в шаблонах X (рис. 2) для определения положения ДЗ с предельной точностью до пиксела и меньше, если делать все с интерполяцией и меньше обнулять ВЧ изображений. Полагаем, что на изображениях ДЗ это может получиться.

- 
- [1] *Hai Nguyen Thanh* Electrical and Electronic Engineering. 2014. 4(2). P. 36.
  - [2] *Шемарулин И. А., Карпычев В. Ю.* Труды НГТУ им. Р. Е. Алексеева. 2016. № 2. P. 60.
  - [3] *Shustanov A., Yakimov P.* Proceedings of the 14-th International Joint Conference on e-Business and Telecommunications. 2017. 5. P. 42.
  - [4] *Krsak E., Toth S.* Acta Electrotechnica et Informatica. 2011. 11, N 4. P. 31.
  - [5] *Keser T., Kramar G., Nozica D.* In Proceedings of the IEEE International Conference on Smart Systems and Technologies (SST). P. 12. Osijek, Croatia, 2016.
  - [6] *Xiong B., Izmirlı O.* International Workshop on Image Processing and Optical Engineering, International Society for Optics and Photonics. 2012. 8335, P. 83350B.
  - [7] *Hla Myo Tun Htet Wai Kyu, Lu Maw* International Journal of scientific and technology research. 2016. 5, N 06.
  - [8] *Приходько И. Н.* XXV Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных по фундаментальным наукам "Ломоносов–2018". Секция "Физика 2018."
  - [9] *Daraghmi Y-A, Hasasneh A. M.* International Journal of Signal Processing Systems. 2016. 4, N 5. P. 417.
  - [10] *Александрин А. И., Загуменнов А. А.* Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2008. 5, № 2. С. 17.
  - [11] *Liao S., Anil K. J., Stan Z. Li.* IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2015.
  - [12] *Визильтер Ю. В., Горбачевич В. С., Вишняков Б. В., Сидякин С. В.* Компьютерная оптика. 2017. 41, № 3.
  - [13] *Терентьев Е. Н., Терентьев Н. Е.* Процессы в геосредах. 2016. №4(9). С. 355.
  - [14] *Пытьев Ю. П., Чуличков А. И.* Методы морфологического анализа изображений. М.: Физматлит, 2010.
  - [15] *Терентьев Н. Е., Терентьев И. И., Фаршакова* Труды школы-семинара «Волны-2017». Математическое моделирование в радиофизике и оптике. 2017. С. 56.
  - [16] *Кузнецов Н. А., Синицын И. Н.* УФН. 2009. 179. P. 216.
  - [17] *Каркищенко А. Н., Гончаров А. В.* Автомат. и телемех. 2010. № 9. С. 57.

---

## Vector operations in the precise indication of local objects in images

E. N. Terentyev<sup>1, a</sup>, N. E. Shilin-Terentyev<sup>2</sup>, I. N. Prikhodko<sup>1</sup>, I. I. Farshakova<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Computer Modeling and Informatics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University  
Moscow 119991, Russia

<sup>2</sup>Google, San-Francisco, USA

E-mail: en.teren@physics.msu.ru

An image in one color is a scalar field. The image is associated with its vector gradient field. The analysis of vector fields with the help of single-length vector patterns made it possible to point to objects in the image such as vortices, Road Signs (RS), Eye Pupils (EP), and so on. The proposed method of indicating local objects using gradient fields is high-precision and noise-proof.

PACS: 02.70.-c.

*Keywords:* image analysis, localization of objects in the image, computer vision.

*Received 25 June 2018.*

### Сведения об авторах

1. Терентьев Евгений Николаевич — канд. физ.-мат. наук, ст. преподаватель; e-mail: en.teren@physics.msu.ru.
2. Shilin-Terentyev N.E. — lead developer Google, San-Francisko, USA.
3. Приходько Ирина Николаевна — выпускница магистратуры; e-mail: prikhodko\_in@mail.ru.
4. Фаршакова И. И. — студентка бакалавриата; e-mail: irinafarshakova@gmail.com.