

Аналитическое описание фазового перехода в полосах переменной четности в тяжелых ядрах

Е. В. Мардыбан^{1,2,*}, Т. М. Шнейдман^{1,3}, Е. А. Колганова^{1,2}, Р. В. Джолос^{1,2}

¹Лаборатория теоретической физики имени Д. И. Боголюбова,

Объединенный Институт Ядерных Исследований. Россия, 141980, Дубна, ул. Жолио-Кюри, д. 6

²Государственный университет «Дубна». Россия, 141980, Дубна, ул. Университетская, д. 19

³Казанский федеральный университет. Россия, 420008, Казань, ул. Кремлёвская, 18

(Статья поступила 14.05.2018; Подписана в печать 26.09.2018)

Проанализированы расщепления по четности и электрические дипольные переходы в полосах переменной четности тяжелых ядер в зависимости углового момента. Показано, что эти зависимости можно трактовать универсальным способом с использованием одного параметра - критического момента, характеризующего фазовый переход от октупольных колебаний к стабильной октупольной деформации. Используя простую модель аксиально-симметричной зеркально-асимметричной моды, получены аналитические выражения для расщепления по четности и момента электрического дипольного перехода. Результаты сравниваются с экспериментальными данными для различных изотопов Ra, Th, U и Pu.

PACS: 21.10.Re, 21.10.Ky, 21.60.Ev

УДК: 539.1.01.

Ключевые слова: октупольная деформация, фазовые переходы, угловой момент.

ВВЕДЕНИЕ

Фазовые переходы в ядрах являются одним из интереснейших направлений современной ядерной физики, все потому что в ядрах обнаруживают все больше примеров таких фазовых переходов. На данный момент в основном проанализированы фазовые переходы между сферическими, аксиально деформированными и γ -мягкими ядрами [1]. В последнее время большое внимание уделяется также эволюции зеркально асимметричной деформации в актинидах и редкоземельных ядрах. Это пример очень интересного случая фазового перехода, происходящего с ростом углового момента. Действительно, как было показано в [2], эволюция расщепления по четности в полосах переменной четности в актинидах наглядно демонстрирует переход от октупольной недеформированной фазы к стабильной октупольной деформации. Это явление можно также рассматривать как пример квантового фазового перехода в возбужденных состояниях [3].

Хорошо известно, что многие актиниды и редкоземельные ядра могут иметь деформации, которые нарушают симметрию по отношению к пространственной инверсии. Экспериментально это проявляется появлением низколежащих состояний отрицательной четности, связанных сильными (коллективными) переходами нечетной мультипольности с членами полосы основного состояния [4]. С момента первого наблюдения низкоэнергетичных состояний отрицательной четности [5, 6] был накоплен большой набор экспериментальных данных [7]. Отметим также недавние экспериментальные исследования зеркально-асимметричной деформации в $^{218,220}\text{Rn}$ и $^{222,224}\text{Ra}$ [8], в ^{240}Pu [9] и в $^{144,146}\text{Ba}$ [10].

В ядрах с сильной квадрупольной деформацией нижайшие состояния отрицательной четности формируют вращательную полосу $1^-, 3^-, 5^- \dots$. В случае статической зеркально-асимметричной деформации эти состояния вместе с членами полосы основного состояния образовывали бы единую полосу, в которой состояния противоположной четности чередовались бы, следуя ротационному правилу. Полосы такого типа характерны для спектров молекул. Однако в большинстве четно-четных ядер при малых угловых моментах состояния отрицательной четности сдвинуты вверх относительно положений, которые они имели бы в такой единственной полосе молекулярного типа. Этот сдвиг, называемый расщеплением по четности [11], указывает на то, что при малых угловых моментах ядра мы имеем дело с колебаниями по зеркально-асимметричной степени свободы, а не со статической деформацией. Действительно, результаты расчетов в рамках жидкокапельных моделей с оболочечной поправкой [12, 13] и моделей среднего поля [14–16] показывают, что потенциальные энергии ядер в этих массовых областях, хотя и являются мягкими по отношению к октупольной деформации, не имеют сильного минимума при ненулевых значениях октупольной деформации.

Однако при увеличении углового момента расщепление по четности уменьшается, и формируется почти невозмущенная полоса переменной четности, что означает стабилизацию октупольной деформации. Таким образом, с ростом углового момента происходит переход от зеркально-симметричной к зеркально-асимметричной деформации. В работе [2] было показано, что можно определить критический момент, при котором происходит этот переход.

Интересно отметить, что в ядрах с нечетной массой стабилизация зеркальной асимметрии происходит раньше, чем в четно-четных соседях. Как показано в [17], взаимодействие между одночастичным движе-

*E-mail: mardyban@theor.jinr.ru

нием и коллективной зеркально асимметричной степенью свободы приводит к уменьшению расщепления по четности.

Другой наблюдаемой, чувствительной к силе зеркально асимметричной деформации, является приведенная вероятность электрических дипольных переходов между состояниями отрицательной четности и членами полосы основного состояния (см. обзор [4]). Дипольный момент увеличивается с угловым моментом до некоторого критического значения, после которого остается почти постоянным. Такое поведение дипольного момента согласуется с идеей фазового перехода.

Теоретические модели, разработанные для описания динамики ядерной зеркальной асимметрии, варьируются в зависимости от того, какая степень свободы используется. Эти степени свободы связаны либо с октупольной деформацией [18, 19], либо с кластеризацией [20–22]. В рамках этих моделей можно получить качественное и количественное описание эволюции зеркально асимметричной деформации с массой и зарядом ядра, а так же характеристики нижайших возбуждений отрицательной четности (энергии и вероятности распада). В рамках модели взаимодействующих бозонов, расширенной включением дипольных и октупольных бозонов, получено хорошее описание экспериментальных данных [23]. В кластерном подходе, основанном на полумикроскопической модели двойной ядерной системы, дано удовлетворительное описание расщепления четности и вероятностей мультипольных переходов в актинидах [24]. Тем не менее, эволюцию зеркальной асимметрии трудно анализировать полностью микроскопически, поскольку это требует выполнения вычислений для больших значений углового момента. Попытка выполнить такие расчеты для нижайших состояний положительной и отрицательной четности в ^{144}Ba была выполнена в рамках метода генераторных координат [25]. Такая же методика была применена к описанию нижайших состояний в ^{224}Ra в рамках релятивистской модели среднего поля [26].

В то же время, анализ экспериментальных данных показывает, что поведение зависимости величин расщепления по четности и переходных дипольных момен-

тов от углового момента универсально. Другими словами, исходя из общих представлений о зеркально асимметричной моде (независимо, какая степень свободы используется — октупольная деформация или массовая асимметрия), можно предложить простое аналитическое описание зависимости этих величин от углового момента, содержащее небольшое число параметров, имеющих ясный физический смысл. Эти параметры могут быть определены экспериментально или рассчитаны микроскопически. Цель этой статьи — найти такое аналитическое описание основных физических характеристик полос переменной четности в зависимости от углового момента.

1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

1.1. Гамильтониан и собственные функции

Следуя [27] предположим, что рассматриваемое ядро имеет статическую квадрупольную деформацию $\langle \beta_{20} \rangle$ и является мягким по отношению к аксиально симметричным ($K = 0$) зеркально асимметричным колебаниям. Эти колебания могут генерироваться либо октупольной степенью свободы, либо массовой асимметрией. Обозначим соответствующую динамическую переменную через β_{30} . Внутренний гамильтониан, описывающий коллективное движение по β_{30} для заданного момента I , можно записать в виде:

$$H_I = -\frac{\hbar^2}{2B} \frac{d^2}{d\beta_{30}^2} + V_I(\langle \beta_{20} \rangle, \beta_{30}), \quad (1)$$

где B — эффективная масса. Потенциальная энергия V_I является симметричной функцией β_{30} .

Диагонализация гамильтониана (1) с разными вариантами потенциала V_I показывает [20, 28], что с хорошей точностью нижайшее собственное состояние положительной четности можно аппроксимировать как суперпозицию двух гауссианов и шириной $\sqrt{\hbar/(B\omega(I))}$ с центрами в $\beta_{30} = \pm\beta_m(I)$:

$$\Psi_I^{(+)}(\beta_{30}) = \left[\frac{\omega(I)}{\pi\hbar} \right]^{1/4} \left(2 \left\{ 1 + \exp \left[-\frac{B\omega(I)}{\hbar} \beta_m^2(I) \right] \right\} \right)^{-1/2} \times \\ \times \left(\exp \left[-\frac{B\omega(I)}{2\hbar} (\beta_{30} - \beta_m(I))^2 \right] + \exp \left[-\frac{B\omega(I)}{2\hbar} (\beta_{30} + \beta_m(I))^2 \right] \right). \quad (2)$$

Величина $\omega(I)$ является функцией углового момента, вид которой будет определен ниже. Удобство выражения (2) для волновых функций положительной четности связано с тем, что оба предела — октупольные колебания, и стабильная октупольная деформация

описываются одинаково хорошо [27]. Можно ввести параметр

$$\xi_I = \sqrt{\frac{B\omega(I)}{\hbar}} \beta_m(I), \quad (3)$$

дающий отношение расстояния между центрами Гауссианов к сумме их ширин. Если $\xi \ll 1$, перекрытие компонент в (2) велико и волновая функция $\Psi_I^{(+)}$ соответствует случаю октупольных колебаний. Если $\xi \gg 1$ — ситуация противоположна, а компоненты в (2) хорошо разделены. Последнее соответствует статической октупольной деформации.

Имея волновую функцию $\Psi_I^{(+)}$, потенциал аксиально симметричной октупольной моды может быть получен как

$$V_I(< \beta_{20} >, \beta_{30}) = \frac{\hbar^2 \Psi_I^{(+)''}}{2B \Psi_I^{(+)}} + E_I^{(+)}(< \beta_{20} >), \quad (4)$$

где $E_I^{(+)}(< \beta_{20} >)$ — энергия возбуждения нижайшего состояния с угловым моментом I и положительной четностью.

В настоящей работе нас интересует расчет расщепления по четности, определяемый разностью энергий первого возбужденного состояния отрицательной четности $E_I^{(-)}$ и основного состояния положительной четности $E_I^{(+)}$ для заданного углового момента количества движения I . Поскольку из-за правил отбора $K = 0$ для данного I существует только одно физическое возбужденное состояние (положительной четности для четного I и отрицательной четности для нечетного I), экспериментальное расщепление по четности может быть определено путем интерполяции энергии отсутствующих состояний согласно (34) [11]. Поэтому $E_I^{(+)}(< \beta_{20} >)$ никогда не входит в окончательный результат, мы можем положить его равным нулю. Заметим, однако, что это можно сделать только для хорошо деформированных ядер.

Используя (2) для волновой функции $\Psi_I^{(+)}(\beta_{30})$ для потенциальной энергии аксиально симметричной зеркально асимметричной моды, с точностью до зависящей от I константы, получим

$$V_I(\beta_{30}) = \frac{\hbar\omega}{2} \left(-1 + \frac{B\omega(I)}{\hbar}(\beta_{30}^2 + \beta_m^2) - 2\frac{B\omega(I)}{\hbar}\beta_m\beta_{30} \tanh \frac{B\omega(I)}{\hbar}\beta_m\beta_{30} \right). \quad (5)$$

Потенциал (5) используется для численной диагонализации H_I и для вычисления расщепления по четности как функции углового момента.

Используя безразмерную переменную $x = \beta_{30}/\beta_m(I)$ и параметр ξ , определенный уравнением (3), можно переписать гамильтониан H_I и потенциальную энергию V_I в удобной форме

$$\begin{aligned} H_I &= \hbar\omega(I)h(\xi_I), \\ h(\xi) &= -\frac{1}{2\xi^2} \frac{d^2}{dx^2} + v_\xi(x), \\ v_\xi(x) &= \frac{1}{2}(\xi^2 - 1) + \frac{1}{2}\xi^2 x^2 - \xi^2 x \tanh(\xi^2 x). \end{aligned} \quad (6)$$

Отсюда (6) следует, что расщепление по четности можно параметризовать как

$$\Delta E(I) \equiv E_I^{(-)} - E_I^{(+)} = \hbar\omega(I)f(\xi_I), \quad (7)$$

где $f(\xi_I)$ — энергия первого возбужденного состояния гамильтониана $h(\xi)$ (энергия основного состояния этого гамильтониана равна нулю). Вся информация о ядре содержится в зависимости ξ_I от углового момента и входит в гамильтониан h_ξ и функцию $f(\xi_I)$ неявно. Из-за такого универсального характера величины $f(\xi_I)$ имеет смысл найти ее приближенное аналитическое выражение.

При малых значениях углового момента ($\xi \ll 1$) потенциальная энергия $v_\xi(x)$ сводится к потенциальной энергии осциллятора

$$v_\xi(x) = \frac{1}{2}(\xi^2 - 1) + \frac{1}{2}(1 - 2\xi^2)\xi^2 x^2, \quad (8) \\ \xi \ll 1.$$

Тогда энергия первого возбужденного состояния задается частотой осциллятора, и мы имеем

$$f(\xi) = 1 - \xi^2. \quad (9)$$

При больших значениях углового момента ($\xi \gg 1$) $v_\xi(x)$ имеет вид двух осцилляторов, разделенных высоким барьером

$$v_\xi(x) = \frac{1}{2}(\xi^2 - 1) + \frac{1}{2}\xi^2(|x| - 1)^2, \quad (10) \\ \xi \gg 1.$$

Величина энергетического интервала между двумя нижайшими уровнями такого потенциала дается как [31]

$$f(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\xi \exp(-\xi^2). \quad (11)$$

Оба предела, (9) и (11), воспроизводятся одним общим выражением

$$f(\xi) = \frac{\xi^2 e^{-\xi^2}}{2 \left[1 + (1 - e^{-\alpha\xi^2}) \frac{\sqrt{\pi}}{4} \xi \right]} \coth \left(\frac{\xi^2}{2} \right), \quad (12) \\ \alpha = 0.053,$$

где значение параметра α получено путем подгонки числовых результатов для $f(\xi)$.

Результат сравнения представлен на рис. 1. Мы видим, что функция $f(\xi)$ действительно очень хорошо аппроксимируется выражением (12). В предельных случаях очень малых и очень больших ξ разности между приближенными и точными значениями f пренебрежимо малы и асимптотически исчезают. Максимальное отклонение достигает 2% при $\xi \approx 2$.

Стоит отметить, что для фактического описания экспериментальных данных можно положить $\alpha = 0$, что

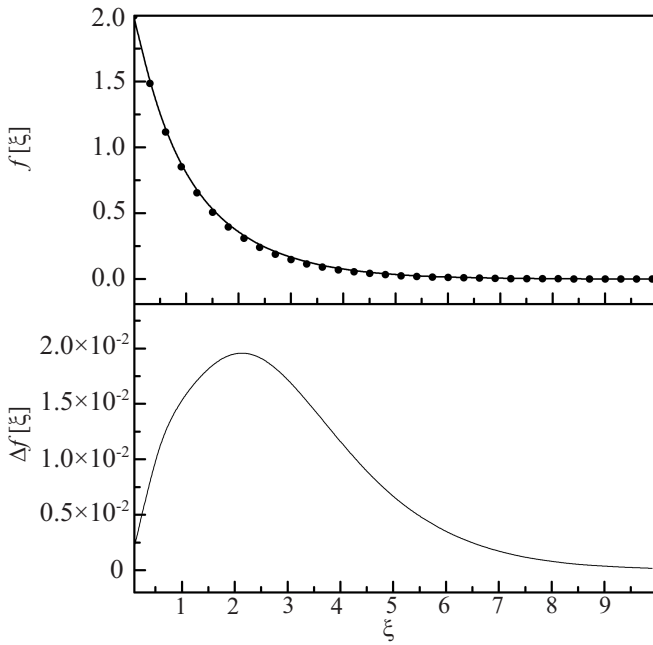


Рис. 1: Верхняя часть: функция $f(\xi)$, полученная численной диагонализацией гамильтониана h_I (точки) и в приближении уравнения (12) (сплошная линия). Нижняя часть: разность между точными и аппроксимируемыми значениями функции $f(\xi)$

дает более простое выражение для расщепления четности:

$$\Delta E(I) = \hbar\omega(I)\xi_I^2 e^{-\xi_I^2} \coth(\xi_I^2/2). \quad (13)$$

Так как в области $\xi \gg 1$ значения расщепления по четности малы и на них влияют многие эффекты, не включенные в модель (например, пересечение полос), мы можем пренебречь отклонениями (13) от (12) при больших значениях ξ и использовать выражение (13).

$$\begin{aligned} \Psi_I^{(-)}(\beta_{30}) = & \left[\frac{B\omega(I)}{\pi\hbar} \right]^{1/4} \left(2 \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{B\omega(I)}{\hbar} \beta_m^2 \right] \right\} \right)^{-1/2} \times \\ & \times \left(\exp \left[-\frac{B\omega(I)}{2\hbar} (\beta_{30} - \beta_m)^2 \right] - \exp \left[-\frac{B\omega(I)}{2\hbar} (\beta_{30} + \beta_m)^2 \right] \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Выражение (16) подтверждается численным расчетом. Заметим, что ранее в [27] использовались методы, основанные на суперсимметричной квантовой механике. Здесь мы используем более простой способ получить приблизительное выражение для расщепления по четности. Используя выражение для параметра ξ и безразмерной переменной x , волновые функции $\Psi^{(\pm)}(x)$

1.2. Дипольные переходы

В дополнение к появлению низколежащих состояний отрицательной четности общим свойством ядер с сильными октупольными корреляциями, являются большие значения вероятностей электрических дипольных переходов [4]. В то время как абсолютные значения дипольного момента для переходов между состояниями с отрицательной и положительной четностью зависят от конкретного ядра, зависимость от углового момента ядра может быть описана, как показано ниже, универсальной функцией, аналогично ситуации с расщеплением по четности.

В случае хорошо деформированных аксиально симметричных ядер оператор коллективного электрического дипольного момента может быть записан во внутренней системе как

$$D_0 \sim C\beta_{20}\beta_{30}, \quad (14)$$

где C — дипольная поляризуемость, определяемая асимметрией между плотностями нейтронов и протонов [4]. В макроскопической модели жидкой капли, например, мы имеем

$$D_0 = C_{LD}AZe\beta_{20}\beta_{30}, \quad (15)$$

где $C_{LD} = 0.0007 \text{ fm}$ [34].

Таким образом зависимость переходного дипольного момента от I определяется матричным элементом $\langle i || \beta_{30} || f \rangle$, где векторы $|i\rangle$ и $|f\rangle$ обозначают начальное и конечное состояние соответственно. Низжайшая собственная функция отрицательной четности гамильтониана (1) может быть найдена численно решением уравнения Шредингера с потенциалом (5). Однако, имея целью получить результат в аналитической форме, мы дополнили анзац (2) для волновой функции основного состояния выражением для низжайшей волновой функции отрицательной четности в виде

можно переписать как

$$\begin{aligned} \Psi^{(\pm)}(x) = & \frac{\xi^{1/2}}{\beta_m^{1/2} \pi^{1/4} 2\sqrt{1 \pm \exp(-\xi^2)}} \times \\ & \times \left(\exp \left[-\frac{1}{2}\xi^2(x+1)^2 \right] \pm \exp \left[-\frac{1}{2}\xi^2(x-1)^2 \right] \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Используя выражение (17) для собственных волно-

вых функций положительной и отрицательной четности, можно найти аналитическое выражение для зависимости матричного элемента β_{30} от углового момента, а именно

$$\langle i|\beta_{30}|f\rangle = \sqrt{\frac{\hbar}{B\omega}} \frac{\sqrt{2}e^{\frac{(\xi_f^2 - \xi_i^2)^2}{2(\xi_f^2 + \xi_i^2)}} (\xi_f \xi_i)^{1/2}}{\sqrt{(e^{\xi_f^2} - 1)(e^{\xi_i^2} + 1)}} \times \frac{\left(\xi_f^2 - \xi_i^2 + e^{\frac{2\xi_f^2 \xi_i^2}{\xi_f^2 + \xi_i^2}} (\xi_f^2 + \xi_i^2) \right)}{(\xi_f^2 + \xi_i^2)^{3/2}}. \quad (18)$$

Последнее выражение можно упростить, если мы предположим приблизительно, что $\xi_i \approx \xi_f = \xi$. Тогда

$$\langle i|\beta_{30}|f\rangle = \sqrt{\frac{\hbar}{B\omega}} \frac{\xi e^{\xi^2}}{\sqrt{e^{2\xi^2} - 1}}. \quad (19)$$

Из (19) видно, что в пределе октупольных колебаний ($\xi \ll 1$)

$$\langle i|\beta_{30}|f\rangle \approx \sqrt{\frac{\hbar}{B\omega}}. \quad (20)$$

При больших значениях ξ дипольный момент является растущей функцией ξ . Это увеличение почти линейно при $\xi > 1$

$$\langle i|\beta_{30}|f\rangle \approx \beta_m, \quad (I > I_{crit}). \quad (21)$$

Зависимость вероятности дипольного перехода от углового момента имеет вид

$$B(E1, i \rightarrow f) = B(E1, 0^+ \rightarrow 1^-) \frac{\xi_f^2 e^{2\xi_f^2}}{e^{2\xi_f^2} - 1}, \quad (22)$$

где $\xi = \sqrt{\xi_i \xi_f}$.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Из выражения (7) следует, что зависимость расщепления по четности от углового момента определяется функцией $f[\xi(I)]$. Вся информация о ядре содержится в фактической зависимости ξ от I , а функция $f[\xi]$ универсальна. Эта функция может быть получена численно как энергия первого возбужденного состояния гамильтониана h_ξ . Приблизительно $f[\xi]$ дается уравнением (12). Поэтому в дальнейшем для описания расщепления по четности ядер мы используем функцию $f[\xi]$, заданную уравнением (12).

Наши расчеты показали, что с достаточно хорошей точностью зависимость $\hbar\omega_I$ и ξ_I от углового момента может быть установлена как

$$\begin{aligned} \hbar\omega_I &= \text{const}, \\ \xi(I) &= cI. \end{aligned} \quad (23)$$

Эта параметризация содержит очень малое количество параметров. Значение частоты $\hbar\omega$ сразу определяется значением расщепления по четности при нулевом угловом моменте $\Delta E_{exp}(0)$. Действительно, если $I = 0$, то $\xi(0) = 0$ и $V_I(\beta_{30})$ сводится к осцилляторному потенциалу. Интервал между основным и первым возбужденным состояниями определяется частотой $\hbar\omega$. Поэтому получаем, что $\hbar\omega = \Delta E_{exp}(0)$. Функция $f[\xi(I)]$ является универсальной функцией ξ и, следовательно, зависит только от параметра c , определенного в (23). Более того, если мы воспользуемся результатами работы [2], мы можем связать значение c со значением критического момента I_{crit} , при котором происходит фазовый переход от недеформированной октупольной к октупольно деформированной форме, а именно

$$cI_{crit} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (24)$$

В конечном итоге, получаем

$$\Delta E(I) = \Delta E_{exp}(0) f\left[\frac{I}{\sqrt{2}I_{crit}}\right]. \quad (25)$$

Выбор выражения (23) для зависимости ξ от углового момента может быть качественно оправдан следующим образом. При малых угловых моментах ($I < I_{crit}$) мы можем рассматривать полосу переменной четности как две различные полосы, состоящие из состояний положительной и отрицательной четности, соответственно. Определяя моменты инерции полос положительной (отрицательной) четности как $\mathfrak{S}_e(\mathfrak{S}_o)$, расщепление по четности может быть получено как

$$\begin{aligned} \Delta E(I) &= \Delta E(0) + \frac{\hbar^2 I(I+1)}{2\mathfrak{S}_o(I)} - \frac{\hbar^2 I(I+1)}{2\mathfrak{S}_e(I)} \\ &= \Delta E(0) - \frac{\hbar^2 I(I+1)}{2\tilde{\mathfrak{S}}(I)}, \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$\tilde{\mathfrak{S}}(I) = \frac{\mathfrak{S}_e \mathfrak{S}_o(I)}{\mathfrak{S}_o(I) - \mathfrak{S}_e}. \quad (27)$$

При малых I для момента инерции состояний положительной четности имеем $\mathfrak{S}_e(I) \approx \mathfrak{S}(\beta_{30} = 0)$. Момент инерции для состояний отрицательной четности $\mathfrak{S}_o(I)$ является медленной функцией углового момента [29]. Сравнивая (26) с аппроксимацией (9), получим

$$\begin{aligned} \Delta E(0) &= \hbar\omega, \\ \hbar\omega \xi^2(I) &= \frac{\hbar^2 I(I+1)}{2\tilde{\mathfrak{S}}(I)}. \end{aligned} \quad (28)$$

Так как \mathfrak{S}_o и, следовательно, $\tilde{\mathfrak{S}}$ слабо зависят от I , то выражение (28) согласуется с приближением (23).

В пределе больших угловых моментов ($I \gg I_{crit}$) ядро приближается к статической октупольной деформации, и предположение о двух отдельных вращательных полосах для состояний с положительной и отрицательной четностью уже недействительно. Поверхность

потенциальной энергии ядра как функция β_{30} имеет два ярко выраженных минимума, разделенных барьером (см. (10)). В этом случае расщепление по четности можно определить как [31]

$$\Delta E(I) = \frac{2\omega}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{2V_0}{\hbar\omega}} \exp\left(-\frac{2V_B}{\hbar\omega}\right), \quad (29)$$

где V_B — барьер между правым и левым минимумами. Этот барьер возникает из-за того, что момент инерции ядра растет с увеличением β_{30} . Поскольку предполагается, что при $I = 0$ потенциал имеет вид осциллятора (т. е. $V_B(I = 0) = 0$), высоту барьера можно определить как разность между вращательными энергиями, связанную с изменением момента инерции с β_{30}

$$V_B(I) = \frac{\hbar^2 I(I+1)}{2\mathfrak{S}(\beta_{30} = \beta_m)} - \frac{\hbar^2 I(I+1)}{2\mathfrak{S}(\beta_{30} = 0)}. \quad (30)$$

При большом угловом моменте момент инерции состояний отрицательной и положительной четности близок к значению при минимуме потенциала, т. е. $\mathfrak{S}(\beta_{30} = \beta_m) \approx \mathfrak{S}_0$. Поэтому имеем

$$V_B(I) = \frac{\hbar^2 I(I+1)}{2\mathfrak{S}(\beta_{30} = \beta_m)} - \frac{\hbar^2 I(I+1)}{2\mathfrak{S}(\beta_{30} = 0)}. \quad (31)$$

Сравнивая выражение (29) с высотой барьера в виде (31) с выражением (11), получим

$$\begin{aligned} \Delta E(0) &= \hbar\omega \\ \hbar\omega\xi^2(I) &= \frac{\hbar^2 I(I+1)}{\mathfrak{S}(I)}, \end{aligned} \quad (32)$$

где снова учтено постоянство $\hbar\omega$.

Так как \mathfrak{S} слабо зависит от I , предположение (23) приблизительно справедливо в обоих пределах, для малых и больших угловых моментов. С помощью (23), (24) и (28) критическое значение угловых моментов может быть связано с изменением вращательной энергии, вызванной зависимостью момента инерции от октапольной деформации:

$$I_{crit} = \gamma \left(\frac{\Delta E(0)}{2\hbar^2} \frac{\mathfrak{S}_0 \mathfrak{S}_e}{\mathfrak{S}_0 - \mathfrak{S}_e} \right)^{1/2}, \quad (33)$$

где γ — постоянная, близкая к единице. В этом выражении момент инерции состояний положительной четности должен быть рассчитан при малых угловых моментах, а именно $\mathfrak{S}_e = \mathfrak{S}_e(I = 2)$, а момент инерции состояний отрицательной четности должен быть взят в окрестности критического углового момента $\mathfrak{S}_e = \mathfrak{S}_e(I = I_{crit})$.

Расчет расщепления по четности выполняется с использованием выражения (25) с функцией f в форме (12). Экспериментальные значения расщепления по четности $\Delta E_{exp}(I)$ определяются с использованием

экспериментальных энергий $E_{exp}(I)$ нижайших состояний отрицательной четности и членов полосы основного состояния положительной четности [30]. Величина $\Delta E_{exp}(I)$ определяется как разность между энергиями состояний с отрицательной и положительной четностью с одним и тем же спином I . Однако из-за правил отбора при $K = 0$ [32], при каждом значении I существует только одно состояние с фиксированной четностью $\pi = (-1)^I$. Таким образом, энергия состояния противоположной четности, но с тем же I , может быть введена только путем интерполяции с использованием энергий состояний соседних с I . Эта интерполяция должна учитывать зависимость энергии возбуждения от углового момента в окрестности I . Так как в модели предполагается, что ядра имеют устойчивую квадрупольную деформацию, можно использовать, что энергии следуют вращательному правилу с постоянным моментом инерции, что приводит к следующей интерполяции [35]

$$\begin{aligned} E_{inter}(I+1) &= \frac{1}{2}[E_{exp}(I+2) + E_{exp}(I)] - \\ &- \frac{1}{8}[E_{exp}(I+4) - 2E_{exp}(I+2) + E_{exp}(I)]. \end{aligned} \quad (34)$$

и расщепление по четности

$$\Delta E(I)_{exp} = (-1)^I (E_{inter}(I) - E_{exp}(I)). \quad (35)$$

Альтернативное выражение для расщепления по четности приведено в [32]. Оба определения дают почти одинаковые численные результаты.

Поскольку экспериментальное значение расщепления по четности при $I = 0$ недоступно, значение $\Delta E(0)$ фиксировано для воспроизведения экспериментальных данных для $\Delta E_{exp}(1)$. Критический угловой момент I_{crit} установлен так, чтобы дать наилучшее описание расщепления по четности в диапазоне угловых моментов $0 \leq I \leq 20$. Причина, по которой большие значения угловых моментов не учитываются, связана с возможным появлением пересечения полос при более высоких значениях I . Расчеты, выполненные для деформированных изотопов Ra, Th, U и Pu, представлены на Рис. 2-5 вместе с экспериментальными данными из [30]. Полученные значения критических моментов I_{crit} представлены в табл. 1.

Используя полученные значения критических угловых моментов, можно рассчитать зависимость моментов дипольных переходов от углового момента. На рис. 6 представлены результаты для ^{240}Pu . Вычисленные значения сравниваются с экспериментальными данными по дипольному моменту, полученными в [36]. Чтобы получить значения D_0/Q из экспериментальных данных, предполагается стабильная квадрупольная деформация и аксиальная форма ядра. Дипольный момент получается из приведенных вероятностей перехода с использованием выражения [4]:

$$B(E1, I \rightarrow I') = \frac{3}{4\pi} D_0^2 \left(C_{I'0}^{I'0} \right)^2. \quad (36)$$

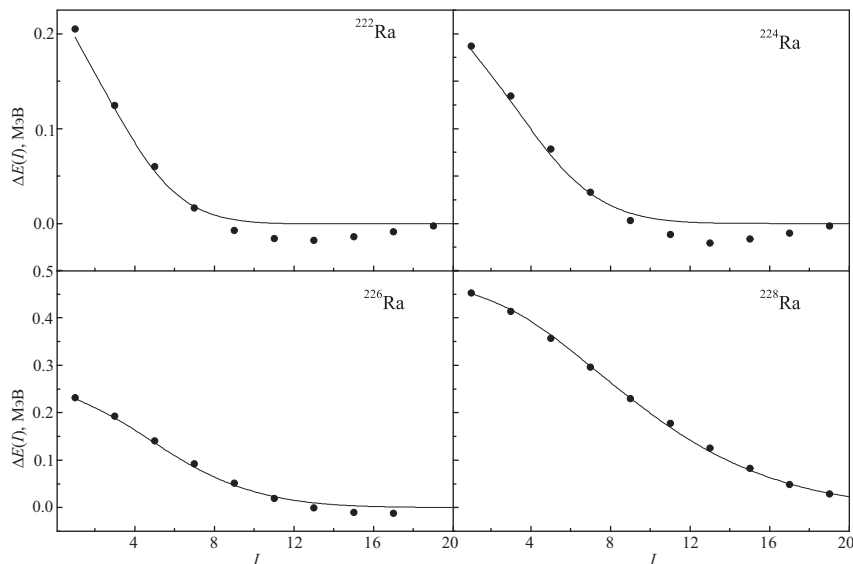


Рис. 2: Расщепление по четности в зависимости от углового момента для различных изотопов Ra. Экспериментальные данные (точки) взяты из [30]. Рассчитанные расщепления четности (линии) получаются так же, как в выражении (7) с использованием аппроксимации (12). Значения параметров I_{crit} и $\Delta E(0)$ приведены в табл. I

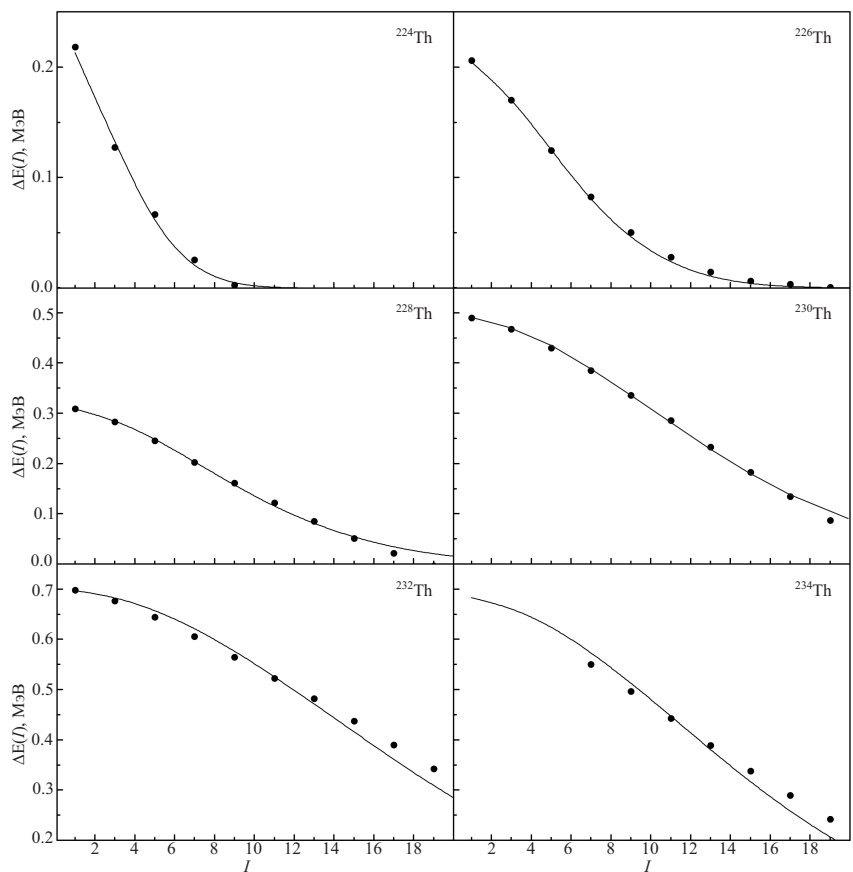


Рис. 3: Расщепление по четности в зависимости от углового момента для различных изотопов Th. Экспериментальные данные (точки) взяты из [30]. Рассчитанные расщепления четности (линии) получаются так же, как в выражении (7) с использованием аппроксимации (12). Значения параметров I_{crit} и $\Delta E(0)$ приведены в табл. I

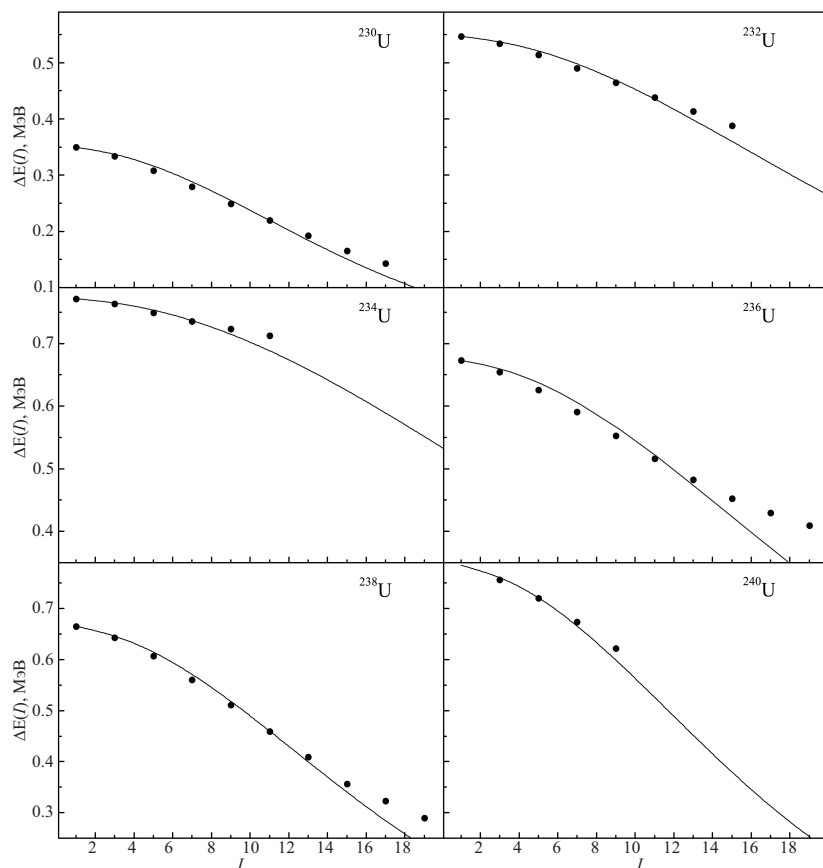


Рис. 4: Расщепление по четности в зависимости от углового момента для различных изотопов U. Экспериментальные данные (точки) взяты из [30]. Рассчитанные расщепления четности (линии) получаются так же, как в выражении (7) с использованием аппроксимации (12). Значения параметров I_{crit} и $\Delta E(0)$ приведены в табл. I

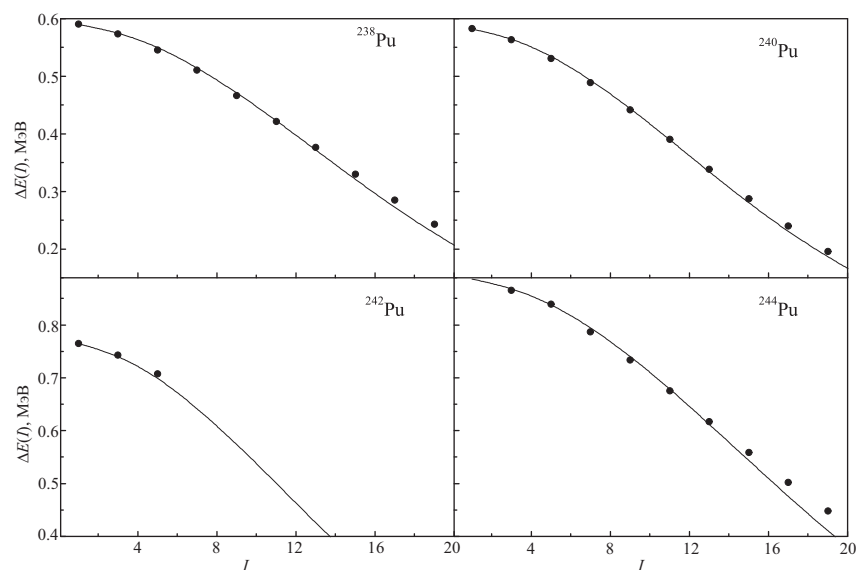
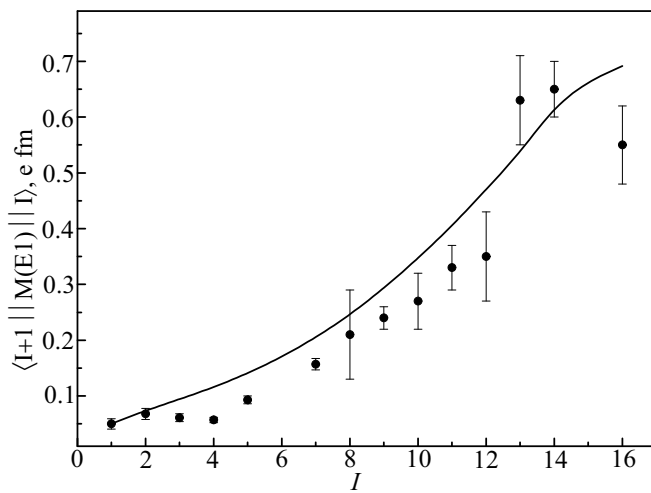


Рис. 5: Расщепление по четности в зависимости от углового момента для различных изотопов Pu. Экспериментальные данные (точки) взяты из [30]. Рассчитанные расщепления четности (линии) получаются так же, как в выражении (7) с использованием аппроксимации (12). Значения параметров I_{crit} и $\Delta E(0)$ приведены в табл. I

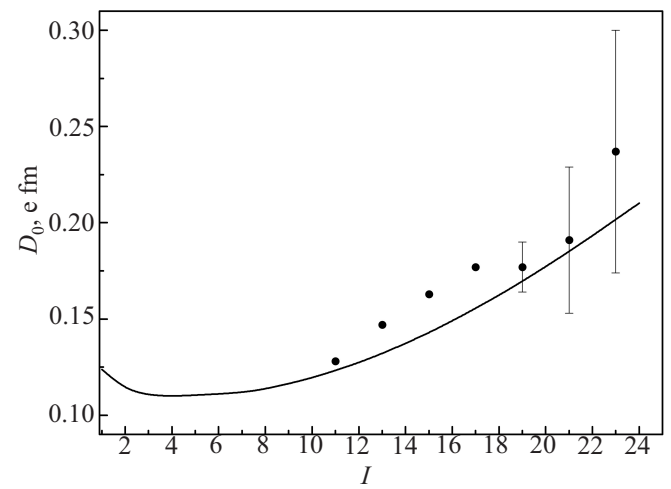
Таблица I: Используемые в расчетах значения расщепления по четности ΔE при $I = 0$ и рассчитанные параметры c и критические угловые моменты I_{crit}

Ядро	$\Delta E(0)$ (кэВ)	c	I_{crit}	Ядро	$\Delta E(0)$ (кэВ)	c	I_{crit}
^{222}Ra	0.209	0.252	2.81	^{238}Pu	0.584	0.053	13.32
^{224}Ra	0.192	0.210	3.37	^{240}Pu	0.585	0.058	12.10
^{226}Ra	0.235	0.150	4.70	^{242}Pu	0.767	0.060	11.77
^{228}Ra	0.456	0.094	7.53	^{244}Pu	0.888	0.047	14.94
^{224}Th	0.226	0.247	2.86	^{230}U	0.351	0.063	11.21
^{226}Th	0.209	0.149	4.88	^{232}U	0.548	0.044	16.20
^{228}Th	0.311	0.094	7.54	^{234}U	0.772	0.031	22.90
^{230}Th	0.492	0.069	10.21	^{236}U	0.674	0.046	15.39
^{232}Th	0.699	0.049	14.50	^{238}U	0.669	0.056	12.67
^{234}Th	0.685	0.060	11.77	^{240}U	0.789	0.058	12.12

Рис. 6: Расчетные и экспериментальные значения матричного элемента $E1$ в зависимости от углового момента для ^{226}Ra . Вычисления выполняются с использованием выражений (22) и (36). Значение критического углового момента приведено в табл. I

Как следует из (22), абсолютное значение D_0 должно определяться из экспериментальных данных по $B(E1, 0^+ \rightarrow 1^-)$. Если оно недоступно, исходное значение отношения дипольного и квадрупольных моментов устанавливается для воспроизведения нижайшего экспериментально доступного значения D_0/Q . Как видно из результатов, представленных на рис. 6, расчет с использованием уравнения (22) и критического момента, полученного из подгонки расщепления по четности, хорошо воспроизводит зависимость вероятности дипольного перехода от углового момента вдоль полосы чередующейся четности.

Другой пример представлен на рис. 7 для приведенных матричных элементов $E1$ переходов в ^{226}Ra . Экспериментальные данные взяты из [37]. В отличие от ^{240}Pu , который остается симметричным до боль-

Рис. 7: Расчетные и экспериментальные значения переходного дипольного момента в зависимости от углового момента для ^{240}Pu . Вычисления выполняются с использованием выражений (22) и (36). Значение критического углового момента приведено в табл. I

ших угловых моментов ($I_{crit} = 12.1$), ^{226}Ra имеет почти стабильную зеркально асимметричную деформацию, очень близко к основному состоянию ($I_{crit} = 4.7$). Как мы видим в обоих случаях малых и больших значений I_{crit} , расчет с использованием уравнения (22) хорошо согласуется с экспериментальными данными.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе простой модели, описывающей динамику, связанную с зеркально асимметричной степенью свободы, получены приближенные аналитические выражения для зависимости расщепления по четности и электрического переходного дипольного момента от углового момента. Аналитические выражения содер-

жат небольшое количество параметров с ясным физическим значением. Эти параметры могут быть установлены из сравнения с экспериментальными данными или рассчитаны микроскопически. Полученные результаты иллюстрируются расчетами для разных ядер и находятся в хорошем согласии с экспериментом.

Подводя итоги, получены следующие аналитические выражения для описания расщепления четности (13)

и электрической дипольной приведенной вероятности перехода (22), с $\xi_I = cI$, $c = 1/\sqrt{2}I_{crit}$ и I_{crit} , задаваемые (33).

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 16-02-00068А).

- [1] *Cejnar P., Jolie J., Casten R.F.* Rev. Mod. Phys. 2010. **82**. P. 2155.
[2] *Jolos R. V., von Brentano P., Jolie J.* Phys. Rev. C. 2012. **86**. 024319.
[3] *Iachello F.* at 8th Workshop on QPT in nuclei and other many-body systems. Praha. Czech Republic. June 6. 2016.
[4] *Butler P., Nazarewicz W.* Rev. Mod. Phys. 1996. **68**. P. 349.
[5] *Asaro F., Stephens F. S. Jr., Perlman I.* Phys. Rev. 1953. **92**. P. 1495.
[6] *Stephens F. S. Jr., Asaro F., Perlman I.* Phys. Rev. 1955. **100**. P. 1543.
[7] *Ahmad I., Butler P.A.* Rev. Nucl. Part. Sci. 1993. **43**. P. 71.
[8] *Gaffney L.P.* et al. Nature (London). 2013. **497**. P. 199.
[9] *Spieker M.* et al. Phys. Rev. C. 2013. **88**. 041303(R).
[10] *Bucher B.* et al. Phys. Rev. Lett. 2016. **116**. 112503.
[11] *Jolos R. V., von Brentano P.* Phys. Rev. C. 1994. **49**. R2301(R).
[12] *Nazarewicz W.* et al. Nucl. Phys. A. 1984. **429**. P. 269.
[13] *Möller P.* et al. At. Data Nucl. Data Tables. 2008. **94**. P. 758.
[14] *Egido J., Robledo L.* Nucl. Phys. A. 1989. **494**. P. 85.
[15] *Rutz K., Maruhn J. A., Reinhard P.-G., Greiner W.* Nucl. Phys. A. 1995. **590**. P. 680.
[16] *Robledo L.M., Bertsch G.F.* Phys. Rev. C. 2011. **84**. 054302.
[17] *Leander G. A., Chen Y. S.* Phys. Rev. C. 2003. **37**. P. 2744.
[18] *Nazmitdinov R.G., Mikhailov I.N., Briancon Ch.* Phys.Lett. B. 1987. **188**. P. 171.
[19] *Minkov N., Drenska S., Drumev K., Strecker M., Lenske H., Scheid W.* Phys. Rev. C. 2013. **88**. 064310.
[20] *Shneidman T.M., Adamian G.G., Antonenko N.V., Jolos R. V., Scheid W.* Phys.Rev. C. 2003. **67**. 014313.
[21] *Buck B., Merchant A. C., Perez S.M.* Phys. Rev. C. 1999. **59**. P. 750.
[22] *Iachello F., Jackson A.D.* Phys. Lett. B. 1982. **108**. P. 151.
[23] *Kusnezov D., Iachello F.* Phys. Lett. B.1988. **209**. P. 420.
[24] *Shneidman T.M., Adamian G.G., Antonenko N.V., Jolos R. V., Zhou S.-G.* J. Phys.: Conf. 2014. Ser. 569. 012056.
[25] *Bernard R. N., Robledo L. M., Rodriguez T.R.* Phys. Rev. C. 2016. **93**. 061392(R).
[26] *Yao J.M., Zhou E.F., Li Z.P.* Phys. Rev. C. 2015. **92**. 041304.
[27] *Jolos R. V., von Brentano P.* Phys. Rev. C. 2011. **84**. 024312.
[28] *Jolos R. V., Minkov N., Scheid W.* Phys. Rev. C. 2005. **72**. 064312.
[29] *Shneidman T.M., Adamian G.G., Antonenko N.V., Jolos R. V., Zhou S.-G.* Phys.Rev. C. 2015. **92**. 034302.
[30] <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf>
[31] *Merzbacher E.* Quantum Mechanics.1970.
[32] *Jolos R. V., von Brentano P.* Phys.Rev. C. 2015. **92**. 044318.
[33] *Bohr A., Mottelson B.* Nuclear Structure. Benjamin. New York. 1975. Vol. 2.
[34] *Strutinsky V.M.* J. Nucl. Energy. 1957. **4**. P. 523.
[35] *Jolos R. V., von Brentano P.* Nucl. Phys. A. 1995. **587**. P. 377.
[36] *Wiedenhöver I., Janssens R.V.F., Hackman G.* et al. Phys. Rev. Lett. 1999. **83**. P. 2143.
[37] *Wollersheim H.J.* et al. Nucl. Phys. A. 1993. **556**. P. 261.

Analytical description of the excited state phase transition to octupole deformed shape in alternating parity bands

E. V. Mardyban^{1,2,a}, T. M. Shneidman^{1,3}, E. A. Kolganova^{1,2}, R. V. Jolos^{1,2}

¹*Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 141980, Russia*

²*Dubna State University, Dubna, 141980, Russia*

³*Kazan Federal University, Kazan 420008, Russia*

E-mail: ^a*mardyban@theor.jinr.ru*

Angular momentum dependences of the parity splitting and electric dipole transitions in the alternating parity bands of heavy nuclei have been analyzed. It is shown that these dependences can be treated in a universal way with use of a single parameter of critical angular momentum, which characterizes phase transition from octupole vibrations to the stable octupole deformation. Using the simple model of axially-symmetric reflection-asymmetric mode, the analytical expression for the parity splitting and electric

dipole transitional moment have been obtained. The results obtained are compared with the experimental data for various isotopes of Ra, Th, U, and Pu.

PACS: 21.10.Re, 21.10.Ky, 21.60.Ev.

Keywords: octupole deformation, phase transition, angular momentum.

Received 14 May 2018.

Сведения об авторах

1. Мардыбан Евгений Васильевич — студент, старший лаборант; e-mail: mardyban@theor.jinr.ru.
 2. Шнейдман Тимур Маркович — канд. физ-мат. наук, ст. науч. сотрудник; e-mail: shneyd@theor.jinr.ru.
 3. Колганова Елена Александровна — канд. физ-мат. наук, доцент, ст. науч. сотрудник; e-mail: kea@theor.jinr.ru.
 4. Джолос Ростислав Владимирович — докор физ-мат. наук, профессор, гл. науч. сотрудник; e-mail: jolos@theor.jinr.ru.
-